UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
OIPOSDRU

Investeşte în oameni !
Proiect cofinanţat din Fondul Social European prin Programul Operaţional Sectorial pentru Dezvoltarea Resurselor Umane 2007 – 2013
Axa prioritară 1: „Educaţia şi formarea profesională în sprijinul creşterii economice şi dezvoltării societăţii bazate pe cunoaştere”
Domeniul major de intervenţie: 1.3 „Dezvoltarea resurselor umane din educaţie şi formare”
Titlul proiectului: „Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învăţământul superior”
Cod Contract: POSDRU/87/1.3/S/63709
Beneficiar: Ministerul Educaţiei Nationale

A 13. Elaborarea şi multiplicarea ghidurilor de bune practici rezultate în urma programului de formare din proiect

Ghid de bune practici

DIDACTICA MATEMATICII

Autor:

PURCARU MONICA ANA PARASCHIVA

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU
Fondul Social European
POS DRU
2007-2013
Instrumente Structurale
2007 - 2013
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
OIPOSDRU

Această lucrare a fost elaborată în cadrul Proiectului „Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învăţământul superior”, proiect cofinanţat din Fondul Social European.

Conţinutul acestui material nu reprezintă în mod necesar poziţia oficială a Uniunii Europene.

Nici o parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă fără acordul scris al Ministerului Educației Naționale.

Cuprins

Introducere 7
Chestionar evaluare prerechizite 11
Unitatea de învăţare 1. **Obiectul şi principiile didacticii matematicii**
1.1. Introducere 12
1.2. Competenţe 12
1.3. Aspecte istorice 12
1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii 14
1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii 16
1.6. Principiile didacticii 16
1.6.1 Principiul psihogenetic al stimulării şi accelerării dezvoltării stadiale a inteligenţei 17
1.6.2. Principiul învăţării prin acţiune 19
1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiţie a creşterii randamentului şcolar la matematică 19
1.6.2.2. Exigenţe ale activizării elevilor la matematică 20
1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică 21
1.6.3. Principiul construcţiei componenţiale şi ierarhice ale structurilor inteligenţei 21
1.6.4. Principiul stimulării şi dezvoltării motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii 22
1.6.5. Principiul formării şi dezvoltării capacităţii de creaţie a elevilor prin învăţarea matematicii 23
1.7. Rezumat 24
1.8. Test de autoevaluare 24
1.9. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 24
Unitatea de învăţare 2. **Metodologia rezolvării şi compunerii de probleme**
2.1. Introducere 25
2.2. Competenţe 25
2.3. Noţiunea de problemă matematică 26
2.4. Valenţele formative ale activităţilor rezolutive 27
2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică 28
2.6. Metode specifice de predare - învăţare a matematicii în şcoală 31
2.7. Strategii şi tehnici de predare - învăţare a matematicii în şcoală 43
2.8. Exemple de strategii rezolutive 59
2.9. Cultivarea creativităţii elevilor prin rezolvarea şi compunerea de probleme 64
2.10. Rezumat 72
2.11. Test de autoevaluare 72
2.12. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 72
Unitatea de învăţare 3. **Metode de predare-învăţare a matematicii în şcoală**
3.1. Introducere 74
3.2. Competenţe 74
3.3. Precizări conceptuale 75
3.4. Metode de predare – învăţare specifice matematicii 77
3.4.1. Demonstraţia matematică 77
3.5. Metode pedagogice tradiţionale de predare – învăţare a matematicii în şcoală 80
3.5.1. Expunerea sistematică a cunoştinţelor 80
3.5.2. Metoda conversaţiei 81
3.5.3. Metoda exerciţiului 81
3.5.4. Metoda muncii cu manualul şi cu alte auxiliare matematice 82

3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învăţare a matematicii în şcoală 82
3.6.1. Problematizarea 82
3.6.2. Învăţarea prin descoperire 84
3.6.3. Modelarea matematică 87
3.6.4. Metoda învăţării pe grupe 87
3.6.5. Algoritmizarea 88
3.6.6. Instruirea programată 88
3.6.7. Softuri educaţionale 89
3.7. Metode activ-participative utilizate în lecţia de matematică 89
3.7.1. Investigaţia 89
3.7.2. Proiectul 90
3.8. Metode active şi interactive utilizate în lecţia de matematică 90
3.8.1. Metoda cubului 91
3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS) 96
3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL) 98
3.8.4. Metoda PIRAMIDEI 107
3.8.5. Metoda BRAINSTORMING 109
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ) 111
3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI” 113
3.8.8. Tehnica DIAGRAMEI VENN 116
3.8.9. Metoda CADRANELOR 118
3.8.10. Metoda ŞTIU/VREAU SĂ ŞTIU/AM ÎNVĂŢAT 120
3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI 123
3.8.12. Metoda CVINTETUL 125
3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE) 126
3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂŢĂRII RECIPROCE 128
3.8.15. Metoda “SCHIMBĂ PERECHEA” (SHARE- PAIR CIRCLES) 130
3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup 132
3.9. Rezumat 133
3.10. Test de autoevaluare 133
3.11. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 133

Unitatea de învăţare 4. **Mijloace didactice utilizate în lecţia de matematică**
4.1. Introducere 135
4.2. Competenţe 135
4.3. Mijloace didactice 135
4.4. Locul şi rolul mijloacelor didactice în conştientizarea noţiunilor matematice 138
4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică 142
4.6. Rezumat 156
4.7. Test de autoevaluare 156
4.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 156
Temă de control 1 156

Unitatea de învăţare 5. **Evaluarea în cadrul lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar**
5.1. Introducere 157
5.2. Competenţe 157
5.3. Precizări conceptuale 158
5.4. Tipuri (forme) de evaluare 158

5.5 Evaluarea performanţelor în învăţământul preuniversitar 167
5.6. Metode şi tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică 168
5.7. Metodologia elaborării itemilor 202
5.7.1. Clasificarea itemilor 202
5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor 203
5.8. Rezumat 213
5.9. Test de autoevaluare 213
5.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 213
Unitatea de învăţare 6. **Elemente de proiectare didactică la matematică**
6.1. Introducere 215
6.2. Competenţe 215
6.3. Conceptul de proiectare pedagogică 215
6.4. Elemente de proiectare didactică 216
6.4.1. Manualele şcolare alternative 216
6.4.2. Lectura personalizată a programelor şcolare de matematică 223
6.4.3. Planificarea calendaristică 226
6.4.4. Proiectarea unităţilor de învăţare 233
6.4.5. Proiectul de lecţie 244
6.5. Rezumat 264
6.6. Test de autoevaluare 265
6.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 265
Temă de control 2 265
Unitatea de învăţare 7. **Abordarea interdisciplinară a lecţiilor de matematică în învăţământul preuniversitar**
7.1. Introducere 266
7.2. Competenţe 266
7.3. Precizări conceptuale 267
7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învăţământul preuniversitar 269
7.5. Probleme de matematică al căror conţinut vizează cunoştinţe ale altor disciplin 280
7.6. Discipline opţionale intercurriculare 282
7.7. Utilizarea interdisciplinarităţii la matematică – premisă a cultivării creativităţii elevilor 292
7.8. Rezumat 293
7.9. Test de autoevaluare 294
7.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 294
Unitatea de învăţare 8. **Succesul şi insuccesul şcolar. Activitatea suplimentară la matematică**
8.1. Introducere 295
8.2. Competenţe 295
8.3. Delimitări coceptuale 296
8.4. Insuccesul şcolar 297
8.4.1. Factorii insuccesului şcolar 297
8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului şcolar 299
8.5. Activitatea suplimentară la matematică 307
8.5.1. Activitatea ajutătoare şi recuperatoare 307
8.5.2. Performanţa în matematică. Cercurile de matematică.Concursurile şcolare 308
8.5.3. Bibliografia suplimentară 318
8.6. Rezumat 320
8.7. Test de autoevaluare 320

8.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 320

Unitatea de învăţare 9. **Diferenţiere şi individualizare la matematică**
9.1. Introducere 321
9.2. Competenţe 322
9.3. Problematica elevilor integraţi 322
9.4. Modalităţi de diferenţiere şi individualizare în munca cu elevii în cadrul lecţiilor de matematică 323
9.4.1. Educaţia diferenţiată şi individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătăţirea performanţelor şcolare 323
9.4.2. Valenţe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală şi pe grupe 328
9.5. Rezumat 343
9.6. Test de autoevaluare 343
9.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 343
Temă de control 3 343

Unitatea de învăţare 10. **Probleme specifice ale predării-învăţării matematicii în condiţiile muncii simultane**
10.1. Introducere 344
10.2. Competenţe 344
10.3. Elemente de planificare, proiectare şi organizare a activităţii simultane 345
10.3.1. Particularităţile procesului de predare-învăţare în învăţământul simultan 345
10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor 346
10.3.3. Planificarea activităţii didactice 349
10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecţie 353
10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor 357
10.5.1. Importanţa activităţii independente 357
10.5.2. Cerinţe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor 357
10.5.3. Forme de activitate independentă 359
10.5.4. Controlul şi evaluarea activităţii independente 363
10.6. Rezumat 364
10.7. Test de autoevaluare 364
10.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 364

Bibliografie 365

Introducere

Lucrarea este destinată în principal studenţilor din anul II de la Facultatea de Psihologie şi Ştiinţele Educaţiei- Modulul Pedagogic, care se pregătesc să devină profesori pentru învăţământul preuniversitar, atât la forma învăţământ-zi, cât şi la cea la distanţă. Volumul are şi un caracter post-universitar, dorind să fie util profesorilor ce îşi pregătesc examene de definitivat sau de grad II, precum şi tuturor acelora care doresc să-şi confrunte propria experienţă cu ideile vehiculate în text sau celor interesaţi de învăţământul preuniversitar. Parcurgerea lucrării poate avea ca rezultat şi modelarea unor lucrări de grad I.

Acest curs reprezintă un ghid practic, care include noţiunile, rezultatele teoretice de bază, precum şi tipurile de probleme care apar în cadrul disciplinei: **DIDACTICA MATEMATICII.** Scopul lucrării de faţă este să-i familiarizeze pe cei interesaţi cu cele mai importante probleme legate de predarea-învăţarea-evaluarea matematicii în învăţământul preuniversitar.

Cunoştinţele prezentate în acest curs sunt fundamentale pentru pregătirea studenţilor atât prin contribuţia adusă la definirea unei gândiri riguroase a fiecărui student, dar şi prin aceea că ele îşi găsesc în întregime aplicabilitate în practică.

Lucrarea a fost scrisă astfel ca limbajul, noţiunile şi unităţile de învăţare să fie în concordanţă cu programa analitică actuală a cursului de: **DIDACTICA SPECIALITĂŢII.**

Materialul lucrării este scris în format ID, fiind structurat în 10 unităţi de învăţare aflate în succesiune logică.

Paragrafele teoretice sunt susţinute de numeroase exemple, de probleme rezolvate prezentate şi organizate în conformitate cu programele şcolare pentru clasele V-VIII, respectiv IX-XII, planuri de lecţie, fişe de lucru, probe de evaluare, matrice de evaluare, exemple de metode interactive, etc., care dau posibilitatea aprofundării noţiunilor cuprinse în paragraful respectiv.

Deoarece unele dintre paragrafele teoretice au necesitat o mai bogată exemplificare, s-au obţinut câteva unităţi de învăţare cu un număr mai mare de pagini.

Obiectivele cursului

Obiectivul general

Explicarea cunoştinţelor de bază din domeniul DIDACTICII MATEMATICII şi aplicarea cunoştinţelor dobândite în rezolvarea unor probleme bine definite.

Obiectivele specifice

Selectarea şi explicarea din matematica-ştiinţă a conceptelor, rezultatelor şi ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor, cu indicarea tiparelor de gândire matematică accesibile acestora.

Explicarea, exemplificarea şi aplicarea metodologiei predării-învăţării principalelor conţinuturi matematice elevilor.

Identificarea problemelor specifice ale predării - învăţării matematicii în condiţiile muncii simultane.

Analizarea locului şi rolului mijloacelor de învăţământ în conştientizarea noţiunilor matematice.

Prezentarea şi exemplificarea metodelor şi tehnicior de evaluare a activităţii matematice a elevilor.

Precizarea şi exemplificarea elementelor de proiectare didactică la matematică.

Investigarea modului în care cunoştinţele matematice devin utile altor discipline şi reciproc.

Descrierea şi exemplificarea metodelor utilizate la matematică.

Identificarea succesului şi insuccesului şcolar, prevenirea şi combaterea dificultăţilor de învăţare la matematică.
Stabilirea modului de organizare a studiului individual al elevilor, cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme.

Stabilirea modului de organizare a unor activităţi din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade.
Întocmirea de fişe de lucru diferenţiate şi individualizate la matematică.

Competenţe conferite
După parcurgerea şi asimilarea materialului studentul va fi capabil:
Competenţe cognitive:.
- să-şi formeze capacitatea de a selecta din matematica-ştiinţă a conceptelor, rezultatelor şi ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor şi preşcolarilor, urmată de organizarea lor pe anumite trepte de activitate şi prin anumite grade de rigoare şi complexitate;
- să-şi formeze capacitatea de a indica tiparele de gândire matematică accesibile elevilor;
- să-şi formeze capacitatea de a explica, exemplifica şi de a aplica metodologia predării-învăţării principalelor conţinuturi matematice elevilor;
- să-şi formeze capacitatea de a stabili locul şi rolul mijloacelor didactice specifice lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar;
- să-şi formeze capacitatea de a stabili mijloacele specifice de control a activităţii matematice a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului la învăţătură;
- să-şi formeze capacitatea de a folosi creator cunoştinţele expuse în această carte, în activitatea de proiectare, organizare şi desfăşurare a unei lecţii de matematică în învăţământul simultan şi în cel normal;
- să-şi formeze capacitatea de a investiga modul în care cunoştinţele matematice devin utile altor discipline şi reciproc;
- să-şi formeze capacitatea de a descrie şi exemplifica metodele utilizate la matematică;
- să-şi formeze capacitatea de a identifica succesul şi insuccesul şcolar, de a preveni şi combate dificultăţile de învăţare la matematică;
- să-şi formeze capacitatea de a stabili modul de organizare a studiului individual, cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme;
- să-şi formeze capacitatea de a stabili modul de organizare a unor activităţi din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade;
- să-şi formeze capacitatea de a întocmi fişe de lucru diferenţiate şi individualizate la matematică.

Competenţe practic aplicative:
- să-şi formeze capacitatea de a opera şi de a pune în practică cunoştinţele acumulate, atât la disciplinele de specialitate utilizatoare ale noţiunilor cât şi în exemple simple.

Competenţe de comunicare şi relaţionare:
- să-şi formeze o gândire logică;
- să-şi formeze un limbaj matematic adecvat;
- să-şi dezvolte capacitatea de analiză şi sinteză;
- să-şi formeze capacitatea de analiză / autoanaliză a activităţilor metodice asistate/ realizate.

Resurse şi mijloace de lucru

Vom insista asupra modului de parcurgere eficientă a acestui curs.

Conţinutul fiecărui paragraf al unei unităţi de învăţare este întrerupt de diverse sarcini de lucru. Acestea sunt anunţate printr-o imagine sugestivă şi au titlul **„TO DO”**. Este indicat rezolvarea cu consecvenţă a cerinţelor formulate în sarcinile de lucru, imediat după parcurgerea conţinuturilor tematice şi a exemplelor sau a exerciţiilor rezolvate, intitulate sugestiv **„Exemple”**. În finalul fiecărui paragraf al unei unităţi de învăţare se găseşte rubrica : **“Să ne reamintim...”**.

Fiecare unitate de învăţare conţine un **test de autoevaluare**, care permite cititorului să verifice singur calitatea însuşirii cunoştinţelor studiate. În cazul apariţiei unor neclarităţi în legătură cu rezolvarea testelor de autoevaluare se pot folosi răspunsurile şi sugestiile de rezolvare ale acestora, care se află la sfârşitul fiecărui test de autoevaluare. Dacă neclarităţile persistă este indicat a se lua legătura cu tutorele, la una dintre întâlnirile prevăzute prin calendarul disciplinei.

În scopul parcurgerii eficiente a materialului este necesară existenţa unor mijloace sau instrumente de lucru. Astfel sunt necesare:

ca mijloc informatic:

- calculator având acces la internet;

ca instrumente de lucru:

- manuale şcolare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII
- Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Tineretului, Consiliul Naţional pentru Curriculum. Programe şcolare. Matematică, Bucureşti, 2009(V-VIII), 2009(IX), 2004(X), 2006(XI-XII).- culegere de fişe de evaluare la matematică;
- culegere de probleme de matematică;

-calculator de buzunar, riglă, compas, echer, carton, hârtie colorată, creioane colorate, etc.

Structura cursului

Principiul care a stat la baza structurării lucrării constă în prezentarea problemelor metodice care se pot conecta la conţinuturile esenţiale ale lecţiilor de matematică ale şcolarilor din clasele V-XII, astfel încât în conţinutul cărţii se regăsesc următoarele unităţi de învăţare:

UI.1. Obiectul şi principiile didacticii matematicii.
UI.2. Metodologia rezolvarii şi compunerii de probleme.
UI.3. Metode de predare-învăţare a matematicii în şcoală.
UI.4 Mijloace didactice utilizate în lecţia de matematică.
UI.5. Evaluarea în cadrul lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar
UI.6. Elemente de proiectare didactică la matematică.
UI.7.Abordarea interdisciplinară a lecţiilor de matematică în învăţământul preuniversitar.
UI.8. Succesul şi insuccesul şcolar. Activitatea suplimentară la matematică.
UI.9. Diferenţiere şi individualizare la matematică.
UI.10. Probleme specifice ale predării - învăţării matematicii în condiţiile muncii simultane.

Fiecare **unitate de învăţare** are ca elemente constitutive: **titlul unităţii, cuprinsul unităţii, o introducere, competenţele unităţii de învăţare, durata medie de parcurgere a unităţii de învăţare, conţinutul unităţii de învăţare, rezumatul**,

testul de autoevaluare cu răspunsuri şi indicaţii.

Unităţile de învăţare numărul: 4, 6, 9 conţin în plus câte o **temă de cotrol.**

Punctajul propus pentru evaluarea fiecărei teme de control se află menţionat după enunţul subiectelor.

Cele trei teme de control, rezolvate, vor fi transmise tutorelui.

Rezultatele obţinute de către studenţi la temele de control, vor fi încărcate pe platforma eLearning a Universităţii "Transilvania" Braşov, până la o dată prestabilită.

Cerinţe preliminare

Teoria şi metodologia curriculumului.
Pedagogie.
Matematică-clasele I-IV.
Teoria şi metodologia instruirii.
Teoria şi metodologia evaluării.
Psihopedagogia copiilor cu dificultăţi de învăţare.

Discipline deservite

Matematică.
Practică de specialitate.
Cercetare pentru licenţă.
Pregătire lucrare licenţă.

Durata medie de studiu individual

Parcurgerea de către studenţi a aspectelor teoretice şi a exemplelor unităţilor de învăţare ale lucrării intitulate: **DIDACTICA MATEMATICII** se poate face în 2 sau 3 ore pentru fiecare unitate.

Evaluarea

Pentru disciplina **DIDACTICA MATEMATICII,** evaluarea are două componente: **evaluarea continuă şi evaluarea finală.**

Evaluarea continuă va fi făcută pe baza celor trei teme de control (notate de tutore) . Punctajul propus pentru notarea fiecărei teme se află menţionat după enunţul subiectelor.

Nota obţinută la fiecare temă de control, reprezintă câte **15 %** din nota finală.

Evaluarea finală pentru acest curs este examenul scris.

Nota obţinută la examenul scris, reprezintă **55%** din nota finală.

NU EZITAŢI SĂ LUAŢI LEGĂTURA CU TUTORELE PENTRU A OBŢINE ALTE INDICAŢII SAU PRECIZĂRI, SAU PENTRU A DEPĂŞI EVENTUALELE BLOCAJE ÎN ÎNVĂŢARE !

Lucrarea: DIDACTICA MATEMATICII reprezintă portofoliul de evaluare al autorului, în cadrul PROIECTULUI: POSDRU 87/13/S/63709 "Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învăţământul superior".

Chestionar evaluare prerechizite

1. Ce calităţi ar trebui să aibe profesorul desăvârşit?
2. Cum ar trebui organizat şi ce ar trebui să conţină manualul de matematică ideal?
3. Care este importanţa întocmirii cu seriozitate a proiectelor de lecţie, în scopul reuşitei lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar?
4. Consideri utilă proiectarea unităţilor de învăţare? Dar întocmirea planificării anuale?
5. Enumeră şi explică etapele unei lecţii.
6. Consideri necesară utilizrea materialului didactic în cadrul lecţiei de matematică? De ce?
7. Prezintă cinci modalităţi de cultivare a creativităţii elevilor în cadrul lecţiilor de matematică.
8. Enumeră cel puţin trei valenţe formative ale activităţilor rezolutive.
9. Rezolvă prin două metode aritmetice speciale următoarea problemă:
   În vederea organizării unei conferinţe, se lucrează la aşezarea scaunelor într-o sală pentru a acoperi numărul invitaţilor. În acest scop s-a făcut calcululcă dacă se pun câte 24 de scaune pe rând, nu vor mai avea loc 36 de spectatori. Dacă se pun câte 28 de scaune pe rând, numărul rândurilor rămânând acelaşi, atunci ultimul rând va rămâne neocupat, iar în penultimul se vor aşeza numai 8 persoane. Pentru câţi spectatori s-au pregătit locuri? Pe câte rânduri se proiectează aşezarea scaunelor?
10. Precizează locul şi rolul evaluării performanţelor şcolare în cadrul procesului instructiv-educativ.

Unitatea de învăţare 1. Obiectul şi principiile didacticii matematicii

Cuprins

1.1. Introducere 12
1.2. Competenţe 12
1.3. Aspecte istorice 12
1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii 14
1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii 16
1.6. Principiile didacticii 16
1.6.1 Principiul psihogenetic al stimulării şi accelerării dezvoltării stadiale a inteligenţei 17
1.6.2. Principiul învăţării prin acţiune 19
1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiţie a creşterii randamentului şcolar la matematică 19
1.6.2.2. Exigenţe ale activizării elevilor la matematică 20
1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică 21
1.6.3. Principiul construcţiei componenţiale şi ierarhice ale structurilor inteligenţei 21
1.6.4. Principiul stimulării şi dezvoltării motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii 22
1.6.5. Principiul formării şi dezvoltării capacităţii de creaţie a elevilor prin învăţarea matematicii 23
1.7. Rezumat 24
1.8. Test de autoevaluare 24
1.9. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 24

1.1. Introducere

În studiul disciplinelor care contribuie la formarea viitorului profesor pentru învăţământul preuniversitar, un rol aparte este jucat de disciplina: Didactica matematicii. Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu obiectul de studiu al acestei discipline şi cu principiile didacticii.

1.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
- să prezinte aspecte istorice referitoare la metodica/didactica matematicii;
- să definească obiectul metodicii/didacticii predării matematicii;
- să explice importanţa studierii acesteia;
- să enumere sarcinile metodicii predării matematicii.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

1.3. Aspecte istorice

Termenul de didactica provine din limba greacă ("didaske-didaskein" - a învăţa pe alţii, “didactikos” – instrucţie, instruire, “didactike” – arta învăţării).

J. A. Comenius (1592-1670) este considerat fondatorul didacticii, părintele didacticii moderne. În lucrarea sa "Didactica Magna" (1657), Comenius a definit didactica ca fiind "arta

universală de a învăţa pe toţi totul", elaborând de asemenea un plan de învăţământ, programe şcolare, introducând vacanţele, expesia de: an şcolar, fixând data începerii şcolii la 1 septembrie, din preocupările sale făcând parte şi: obiectivele principiile, conţinutul, metodele şi formele de organizare ale activităţii instructiv-educative.

Fondatorul pedagogiei ca ştiinţă, ***J. F. Herbart*** (1776-1841), psiholog şi filozof german, a continuat ideile pedagogice ale lui Comenius, elaborând o teorie a interesului, considerând învăţământul veriga cea mai importantă a educaţiei şi elaborând un algoritm procedural folositor procesului de predare-învăţare a cunoştinţelor.

Un alt mare pedagog***: I. G. Prestalozzi*** (1746-1827), autor şi al lucrării: Studierea intuitivă a numărului, a dat prin lucrările sale o deschidere dezvoltării pedagogiei.

Termenul de "metodica matematicii" a fost propus de ***F.Diesterveg*** (1790-1866) în anul 1836.

Datând de la apariţia matematicii, papirusurile egiptene rămase constituiau un fel de manuale pentru şcolile de scribi. Astfel din cele două fragmente de papirusuri (papirusul Rhind la Londra şi papirusul de la Moscova) se pot trage unele concluzii de natură metodică: (Banea, H., 1998, p.13-14)

1. Există o sistematizare a conţinutului. De exemplu în papirusul Rhind problemele sunt grupate după conţinut în: probleme de aritmetică, de calculul ariilor şi volumelor, cu caracter aplicativ.
2. Nu figurează formule generale ci toate procedeele sunt date pe cazuri concrete sub forma unui reţetar, de exemplu: "modul de calcul al piramidei fără vârf (adică un trunchi de piramidă căruia i se cere volumul").
3. Apar primele elemente ale stilului "şcolar", adică probleme artificiale cu rol de antrenament.

Consideraţii analoage s-ar putea face şi despre matematica babiloniană. Din cele vreo 20000 de tăbliţe de lut ars scrise cu cuneiforme şi având conţinut matematic s-au descifrat doar o mică parte. Exista şi aici o şcoală numită: "casa tăbliţelor" în care principala preocupare era calculul, socotitul şi evidenţa. Elevul transcria pe tăbliţe modele de exerciţii şi apoi tăbliţele erau aruncate.

Repere din matematica hindusă: existenţa manualelor ca Suliva-sutra (regulile funiei), conţinând reguli de calcul date în strofe scurte care se învăţau pe de rost.În "demonstraţiile" geometrice, figurează foarte des pe lângă desen doar indicaţia : priveşte! (Banea, H., 1998, p.14)

Repere ale "metodicii" din Grecia Antică ar fi:

1. Promotorul principal al dialogului euristic a fost ***Socrat***e.
2. Se apreciază că: colecţia de rezultate (formule, rezultate empirice, procedee) din toată Antichitatea, s-a transformat în ştiinţă atunci când s-a introdus demonstraţia.
3. ***Elementele*** lui ***Euclid*** stau până în ziua de azi la baza manualelor de geometrie din învăţământul preuniversitar.

În ţara noastră, preocupări didactice au avut majoritatea matematicienilor români. Astfel:

1. ***G. Ţiţeica*** a scris în 1904 renumita ***Culegere de probleme de geometrie*** , din care lucrează elevii şi în ziua de azi.
2. ***T. Lalescu*** a publicat cartea de geometrie elementară ***Geometria triunghiului.***

Gazeta matematică (după 1948) conţine numeroase articole metodice.

Pe plan mondial, didacticile disciplinelor de învăţământ au apărut după anul 1970.

În România, primul curs de Didactica matematicii a fost scris de ***F. Cârjan*** în 2002.

Găseşte o altă informaţie referitoare la istoria metodicii predării matematicii.

R: Resurse - Internetul.

Să ne reamintim...
Termenul de didactica provine din limba greacă ("didaske-didaskein"
- a învăţa pe alţii, "didactikos" – instrucţie, instruire, "didactike" – arta învăţării).
J. A. Comenius (1592-1670) este considerat fondatorul Didacticii. În lucrarea sa "Didactica Magna" (1657), Comenius a definit didactica ca fiind "arta universală de a învăţa pe toţi totul.

1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii

Prin ***metodică*** se înţelege acea parte a didacticii generale care tratează despre principiile şi regulile de predare proprii fiecărui obiect de studiu.

Metodica predării matematicii este o disciplină de graniţă între matematică, pedagogie şi psihologie. Obiectul ei de studiu se conturează din analiza relaţiilor ei cu matematica şi pedagogia. ***Metodica predării matematicii studiază învăţământul matematic sub toate aspectele: conţinut, metode, forme de organizare*** etc.

Metodica predării matematicii trebuie să indice cum să se organizeze predarea-învăţarea eficientă a noţiunilor de aritmetică, algebră, geometrie şi analiză din învăţământul preuniversitar. Matematica constituie conţinutul asupra căruia metodica predării îşi exersează metodele. Ea devine specifică acestui conţinut. Astfel ea devine o disciplină matematică.

Se încetăţeneşte tot mai mult şi termenul de ***metodologie didactică***, înţeleasă ca ştiinţă a metodelor utilizate în procesul de învăţământ, ca teorie a naturii, locului şi a strategiilor, metodelor, tehnicilor şi procedeelor întrebuinţate în predare şi învăţare.

Metodologia învăţământului matematic are ca obiect analizarea legităţilor procesului studierii matematicii în şcoală, cu toate implicaţiile informative şi formative ale acestei activităţi. Ea are o triplă valenţă: ***teoretică,*** de fundamentare prin cercetare şi explicare logico-ştiinţifică şi didactică a procesului învăţării matematicii; ***practică-aplicativă***, de fundamentare a bazelor elaborării normelor privind organizarea şi conducerea ştiinţifică a activităţii de învăţare a matematicii; ***de dezvoltare, creare şi ameliorare continuă*** a demersurilor şi soluţiilor metodice specifice acestei activităţi, în vederea obţinerii unei eficienţe tot mai înalte.

Pe baza cunoaşterii celor doi factori principali, matematica şi copilul, ***metodica predării-învăţării matematicii analizează*** metodele şi procedeele: ***obiectivele, conţinuturile, strategiile didactice, mijloacele de învăţământ folosite, formele de activitate şi de organizare a elevilor, modalităţile de evaluare a randamentului şi progresului şcolar, bazele cultivării unor repertorii motivaţionale favorabile învăţării matematicii***. *Ea îşi propune totodată,* ***să ofere alternative teoretico-metodologice, norme şi modele posibile de lucru, care să asigure optimizarea învăţământului matematic***.(Lupu, C., Săvulescu, D., 2000)

Didactica matematicii sau, cum mai este cunoscută, ***didactica învăţământului matematic***, reprezintă acea disciplină care se ocupă cu modelarea temelor predării - învăţării matematicii, la toate nivelurile de învăţământ, din perspectiva cercetărilor: ***matematice, pedagogice, psihologice, sociologice, filosofice, epistemologice,*** dar şi a experienţei muncii de la catedră. În consecinţă, ***didactica matematicii*** se înfăţişează ca o ştiinţă interdisciplinară, care reprezintă, în plan teoretic şi practic, pe de o parte, aplicarea didacticii la predarea - învăţarea matematicii ca obiect de învăţământ, şi, pe de altă parte, care studiază acest proces cu tot ceea ce implică el, analizând toate aspectele calitative şi cantitative ale lui, aspecte generate de structura specifică a conţinutului noţional matematic ce se doreşte a fi predat în şcoală. Ea are ca sferă de cuprindere ansamblul componentelor actului predării - învăţării matematicii, cu scopul transmiterii şi dobândirii cunoştinţelor de matematică, ca adevăruri certe, consemnate de matematica - ştiinţă, precum şi a priceperilor

şi deprinderilor de a le aplica în diverse situaţii practice (matematizarea unor situaţii cotidiene sau rezolvarea de exerciţii şi / sau probleme aplicative - atât la matematică**,** cât şi la alte discipline şcolare). Din această perspectivă, ***didactica matematicii*** apare ca un ansamblu de pârghii prin care se lărgeşte orizontul de cunoaştere al elevilor, formându-le capacităţi, priceperi, deprinderi şi cultivându-le convingeri, atitudini şi sentimente la / faţă de matematică**.** (Vălcan, D., T., 2012, II, p. 3)

Materialele Ministerului Educaţiei şi Cercetării (Iucu, R., Pânişoară, I., Gliga, L., (coord.), 1999, apud Vălcan, D., T., 2012, II, p. 3.) propun schimbarea denumirii de ***metodică*** în cea de ***didactică*** a disciplinei de învăţământ. Justificarea acestei schimbări o găsim în următoarele consideraţii:

-Prin fundamentele sale o metodică este preponderent o pedagogie aplicată la disciplina de învăţământ care se predă în şcoală, ea preocupându-se mai mult de organizarea situaţiilor de învăţare şi de relaţia profesor - elev;

-Fundamentele didacticii specialităţii sunt însă epistemologice şi psihologice, aceasta preocupându-se prioritar de relaţia elevului şi a profesorului cu cunoştinţele care fac obiectul învăţării şi mai puţin de organizarea situaţiilor de învăţare.

Exemplu: ***Metodica predării matematicii*** se preocupă de:

-inventarierea şi structurarea conţinutului noţional matematic;
-obiectivele predării - învăţării matematicii în şcoală;
-strategiile şi modurile de evaluare a rezultatelor şcolare la matematică;
-structurarea unui proiect didactic.

Toate aspectele menţionate sunt abordate cu referire la conţinutul ştiinţific al matematicii. ***Didactica matematicii*** se preocupă însă, în primul rând, de modul ştiinţific de gândire, de metoda ştiinţifică de investigare a realităţii - pentru a urmări felul în care elevii, la o anumită vârstă şcolară, sunt capabili să înţeleagă raţionamentele matematicianului şi să utilizeze metoda ştiinţifică în construirea propriului sistem de cunoştinţe. Ea se centrează, de asemenea, asupra analizei unui conţinut ştiinţific studiat, pentru identificarea unui registru optim de abordare a acestuia, ţinând seama de:

-vârsta şcolară,
-cunoştinţele anterioare,
-interesele elevului, etc.

În condiţiile în care ***didactica matematicii*** are ca obiect de studiu perfecţionarea procesului de predare - învăţare a acestei discipline şcolare de către viitorii şi actualii profesori, tematica sa evidenţiază şi următoarele aspecte:

-dificultăţile specifice de învăţare a unui conţinut ştiinţific;
-tehnicile de investigare a acestor dificultăţi;
-strategiile punctuale, eficiente în depăşirea dificultăţilor.

Reforma învăţământului, înregistrată pe plan mondial, impune reconsiderarea raportului predare - învăţare. Se subliniază astfel că rolul profesorului nu este acela de a comunica elevului cunoştinţe, ci de a-l asista în procesul învăţării. La această paradigmă se aliniază şi învăţământul românesc. (Vălcan, D., T., 2012, II, p. 4)

Motivează de ce metodica predării matematicii devine o disciplină matematică.

R: Deoarece matematica constituie conţinutul asupra căruia metodica predării îşi exersează metodele, atunci aceasta se adaptează şi devine specifică acestui conţinut.

Să ne reamintim...

- ***Metodica predării matematicii*** studiază învăţământul matematic sub toate aspectele: conţinut, metode, forme de organizare etc.
- ***Metodica predării-învăţării matematicii*** analizează în spiritul logicii ştiinţelor moderne: obiectivele, conţinuturile, metodele şi procedeele şi mijloacele de învăţământ folosite, formele de activitate şi de organizare a elevilor, modalităţile de evaluare a randamentului şi progresului şcolar, bazele cultivării unor repertorii motivaţionale favorabile învăţării matematicii.
- ***Didactica matematicii*** sau, cum mai este cunoscută, ***Didactica învăţământului matematic***, reprezintă acea disciplină care se ocupă cu modelarea temelor predării - învăţării matematicii, la toate nivelurile de învăţământ, din perspectiva cercetărilor: ***matematice, pedagogice, psihologice, sociologice, filosofice, epistemologice,*** dar şi a experienţei muncii de la catedră.

1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii

Principalele sarcini ale metodicii predării matematicii sunt:

-selectarea din matematica-ştiinţă a conceptelor, rezultatelor şi ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor, urmată de organizarea lor pe anumite trepte de atractivitate şi prin anumite grade de rigoare şi complexitate;

-identificarea principalelor trăsături, instrumente, metode şi aplicaţii, caracteristice diferitelor discipline matematice şi indicarea tiparelor de gândire matematică accesibile elevilor la diferite vârste;

-investigarea modului în care cunoştinţele matematice devin utile altor discipline;

-detalierea metodologică a fiecărei teme de studiu indicând căile potrivite pentru explicarea ei cât mai accesibilă;

-stabilirea mijloacelor specifice de control a activităţii matematice a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului de învăţare;

-indicarea modului de organizare a studiului individual cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme, a unor activităţi din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade;

-stabilirea liniilor directoare în organizarea procesului predării-învăţării matematicii.(Lupu, C., Săvulescu, D., 2000)

Explică zicala:" Este o profesoară înnăscută, nu făcută! "

R: Prezintă cel puţin cinci idei.

1.6. Principiile didacticii matematicii (Vălcan, D., T., 2012)

Principiile didacticii matematicii, într-un fel, desprinse din principiile didacticii generale şi încorporate în învăţământul matematic, sunt idei fundamentale, norme generale, care stau la baza proiectării, organizării, desfăşurării şi evaluării tuturor activităţilor de predare - învăţare a matematicii în şcoală, în vederea atingerii optime a obiectivelor impuse de societate sau propuse de profesor.

Fiind ştiinţific fundamentate, pe date experimentale psihopedagogice şi gnoseologice, principiile didacticii matematicii servesc drept îndrumar în proiectarea, organizarea, realizarea şi evaluarea întregului proces de predare - învăţare a matematicii în şcoală.

Ca şi principiile didacticii generale, şi principiile didacticii matematicii au un caracter general - normativ, sistemic - interacţionist şi dinamic - deschis.

a) Caracterul general - normativ al acestor principii rezultă din bazele lor legice, explicative, fundamentate epistemologic, psihologic şi psihosocial, precum şi din esenţializarea lor. Astfel, ele vizează toate componentele funcţionale ale învăţământului matematic, şi sunt aplicabile în procesul de predare - învăţare a matematicii la toate subramurile acesteia predate în şcoală (algebră; analiză matematică; geometrie plană, în spaţiu sau analitică; trigonometrie), în toate activităţile didactice (lecţii, cercuri, consultaţii, meditaţii, concursuri, olimpiade, ş.a.), şi la toate nivelurile de şcolarizare.

Caracterul normativ al principiilor didacticii matematicii rezidă în funcţia lor orientativă şi reglatoare, care îşi găseşte ecou în stabilirea obiectivelor, în structura conţinutului noţional matematic ce trebuie predat în şcoală, în alegerea formelor de realizare a procesului de predare - învăţare, în stabilirea şi aplicarea strategiilor didactice (prin îngemănarea optimă a unor seturi de metode de predare - învăţare cu cele mai moderne mijloacele tehnice de instruire), precum şi în realizarea verificării şi evaluării randamentului şcolar al elevilor la matematică. Astfel, se poate spune că proiectarea optimă a unei lecţii de matematică este un act de creaţie (al profesorului de matematică), act direcţionat de principiile didacticii matematicii, principii care exprimă cerinţele şi condiţiile interne şi externe ale învăţării matematicii, care sintetizează cele mai recente date ştiinţifice implicate în explicarea procesului de predare - învăţare a acestei discipline şcolare.

b) Caracterul sistemic - interacţionist al principiilor didacticii matematicii rezultă din faptul că ele exprimă cerinţele fundamentale - de nuanţă normativă - ale predării - învăţării matematicii, din potenţialul interdisciplinar, caracterul deschis şi aplicaţiile în şcoală ale conţinutului noţional matematic. Astfel, principiile didacticii matematicii reprezintă un sistem de norme între care există strânse interrelaţii. Încălcarea unui anumit principiu poate duce la anularea sau atenuarea efectelor celorlalte. De asemenea, aplicarea adecvată a principiilor didacticii matematicii trebuie văzută în interrelaţie cu toate componentele procesului de predare - învăţare a matematicii, pe baza unei abordări sistemice.

Înţelegând caracterul sistemic - interacţionist al principiilor didacticii matematicii, profesorii de matematică îşi pot conştientiza faptul că aceste principii au şi un caracter dinamic şi deschis, deci ele nu sunt rigide şi nu împiedică manifestarea creativităţii lor în proiectarea, organizarea, desfăşurarea şi evaluarea procesului de predare - învăţare a matematicii în şcoală.

c) Caracterul dinamic - deschis al principiilor didacticii matematicii este determinat de cerinţele noi ale dezvoltării societăţii, de progresele realizate în didactica matematicii, toate acestea fiind raportate la scopul general al procesului instructiv - educativ prin matematică:

-formarea şi dezvoltarea gândirii matematice şi trecerea treptată de la gândirea matematică spre o matematică a gândirii.

Numărul acestor principii nu este fix, el depinzând de restructurarea conţinutului noţional matematic la un moment dat.

În continuare se trec în revistă cele mai importante cinci principii ale didacticii matematicii, relevând importanţa acestora pentru formarea şi dezvoltarea culturii matematice şcolare.

1.6.1. Principiul psihogenetic al stimulării şi accelerării dezvoltării stadiale a inteligenţei

Se ştie că inteligenţa se formează şi se dezvoltă stadial, datorită schimburilor sistematice pe care le are omul cu mediul socio – cultural, educaţional, prin procesul de asimilare – acomodare - echilibrare de nuanţă progresivă. Conform lui Piaget, inteligenţa este un concept operaţional utilizat pentru desemnarea formelor superioare de organizare a structurilor cognitive, structuri care se formează şi se succed după o lege de dezvoltare, proprie fiecărei persoane, astfel încât fiecare dintre ele să asigure un echilibru cât mai larg şi cât mai stabil, proceselor şi operaţiilor mintale care au

apărut în stadiile anterioare.

Aşadar, inteligenţa este o calitate a personalităţii în care se reflectă particularităţile pozitive ale gândirii şi ale celorlalte procese psihice.

Principiul psihogenetic al stimulării şi accelerării dezvoltării stadiale a inteligenţei este într-o legătură strânsă, şi permanentă, cu principiul ipotezei optimiste în activitatea instructiv - educativă, precum şi cu principiul abordării diferenţiate şi individualizate a elevilor, în această activitate.

Pentru optimizarea procesului de predare – învăţare a matematicii, profesorii (de matematică) trebuie să cunoască trăsăturile esenţiale ale structurii şi funcţionalităţii inteligenţei în cadrul diferitelor stadii psihogenetice (de dezvoltare), şi că apelând la metodele didacticii activizante, se poate grăbi trecerea de la un stadiu psihogenetic de dezvoltare la cel următor. De asemenea este bine să se ştie că modificarea structurilor mintale ale elevului se face într-un timp optim, apelându-se la metodele activ - participative şi la tipurile de învăţare care predomină la o anumită vârstă şcolară, şi care au o maximă funcţionalitate şi eficienţă, prin realizarea unor activităţi diferenţiate.

Acest principiu determină modul de predare - învăţare a matematicii: intuitiv, intuitivo - deductiv, deductiv, la o anumită vârstă şcolară. Astfel, învăţarea intuitivă, prin acţiuni concrete, prin manipularea obiectelor, prin sprijinirea operaţiilor mintale pe operarea cu reprezentări, este caracteristică elevilor a căror gândire se află în stadiul operaţiilor concrete (6/7 - 11/12 ani). Învăţarea intuitivo - deductivă, prin problematizare, îndeosebi pe căi predominant euristice, prin implicarea reflexiei personale, pe baza analizei şi sintezei, îngemănate cu abstractizarea şi generalizarea, caracterizează elevii a căror gândire se află în stadiul operaţiilor formale, logico - matematice (după vârsta de 12 ani). Învăţarea pur deductivă a Matematicii, în şcoală, caracterizată printr-un înalt grad de abstractizare şi generalizare se pretează elevilor afaţi în stadiul consolidării gândirii abstracte (după vârsta de 16 ani).

Desigur că realizarea unei corespondenţe între stadiile psihogenetice de dezvoltare a inteligenţei şi tipurile de învăţare a matematicii, nu implică imposibilitatea folosirii unui anumit tip de învăţare la o vârstă mai mică, dacă se apelează la o metodologie adecvată şi se ţine cont de principiul accesibilităţii conoştinţelor şi deprinderilor (principiu care realizează diferenţierea şi individualizarea procesului de predare - învăţare). Respectarea acestui principiu presupune o selecţionare şi o gradare a cunoştinţelor predate şi a exerciţiilor şi problemelor aplicative care conduc la formarea unor priceperi şi deprinderi intelectuale sau psihomotorii, astfel încât acestea să fie accesibile elevilor unei clase (desigur printr-un efort gradat, sub îndrumarea profesorului şi prin activarea potenţialului intelectual şi creativ al elevilor).

Profesorul nu trebuie să aştepte pasiv momentul apariţiei capacităţilor intelectuale de asimilare a unor cunoştinţe matematice, ci acest moment trebuie provocat, trebuie creat. Se apreciază, astăzi, că orice temă din programa de matematică poate fi predată efectiv într-o formă intelectuală corectă, oricărui copil, la orice vârstă, dar prezentată în forme care să pună accent fie pe acţiuni obiectuale, fie pe imagini, fie pe mijloace verbale. În acelaşi timp, după cum se ştie, elevii pot avea ritmuri diferite de dezvoltare fizică şi / sau intelectuală, funcţie atât faţă de potenţialităţile înnăscute, cât şi de calitatea condiţiilor instructiv - educative, de gradul adecvării activităţilor formative desfăşurate de ei. Se impune, deci, individualizarea predării - învăţării Matematicii în şcoală, creându-se astfel condiţiile ca fiecare elev să se dezvolte, pe cât posibil, în ritm propriu, activându-i însă potenţialităţile reale şi valorificându-le la maxim. Pe fondul luării în considerare a particularităţilor de vârstă şi a celor individuale, se pot îngemăna activităţile şi strategiile didactice realizate cu întreaga clasă de elevi, cu activităţi şi strategii diferenţiate - pe grupe de nivel şi cu cele individualizate, toate vizând, mai ales, aspectul formativ al învăţământului matematic.

Condiţiile optime de mediu socio - cultural, de instrucţie şi educaţie familiară şi şcolară, utilizarea unor metode activizante, precum şi a instruirii diferenţiate, pot accelera mersul dezvoltării intelectuale a elevilor, pot grăbi trecerea gândirii acestora în următorul stadiu psihogenetic de dezvoltare, şi reciproc.

1.6.2. Principiul învăţării prin acţiune

Didactica matematicii are drept cadru de referinţă esenţial principiul învăţării prin acţiune. Se ştie că personalitatea unui elev se formează, se dezvoltă şi se exprimă în şi prin acţiune, iar structura funcţională a conştiinţei individuale cuprinde elemente de natură acţională şi reflexivă (internă şi externă). Prin acţiune se formează, capătă o formă şi se consolidează toate structurile şi procesele psihice particulare ale elevilor (de la percepţie până la gândire). Tot prin acţiune se realizează o integralitate funcţională a sistemului psihic în ansamblu.

Principiul învăţării prin acţiune, aplicat în didactica matematicii, asigură, şi totodată presupune, participarea conştientă a elevilor în procesul de predare - învăţare a matematicii. Acest principiu este cheia eficienţei acestui proces, în care trebuie să se implice fiecare elev, sub îndrumarea competentă a profesorului, în cadrul unor situaţii didactice activizante, formative.

Cercetări mai recente din didactica matematicii relevă faptul că învăţarea matematicii prin acţiune, adică prin acţiuni mintale - reflexive şi prin acţiuni obiectuale - concrete, dar şi prin interacţiunile dintre acestea), este calea care duce la dezvoltarea gândirii matematice; aceasta fiind o învăţare constructivă, eficientă. Ţinând cont de faptul că orice deprindere intelectuală (cum ar fi învăţarea unei definiţii sau a unei teoreme) sau psihomotorie (de exemplu, însuşirea algoritmului de rezolvare a unor exerciţii sau probleme) se dezvoltă pe baza contactelor active (directe) şi repetate, în mod optim, cu materia de studiat, profesorul trebuie să se stimuleze activismul elevilor atât în contextul situaţiilor de predare - învăţare şcolare, cât şi în cele extraşcolare. De aceea se impune o analiză a strategiilor de activizare a elevilor la activităţile din învăţământul matematic.

1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiţie a creşterii randamentului şcolar la matematică

Activizarea elevilor la orele de matematică trebuie înţeleasă ca o acţiune de instruire şi / sau autoinstruire, de dezvoltare a gândirii matematice şi a personalităţii elevilor, prin stimularea şi dirijarea metodică a activităţilor acestora la această disciplină şcolară. Procesul de activizare a elevilor la matematică presupune înfăptuirea unei suite de acţiuni, cum ar fi:

-trezirea şi cultivarea interesului elevilor pentru matematică;
-exercitarea inteligenţei şi a celorlalte funcţii psihice prin efort personal;
-exersarea capacităţii de însuşire a cunoştinţelor matematice;
-formarea abilităţilor de orientare autonomă în soluţionarea problemelor practice sau de la alte discipline şcolare, care necesită o modelare matematică;
-cultivarea spiritului investigativ şi a atitudinii epistemice faţă de matematică, prin antrenarea elevilor în proiectarea, organizarea, conducerea şi evaluarea activităţii de predare - învăţare a matematicii, atât la clasă cât şi în afara clasei.

A activiza elevii la matematică înseamnă a mobiliza şi angaja intens toate forţele psihice de cunoaştere şi de creaţie ale elevilor, pentru a obţine performanţe maxime la matematică. Pe de altă parte, acest proces înseamnă şi antrenarea elevilor în toate formele de activitate şcolară (independente şi / sau neindependente), mărirea treptată a eforturilor profesorului pentru a-i ajuta pe elevi să obţină competenţe şi performanţe superioare la matematică.

Activizarea elevilor la matematică este atât un rezultat al procesului instructiv - educativ din învăţământul matematic, cât şi o premiză a instrucţiei şi autoinstrucţiei de nivel superior, prin matematică. Ca premiză a acestui ultim fapt, activizarea elevilor la matematică implică utilizarea unui ansamblu de mijloace didactice (metode, strategii, tehnici de predare – învăţare), menite să angajeze individualitatea fiecărui elev, în mod constant şi continuu, în procesul de predare - învăţare a matematicii. Ca rezultat al procesului instructiv - educativ din învăţământul matematic, activizarea elevilor la matematică apare în urma utilizării, în toate activităţile didactice din acest învăţământ, a

metodelor active care asigură structurarea proceselor şi mecanismelor gândirii, precum şi o motivaţie adecvată pentru învăţarea şi utilizarea cunoştinţelor matematice.

1.6.2.2. Exigenţe ale activizării elevilor la matematică

Activizarea elevilor în procesul de predare - învăţare a matematicii, diferă de la o etapă la alta a dezvoltării ontogenetice a acestora, funcţie de atitudinile lor faţă de îndatoririle şcolare, de gradul conştientizării scopurilor învăţării matematicii, de natura intereselor care stau la baza învăţării acestei discipline şcolare, precum şi de nivelul de dezvoltare a proceselor psihice ale lor. Posibilităţile reale de antrenare a elevilor în procesul didactic, la matematică, sunt neuniform distribuite pe parcursul şcolarizării, ceea ce presupune respectarea unor exigenţe ale acestui proces de activizare, dintre care amintim:

a) Pregătirea psihologică a elevilor pentru învăţarea matematicii. Motivaţia învăţării Matema-ticii este o tensiune interioară direcţionată spre realizarea unui scop acceptat subiectiv („vreau să ştiu Matematică"); ea are funcţii de activizare, orientare, dirijare şi conducere a conduitei elevului în sensul atingerii scopului, pentru care s-a optat. Totodată, această motivaţie asigură sens şi coerenţă internă conduitei elevului la orele de matematică, ea mijloceşte stabilirea şi realizarea unor scopuri conştiente.

Un rol deosebit de important în activizarea elevilor la matematică îl are sensibilizarea acestora faţă de însuşirea cunoştinţelor matematice şi aplicarea lor în rezolvări de exerciţii şi probleme, respectiv orientarea atenţiei şi a interesului elevilor spre ceea ce urmează să fie învăţat. Ca verigă indispensabilă şi condiţie a învăţării matematicii, această sensibilizare presupune crearea surprizei, a momentelor de disjuncţie între ineditul situaţiei prezentate şi aşteptările elevilor. După această sensibilizare urmează apoi familiarizarea elevilor cu ceea ce este de învăţat prin efort propriu şi conştient, oferindu-li-se, de către profesor, elementele de conţinut noţional matematic ce trebuie asimilate, propunându-li-se, totodată, anumite activităţi şi tehnici de lucru cu materialul prezentat (demonstraţii, aplicaţii, etc.).

b) Crearea şi menţinerea unui climat de încredere şi asigurarea unei atmosfere de lucru stimulatoare la orele de matematică. Sinceritatea, modestia, tactul pedagogic, în raporturile interpersonale (elev - elev şi elev - profesor), manifestarea adevărului şi a pasiunii pentru studiul matematicii uşurează cultivarea unui climat tonifiant şi angajant la orele de matematică.

c) Determinarea surselor de distorsiune şi prevenirea lor. În procesul de predare - învăţare a matematicii apar o serie de perturbaţii ale căror cauze sunt diferite şi care pot fi grupate astfel:

-perturbaţii generate de organizarea şi funcţionarea defectuoasă a predării şi învăţării;

-perturbaţii determinate de mediul ambiental, generate de lipsa de motivaţie şi interes a elevilor pentru studiul matematicii ;

-distorsiuni cauzate de starea de oboseală sau neatenţie a elevilor sau a profesorului;

-perturbaţii provenite din incongruenţa didactică.

Aceste fenomene alterează comunicarea didactică, determină greutăţi în transmiterea şi perceperea cunoştinţelor matematice, iar uneori chiar schimbarea sensului iniţial al mesajului transmis.

d) Organizarea şi desfăşurarea raţională a învăţării matematicii.

Cercetările întreprinse în psihologia cognitivă demonstrează rolul fundamental al cuvântului în comunicarea didactică, aportul său la adâncirea tuturor proceselor cognitive, de la cel al percepţiei, până la cel al gândirii. În cazul nostru, limbajul matematic asigură permanent unitatea dintre imaginea iconică a conceptelor matematice şi semnificaţiile acestora.

e)Utilizarea unor modalităţi eficiente de activizare a elevilor la matematică.

1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică

În predarea - învăţarea matematicii se poate constata că, spre deosebire de elevii „buni" la matematică, cei mai „slabi" au nevoie de un timp mult mai îndelungat pentru însuşirea unei aceleeaşi teme din programa şcolară. Acest lucru se datorează (cel puţin) următorilor factori:

a) Diferenţe aptitudinale interindividuale pentru învăţarea matematicii, generate de un stil cognitiv mai lent, mai rigid, ceea ce face ca timpul necesar procesării cunoştinţelor matematice, să fie mai lung, mai ales în condiţiile unor aptitudini, pentru matematică, insuficient dezvoltate. Deci aptitudinea pentru matematică, mai mult sau mai puţin dezvoltată - necesară asimilării unor cunoştinţe sau formării unor priceperi şi deprinderi matematice, poate fi evaluată funcţie de cantitatea de timp necesară elevului pentru abordarea (însuşirea) unui capitol sau a unei teme din programa şcolară, astfel încât în momentul trecerii la un alt capitol / temă cel (cea) precedent(ă) să fie însuşit(ă).

b) Calitatea instrucţiei, deci calitatea procesului de predare - învăţare a matematicii, fapt ce depinde de strategiile didactice utilizate, de formele de organizare şi desfăşurare ale acestui proces, de metodele şi mijloacele tehnice de instruire utilizate. În condiţiile unei instruirii la nivel scăzut, se diminuează şansele de succes ale elevilor, îndeosebi ale celor cu aptitudini slab dezvoltate pentru matematică, cu un stil cognitiv lent, inert.

c) Nivelul scăzut al motivaţiei elevilor de a învăţa matematică, nivel generat de anumite cauze de ordin socio – economic.

d) Dorinţa unor elevi de a investi mai mult timp pentru învăţarea matematicii. În cadrul activităţilor didactice unii elevi ar dori să investească mai mult timp pentru învăţare, dar lecţia este „cronometrată". Acest lucru este datorat supraâncărcării programelor şcolare, al timpului, elevilor, destinat învăţării matematicii.

Aşadar, instruirea eficientă a elevilor, la matematică, se bazează pe implicarea acestora în învăţare, prin acţiuni efective de explorare, de redescoperire a adevărului matematic, de rezolvare a exerciţiilor şi problemelor şi, uneori, chiar, de cercetare.

1.6.3. Principiul construcţiei componenţiale şi ierarhice ale structurilor inteligenţei

Aplicarea acestui principiu în învăţământul matematic se datorează faptului că predarea - învăţarea matematicii înseamnă, în primul rând, formarea şi construcţia (deci dezvoltarea) inteligenţei.

O componentă a inteligenţei, sau a unei inteligenţe specifice, de exemplu, cea referitoare la învăţarea Matematicii, este un proces informaţional care operează cu reprezentări sau simboluri ale obiectelor sau fenomenelor matematice, este un „segment informaţional" între un „imput" senzorial şi traducerea acestuia într-un „output" de răspuns. Drumul de la colectarea informaţiilor la prelucrarea, elaborarea şi retransmiterea noilor informaţii este denumit procesarea informaţiei („informating processing"). Astfel învăţarea matematicii poate fi definită în termenii căilor prin intermediul cărora elevii „procesează" cunoştinţele matematice.

Studii de dată mai recentă din psihologia genetică arată că în formarea inteligenţei (generale sau specifice) apar trei tipuri de componente care interacţionează. Cunoaşterea lor de către profesor, îl conştientizează asupra necesităţii proiectării activităţilor sale, cu elevii, în contextul dezvoltării tuturor acestor componente ale inteligenţei (îndeosebi în cazul învăţării matematicii prin rezolvări de exerciţii şi probleme). Aceste componente se găsesc atât la nivelul inteligenţei generale, cât şi a celei logico - matematice, şi sunt următoarele:

i) Componentele de achiziţie ale cunoştinţelor matematice, sunt cele care au rolul de a colecta şi achiziţiona noile cunoştinţe (matematice), transformându-le în cunoştinţe funcţionale.

Aceste componente sunt:

a. încadrarea selectivă,

b. combinarea

şi

c. compararea selectivă (cu rol în structura cunoştinţelor)

şi

d. utilizarea eficientă a cunoştinţelor.

ii) Componentele performanţei, sunt cele care intervin în cadrul diferitelor strategii rezolutive, pentru obţinerea de perfomanţă. Aceste componente tind să se organizeze în stadii succesive, formând „proceduri" corespunzătoare soluţionării / rezolvării problemelor.

iii) Metacomponentele sunt acele componente ale inteligenţei care intervin în planificarea, conducerea şi luarea deciziilor privind realizarea unei performanţe (fiind procese de mare complexitate).

1.6.4. Principiul stimulării şi dezvoltării motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii

Inteligenţa unui elev, este pusă în funcţiune şi orientată spre învăţarea matematicii de factorii emotiv - activi şi motivaţionali ai personalităţii. Profesorul de matematică trebuie să cultive la elevi dragostea, pasiunea pentru matematică, adică adevărata motivaţie cognitivă pentru această disciplină şcolară, care odată constituită nu mai cunoaşte saturaţie.

Acest principiu se impune, în activitatea de predare - învăţare a matematicii, ca o necesitate pentru a găsi căile de trecere de la motivaţia extrinsecă la cea intrinsecă, pentru evitarea demotivării învăţării acestei discipline şcolare.

Pentru creşterea eficienţei procesului de predare - învăţare a matematicii, se consideră utile următoarele aspecte didactice care contribuie la dezvoltarea motivaţiei învăţării acestei disipline şcolare.

1. Acceptarea unui punct de vedere realist privind aspectele reale ale funcţionalităţii motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii. Orice profesor trebuie să accepte ideea că motivaţia extrinsecă şi intrinsecă (înţelegând aici ansamblul lor) pot duce - prin întrepătrunderea lor - la creşterea randamentului şcolar al elevilor, inclusiv la matematică.

2. Evaluarea motivelor învăţării matematicii. În cazul în care unui elev nu i se poate capta atenţia şi interesul în orele obişnuite de matematică, cu procedeele obişnuite de motivare extrinsecă, profesorul trebuie să detecteze şi să evalueze cât mai exact structura şi funcţionalitatea sistemului motivaţional, al emoţiilor şi sentimentelor cognitive ale elevului respectiv faţă de matematică, conjugându-le cu sarcinile didactice. Astfel, el va trebui să creeze situaţii de predare - învăţare în cadrul cărora elevii respectivi să trăiască sentimental succesul, care apoi devine factor motivaţional, căci succesul şi performanţele obţinute pot deveni surse pentru motivarea învăţării matematicii.

Dezvoltarea impulsului cognitiv pentru matematică, pe baza stimulării şi orientării trebuinţei de activism şi a trebuinţei de explorare, paralel cu stimularea şi dezvoltarea emoţiilor şi sentimentelor cognitive, cum ar fi: curiozitate, mirare, îndoială, întrebare, bucuria descoperirii adevărului, etc.

În acest sens, în cadrul tuturor activităţilor din învăţământul matematic, se recomandă apelarea la „surpriză", la noutate, la contrast, crearea unor situaţii didactice care să producă „disonanţa cognitivă". În acest mod se captează atenţia elevului şi se trezeşte interesul acestuia pentru studiul matematicii, clădindu-se, mai întâi, atracţiile şi preferinţele pentru o anumită temă din programa şcolară. Captarea atenţiei elevilor se leagă de motivaţia sarcinii, de motivaţia pe termen scurt, în cadrul secvenţelor de instruire, iar trezirea, stimularea şi dezvoltarea interesului cognitiv pentru matematică se leagă şi de motivaţia socială, pe termen lung, ea fiind şi expresia măiestriei

didactice a profesorului.

Motivaţia optimă scurtează timpul necesar învăţării, inclusiv la elevii cu ritm mai lent, la care prin activitatea proceselor cognitive se antrenează şi ritmul învăţării.

De asemenea, predarea matematicii în absenţa motivaţiei elevilor pentru această disciplină, ridică o serie de probleme, ca de altfel şi predarea în cazul „demotivării", a stingerii interesului cognitiv al elevilor pentru matematică. În aceste condiţii, măiestria didactică a profesorului îşi spune cuvântul, profesorul bun fiind capabil de a stârni curiozitatea elevilor prin „elemente - surpriză" incluse în demersul didactic.

3. Punerea în funcţiune a unui nivel adecvat al motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii. Cercetările din didactica matematicii au demonstrat forţa mobilizatoare şi eficienţa optimumului motivaţional în învăţarea matematicii, care diferă de la o persoană la alta, funcţie de particularităţile tipului de sistem nervos, de echilibrul temperamental şi emotiv, de capacităţile cognitive ale elevilor, toate acestea fiind raportate la dificultatea percepută sau anticipată a sarcinilor de învăţare a acestora. Optimumul motivaţional se leagă şi de trebuinţa de performanţă şi nivelul de aspiraţie al elevului, de capacitatea sa de autocunoaştere şi de evaluarea adecvată a dificultăţilor reale ale sarcinilor didactice. S-a constatat că în cazul anumitor elevi, supramotivarea poate avea aceleaşi efecte neadecvate ca şi submotivarea, şi anume apariţia descurajării şi a demobilizării la primul eşec; ba mai mult, unii elevi se pot demobiliza chiar după primul mare succes.

4. Dezvoltarea motivaţiei cognitive a elevilor pentru matematică, pentru ca aceştia să atingă competenţele gândirii logico - matematice şi să utilizeze, ori de câte ori este posibil, strategiile de raţionament matematic (operaţional - formal).

5. Utilizarea competiţiei, a întrecerilor - ca situaţii didactice motivogene în învăţarea matematicii. Aceste modalităţi se sprijină pe trebuinţa autoafirmării fiecărui elev, al unui grup, a colectivului clasei.

6. Dezvoltarea motivaţiei cognitive a elevilor pentru învăţarea matematicii, în interrelaţie cu capacitatea acestora de trăire şi înţelegere a semnificaţiilor valorice (ştiinţifice, filosofice, morale, religioase, economice, estetice) ale cunoştinţelor matematice. În procesul asimilării cunoştinţelor matematice, înţelegând principiile, legităţile şi explicaţiile ştiinţifice ale acestei discipline, elevii dobândesc treptat şi capacitatea de trăire şi înţelegere a semnificaţiilor valorice ale acestor cunoştinţe.

1.6.5. Principiul formării şi dezvoltării capacităţii de creaţie a elevilor prin învăţarea matematicii

Dintre toate aptitudinile speciale, cu rol deosebit în activitatea creatoare, foarte strâns corelată cu coeficientul de inteligenţă şi activitatea gândirii, dar fără a se identifica cu aceasta, este aptitudinea pentru matematică, în formarea căreia intervin, în mod egal, cele două categorii de factori: ereditari şi de mediu. Aptitudinea pentru matematică reprezintă capacitatea gândirii matematice de a generaliza rapid şi extensiv (formarea asociaţiilor generalizate), de a realiza rapid o prescurtare a procesului de raţionalizare şi a sistemului de operaţii, de comutare rapidă de la raţionamentul direct la cel invers (de a realiza asociaţii reversibile), vizualizarea relaţiilor spaţiale. Dezvoltarea aptitudinilor matematice obişnuite se face pe baza activităţii intense şi organizate de asimilare a cunoştinţelor matematice.

În procesul de predare - învăţare a matematicii spunem că un elev este creativ dacă este satisfăcută (cel puţin) una din următoarele condiţii:

-produsul gândirii sale are un element de noutate fie pentru el, fie pentru societate;

-gândirea este neconvenţională, în sensul că respinge sau modifică unele idei acceptate până atunci;

-gândirea izvorăşte dintr-o puternică motivare şi persistenţă, adică ocupă un timp suficient de îndelungat şi se desfăşoară la o tensiune înaltă;
-gândirea prelucrează sau rezolvă probleme care au fost puse de la început în termeni vagi, insuficient definiţi, astfel încât gândirea formulează clar problema sau o reformulează.

Prezintă: Principiul stimulării şi dezvoltării motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii ***R:*** Revezi paragraful 1.6.4.

Să ne reamintim...

Cele mai importante cinci ***principii ale didacticii matematicii***, relevând importanţa acestora pentru formarea şi dezvoltarea culturii matematice şcolare sunt:

1.Principiul psihogenetic al stimulării şi accelerării dezvoltării stadiale a inteligenţei.
2.Principiul învăţării prin acţiune.
3.Principiul construcţiei componenţiale şi ierarhice ale structurilor inteligenţei.
4.Principiul stimulării şi dezvoltării motivaţiei elevilor pentru învăţarea matematicii.
5.Principiul formării şi dezvoltării capacităţii de creaţie a elevilor prin învăţarea matematicii.

1.7. Rezumat

În această unitate de învăţare se detaliază obiectul de studiu şi importanţa metodicii/ didacticii matematicii, se prezintă un scurt istoric al temei, se analizează sarcinile metodicii predării matematicii, şi se precizează principiile didacticii matematicii.

1.8. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Precizează importanţa studierii metodicii/didacticii matematicii, în formarea unui bun dascăl.
2. Formulează obiectul metodicii/didacticii matematicii.
3. Enumeră sarcinile metodicii predării matematicii.
4. Explică un principiu specific didacticii matematicii.

1.9. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 1.4.
2. Revezi paragraful 1.4.
3. Revezi paragraful 1.5.
4. Revezi paragraful 1.6.

Unitatea de învăţare 2. Metodologia rezolvării şi compunerii de probleme

Cuprins

2.1. Introducere 25
2.2. Competenţe 25
2.3. Noţiunea de problemă matematică 26
2.4. Valenţele formative ale activităţilor rezolutive 27
2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică 28
2.6. Metode specifice de predare - învăţare a matematicii în şcoală 31
2.7. Strategii şi tehnici de predare - învăţare a matematicii în şcoală 43
2.8. Exemple de strategii rezolutive 59
2.9. Cultivarea creativităţii elevilor prin rezolvarea şi compunerea de probleme 64
2.10. Rezumat 72
2.11. Test de autoevaluare 72
2.12. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 72

2.1. Introducere

Activitatea de rezolvare şi compunere a problemlelor are cele mai bogate valenţe formative, în cadrul ei valorificându-se atât cunoştinţele matematice pe care le are elevul, cât şi nivelul de dezvoltare intelectuală a lui.

Compunerea problemelor de către elevi oferă terenul cel mai fertil din domeniul activităţilor matematice pentru cultivarea şi educarea creativităţii şi a inventivităţii.

Prin rezolvarea problemelor, elevul poate pătrunde mult mai profund în înţelegerea celor studiate la matematică şi capătă o deprindere de muncă intelectuală foarte necesară vieţii. Problemele sunt strâns legate de realitate şi fac ca pe parcursul rezolvării lor calculul abstract să prindă viaţă.

Rezolvând probleme de matematică, elevii capătă deprinderea de a rezolva probleme practice, pe care le vor întâlni în viaţa lor. Dobândind deprinderi de rezolvare a problemelor, elevii capătă mult interes pentru această disciplină, unii ajung chiar s-o îndrăgească.

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu metodologia rezolvării şi compunerii de probleme, două activităţi matematice care se întrepătrund şi se completează reciproc şi care reprezintă activităţi de bază în cadrul muncii la matematică.

2.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească noţiunea de problemă matematică;
-să prezinte valenţele formative ale activităţilor de rezolvare şi compunere de probleme de matematică;
- să descrie şi să exemplifice etapele rezolvării problemelor de matematică;
- să precizeze şi să exemplifice metodele pentru rezolvare a problemelor de aritmetică;
- să rezolve principalele categorii de probleme aritmetice;
- să stabilească mai multe căi de rezolvare a unei probleme;
- să prezinte activitatea de compunere a problemelor.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 3 ore.

2.3. Noţiunea de problemă matematică

Cuvântul ***problemă*** îşi are originea în limba latină **(*problema*)** şi a intrat în vocabularul românesc prin limba franceză **(*problème*)**.

Termenul de problemă nu este suficient delimitat şi precizat, având un conţinut larg şi cuprinzând o gamă largă de preocupări şi acţiuni din domenii diferite. Etimologic, în germană ***pro-ballein*** înseamnă ***înaintea unei bariere, obstacol care stă în cale***, ceea ce ar mai putea fi interpretat ca o dificultate teoretică sau practică a cărei rezolvare nu se poate face prin aplicarea directă a unor cunoştinţe şi metode cunoscute, ci este nevoie de investigare, tatonare, căutare. Etimologia greacă a cuvântului ***problemă*** arată că ea reprezintă o ***provocare*** la căutare, la descoperirea soluţiei.

Revenind la spaţiul didactic, se consideră drept ***problemă*** orice dificultate teoretică sau practică, în care elevul pentru a-i găsi soluţia, trebuie să depună o activitate proprie de cercetare, în care să se conducă după anumite reguli şi în urma căreia să dobândească noi cunoştinţe şi experienţă.

După Dicţionarul Explicativ al Limbii Române, (DEX), cuvântul ***problemă*** are următoarele definiţii:

Problemă: "Chestiune care intră în sfera preocupărilor, a cercetărilor cuiva, obiect principal al preocupărilor cuiva; temă, materie";

Problemă: "Chestiune importantă care constituie o sarcină, o preocupare (majoră) şi cere o soluţionare (imediată)";

Problemă: "Dificultate care trebuie rezolvată pentru a obţine un anumit rezultat; greutate, impas";

Problemă: "Lucru greu de înţeles, greu de rezolvat sau de explicat; mister, enigmă";

şi în sfârşit:

Problemă de matematică: "Chestiune în care, fiind date anumite ipoteze, se cere rezolvarea, prin calcule sau prin raţionamente, asupra unor date."

Între probleme şi exerciţii se poate face distincţie, în general, în funcţie de prezenţa sau absenţa textului prin care se dau datele şi legăturile între ele.

Exerciţiul conţine datele, numerele cu care se operează şi semnele operaţiilor respective, elevul având sarcina de a efectua calculele după tehnici şi metode cunoscute.

Problema conduce, pentru rezolvarea ei, la o activitate de descoperire. Distincţia între exerciţiu şi problemă trebuie făcută nu după forma exterioară a acestora, ci după natura rezolvării ei.

Trebuie însă făcută observaţia că un enunţ poate fi o problemă pentru un elev din clasa V, un exerciţiu pentru cel din clasa a IX-a şi ceva banal pentru un student la matematică.

Motivează distincţia care se face între probleme şi exerciţii.

R: Revezi paragraful 2.3.- extrage două argumente.

Să ne reamintim...

- Se consideră drept ***problemă*** (din punct de vedere didactic) orice dificultate teoretică sau practică, în care elevul pentru a-i găsi soluţia, trebuie să depună o activitate proprie de cercetare, în care să se conducă după anumite reguli şi în urma căreia să dobândească noi cunoştinţe şi experienţă.

2.4. Valenţele formative ale activităţilor rezolutive

Activitatea de bază în cadrul orelor de matematică este rezolvarea problemelor - una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginaţiei, atenţiei şi spiritului de observaţie al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacităţile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilităţile psihice, în special inteligenţa.

Dar ***nu numai procesele de cunoaştere sunt mobilizate în rezolvarea unei probleme, ci întreaga personalitate a celui ce rezolvă problema.***

Problemele de matematică fiind strâns legate de realitate, le formează elevilor deprinderea de a rezolva problemele practice izvorâte din viaţă.

Efortul pe care îl face elevul în rezolvarea conştientă a unei probleme ***presupune o mare mobilizare a proceselor psihice cognitive.***

Gândirea prin operaţiile logice de analiză, sinteză, comparaţie, abstractizare şi generalizare este cel mai solicitat şi antrenant proces cognitiv.

Prin rezolvarea de probleme, elevii îşi ***formează priceperi şi deprinderi de a analiza situaţia dată de problemă, de a intui şi descoperi calea prin care se obţine ceea ce se cere*** în problemă. Rezolvarea problemelor ***contribuie astfel la cultivarea şi dezvoltarea capacităţilor creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilităţii ei, la educarea perspicacităţii şi spiritului de iniţiativă, la dezvoltarea încrederii în propriile forţe.***

Activitatea de rezolvare a problemelor de matematică ***contribuie la clasificarea, aprofundarea şi fixarea cunoştinţelor teoretice învăţate.*** De asemenea, ***predarea multora dintre problemele teoretice se face prin rezolvarea uneia sau mai multor probleme***, subliniindu-se proprietatea, definiţia sau regula ce urmează a fi aplicate.

Prin activitatea rezolutivă la matematică elevii îşi ***formează deprinderi eficiente de muncă intelectuală, care vor ajuta şi studiului altor discipline de învăţământ.***

De asemenea, activităţile matematice de rezolvare şi compunere a problemelor ***contribuie la sporirea culturii generale*** a elevilor prin folosirea în textul problemelor a unor cunoştinţe pe care nu le studiază la alte discipline de învăţământ.

Rezolvând sistematic probleme de orice tip, elevii îşi ***formează seturi de priceperi şi deprinderi, care le conferă posibilitatea de a rezolva şi a compune ei înşişi probleme.***

Problemele de matematică prin conţinutul lor, prin tehnicile de abordare în scopul găsirii soluţiei, ***contribuie la cultivarea şi educarea unor noi atitudini faţă de muncă, la formarea disciplinei conştiente, la dezvoltarea spiritului de competiţie cu sine însuşi şi cu alţii, la dezvoltarea prieteniei***.

Prin enumerarea valenţelor formative în personalitatea elevilor, pe care le generează activitatea de rezolvare şi compunere a problemelor de matematică, se justifică de ce programele şcolare acordă o atât de mare importanţă acestei activităţi şcolare şi de ce şi profesorul trebuie să-i acorde importanţa cuvenită.

Enumeră valenţele formative ale activităţilor rezolutive.

R: Revezi paragraful 2.4.- extrage şapte valenţe.

Să ne reamintim...

- ***Rezolvarea problemelor de matematică*** este una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginaţiei, atenţiei şi spiritului de observaţie al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacităţile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilităţile psihice, în special inteligenţa, contribuie la cultivarea şi educarea unor noi atitudini faţă de muncă, la formarea autodisciplinei, la dezvoltarea spiritului de competiţie cu sine însuşi şi cu alţii, la dezvoltarea prieteniei, contribuie la îmbogăţirea culturii generale a elevilor, formează deprinderi eficiente de muncă intelectuală, care vor ajuta şi studiului altor discipline de învăţământ, contribuind astfel la cultivarea şi dezvoltarea capacităţilor creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilităţii ei, la educarea perspicacităţii şi spiritului de iniţiativă, la dezvoltarea încrederii în forţele proprii.

2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică

În activitatea de rezolvare a unei probleme de matematică se parcurg următoarele etape:

1. Cunoaşterea şi înţelegerea enunţului problemei.

2. Discutarea problemei şi întocmirea planului logic, cu efectuarea operaţiilor corespunzătoare.

3. Organizarea şi redactarea întregii rezolvări a problemei.

4. Activităţi suplimentare:

- ***verificarea rezultatului;***
- ***scrierea rezolvării sub forma unui exerciţiu;***
- ***găsirea altei metode de rezolvare;***
- ***generalizarea problemei;***
- ***compunerea de probleme după formula numerică de rezolvare a acesteia.***

1. Cunoaşterea şi înţelegerea enunţului problemei

În această primă etapă, elevul cunoaşte datele problemei, legăturile existente între ele şi necunoscuta sau necunoscutele problemei. După citirea textului problemei de către profesor sau de către elevi, se va repeta problema de mai multe ori, până la învăţarea ei de către toţi elevii, scoţându-se în evidenţă anumite date şi legăturile dintre ele, precum şi întrebarea problemei. Se vor scrie pe tablă şi pe caiete datele problemei.

Textul problemei poate conţine nişte informaţii sau nişte termeni pe care elevul să nu-i înţeleagă. Prin citirea textului problemei, prin ilustrarea cu imagini sau chiar cu acţiuni când este cazul, prin explicarea termenilor necunoscuţi, se pot depăşi aceste neajunsuri.

2. Discutarea problemei şi întocmirea planului logic

În această etapă se construieşte raţionamentul prin care se rezolvă problema. Prin transpunerea problemei într-un desen, într-o schemă, prin scrierea relaţiilor dintre ele, se pune în evidenţă reprezentarea matematică a conţinutului problemei.

În momentul în care elevii au transpus problema în relaţii matematice, prin efectuarea operaţiilor corespunzătoare succesiunii din planul logic de rezolvare, prin conştientizarea semnificaţiei rezultatelor parţiale care se obţin, soluţia este descoperită.

3. Organizarea şi redactarea întregii rezolvări a problemei

Cunoscând metodele de rezolvare şi calcul, se trece în această etapă la redactarea clară şi într-o formă cât mai îngrijită, a întregii rezolvări a problemei. Importanţa acestei etape reiese în special

în cadrul concursurilor şcolare, când din cauza unor redactări incomplete mulţi elevi primesc punctaje cu mult sub posibilităţile şi aşteptările lor.

4. Activităţi suplimentare după rezolvarea problemei

Această etapă are o mare importanţă în cultivarea creativităţii elevilor, deoarece aici intră verificarea soluţiei problemei, găsirea şi a altor metode de rezolvare, cu alegerea celor mai elegante, caz în care se poate renunţa la verificarea soluţiei, compunerea de probleme similare, generalizări.

Astfel la sfârşitul rezolvării unei probleme, se fixează categoria de probleme din care face parte aceasta, se repetă algoritmii ei de rezolvare, se scrie rezolvarea problemei într-un exerciţiu sau, după caz, în fragmente de exerciţiu. Prin compunerea de probleme cu aceleaşi date, cu date schimbate, sau/şi cu mărimi schimbate, prin complicarea sau generalizarea problemei (scrierea expresiei literale, sau uneori chiar o generalizare a metodei de rezolvare), profesorul ajută elevii la cultivarea şi educarea creativităţii lor, la antrenarea permanentă a gândirii lor.

Particularizarea etapelor de mai sus pentru o problemă de geometrie (Singer, M.;Voica, C., 2011, p. 122)

Aplicarea consecventă a etapelor de mai jos, poate forma competenţe ce vizează rezolvarea de probleme.

Etapa 1: Observ şi înţeleg

Se desenează o figură care satisface datele problemei.
Se reformulează enunţul pe baza desenului.
Se identifică ipoteza şi concluzia. Se scriu folosind notaţiile din figură.

Etapa 2: Cercetez şi planific

Se caută răspunsul la următoarele întrebări:
- Cum se leagă ipoteza de concluzie?
- Ce cale de raţionament ar trebui aleasă?
- Ajută o construcţie auxiliară, sau o problemă auxiliară?
- Este util a modifica figura? Desenarea unor detalii ale ei sau desenarea ei în altă poziţie, din altă perspectivă prezintă interes? (Se evită cazurile particulare, care pot fi capcane.)
- Este util a porni de la ipoteză spre concluzie?
- Este mai util a porni de la concluzie spre ipoteză?
- Ce informaţii de legătură între ipoteză şi concluzie sunt semnificative?
- Nu cumva s-a căzut în capcana unui cerc vicios?

Dacă s-au găsit răspunsurile la aceste întrebări şi s-a descoperit calea spre concluzia/soluţia problemei, se trece la etapa următoare.

Etapa 3: Organizez şi redactez

Se prezintă rezolvarea problemei sub forma unui şir de deducţii.
Se folosesc: ipoteza, definiţii, axiome, teoreme cunoscute sau alte probleme rezolvate anterior.

Etapa 4: Verific şi dezvolt

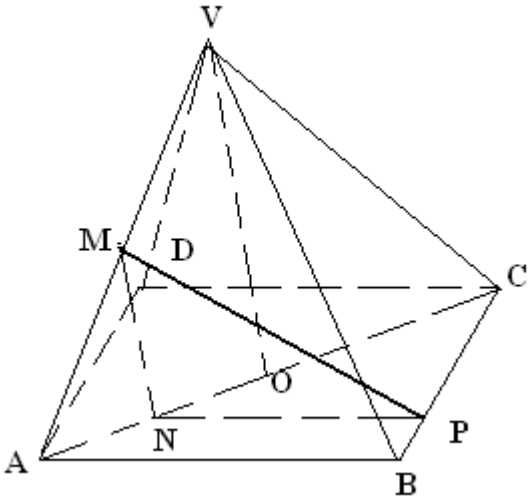
Soluţia problemei fiind determinată, se verifică dacă s-au folosit toate datele?
Se pune întrebarea dacă soluţia este acceptabilă în condiţiile problemei?
Se verifică dacă problema admite şi alte soluţii, sau dacă ea admite un caz particular interesant?
Se pune întrebarea dacă se pot obţine şi alte consecinţe din ipotezele date, sau dacă se poate extinde sau generaliza problema?

Exemplu

Etapa 1: Observ şi înţeleg

Se citeşte problema:

În piramida patrulateră regulată VABCD se notează cu M mijlocul muchiei VA. Ştiind că muchia bazei AB = 4 şi muchia laterală a piramidei VA = 6, să se calculeze distanţa de la punctul M la dreapta BC.



Categorii în care poate fi încadrată problema:

-Geometrie în spaţiu
-Asemănare
-Construcţii geometrice
-Calcul

Se desenează o figură care satisface Datele problemei.
Se reformulează enunţul pe baza desenului.
Se identifică ipoteza şi concluzia.
Se scriu folosind notaţiile din figură:
Ipoteză: VABCD piramidă regulată cu V Vârf AB=4, VA = 6, M∈[VA] şi [VM] ≡ [MA]
Concluzie: MP=? dist. de la M la BC.

Etapa 2: Cercetez şi planific

Întrebări ajutătoare în rezolvarea problemei:

1. Ce este o piramidă patrulateră regulată ?
2. Este util a porni de la ipoteză spre concluzie?
3. Este mai util a porni de la concluzie spre ipoteză?
4. Cum se defineşte distanţa de la un punct la o dreaptă?
5. Cum se poate construi perpendiculara de la un punct la o dreaptă în cazul acestei probleme, eventual folosind construcţii ajutătoare?
6. Care este punctul de incidenţă al perpendicularei din V pe planul bazei ?
7. Care este punctul de incidenţă al perpendicularei coborâte din punctul M pe planul bazei ?
8. Din ce triunghiuri ce calculează mărimea segmentelor MN şi NP ?
9. Cu ajutorul cărei teoreme se calculează MP ?

Etapa 3: Organizez şi redactez

Fie O centrul bazei => VO înălţime în piramida regulată VABCD. În planul VAC se construieşte MN ∥ VO, N∈ [AC]

VO ⊥ (ABCD) (construcţie) | =>MN ⊥ (ABCD)

se construieşte NP ⊥ BC

NP ⊂ (ABCD) | =>MP ⊥ BC (T3 perpendiculare) => d(M,BC)=MP.

Din teorema lui Pitagora în $\Delta MPN \Rightarrow MP^2=MN^2+NP^2$ (1)

În ΔVOA : $MN \parallel VO$ şi $[VM] \equiv [MA]$(ip)
$\Rightarrow$MN linie mijlocie $\Rightarrow MN=VO/2$
Din teorema lui Pitagora în $\Delta VOA \Rightarrow VO^2=VA^2-(AO)^2$
Dar $AO= AC/2 \Rightarrow VO= \sqrt{36-8} = \sqrt{28} \Rightarrow MN=\sqrt{7}$ (2)
$AC = \sqrt{2}$ $AB=4\sqrt{2}$
$NP \perp BC$(constr.) $\Rightarrow NP \parallel AB \Rightarrow \Delta CPN \sim \Delta CBA$ (U,U) $\Rightarrow CN/CA=NP/AB$
înΔVOA, MP linie mijlocie $\Rightarrow ON=NA= OA/2=AC/4 \Rightarrow$
$CN=CO+ON=AC/2+AC/4=3AC/4 \Rightarrow CN/CA= 3/4$
$\Rightarrow NP=AB \cdot 3/4=3$ (3)
Din (1), (2) şi (3)
$\Rightarrow MP^2=7+9 \Rightarrow MP=4$.

Etapa 4: Verific şi dezvolt

Soluţia problemei fiind determinată, se verifică dacă s-au folosit toate datele?
Se pune întrebarea dacă soluţia este acceptabilă în condiţiile problemei?
Se pune întrebarea dacă se pot obţine şi alte consecinţe din ipotezele date, sau dacă se poate extinde sau generaliza problema? (Se poate calcula distanţa de la M şi la alte muchii ale piramidei.)

Exemplifică etapele rezolvării unei probleme de matematică pentru o problemă de geometrie – clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 2.5.

Să ne reamintim...

- ***Etapele rezolvării problemelor de matematică:***

1. Cunoaşterea şi înţelegerea enunţului problemei.
2. Discutarea problemei şi întocmirea planului logic, cu efectuarea operaţiilor corespunzătoare acestuia.
3. Organizarea şi redactarea întregii rezolvări a problemei.
4. Activităţi suplimentare:
   - verificarea rezultatului;
   - scrierea rezolvării sub formă de exerciţiu;
   - găsirea altei căi sau metode de rezolvare;
   - generalizare;
   - compunerea de probleme după formula numerică găsită.

2.6. Metode specifice de predare - învăţare a matematicii în şcoală

În activităţile din învăţământul matematic trebuie făcută distincţie clară între metodele pedagogice şi cele specifice de predare - învăţare a matematicii.

Metodele pedagogice de predare - învăţare a matematicii în şcoală sunt acele metode pe care pedagogia le-a inventat, practica pedagogică a fost cea care le-a validat (confirmat), iar didactica matematicii nu a făcut altceva decât să le atragă de partea ei, adică să le aplice în actul didactic la matematică. Alegerea unei astfel de metode în predare - învăţarea matematicii, depinde de logica internă a subiectului abordat (ca factor obiectiv), dar şi de o serie de factori subiectivi ca:

-nivelul de pregătire al profesorului,

-nivelul de dezvoltare intelectuală şi al motivaţiei elevilor de a învăţa matematică;

-subiectul abordat.

Metodele specifice de predare – învăţare a matematicii sunt acelea care sunt impuse de structura ideatică internă a conţinutului ştiinţific vehiculat.

Din această categorie de metode enumerăm:

1.metode de rezolvare aritmetică;

2.metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie;

3.metoda coeficienţilor nedeterminaţi (de exemplu, pentru determinarea coeficienţilor unui polinom);

4.metoda inducţiei matematice;

5.metoda reducerii la absurd;

6.demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză.(Vălcan, D., T., 2012)

Metode folosite în geometrie pentru rezolvarea problemelor sunt:

1.metoda sintezei;

-metoda sintezei în rezolvarea problemelor de calcul;

-metoda sintezei în rezolvarea problemelor de demonstraţie;

2.metoda analizei;

-metoda analizei în rezolvarea problemelor de calcul;

-metoda analizei în rezolvarea problemelor de demonstraţie;

3.metoda analitico – sintetică în problemele de geometrie;

-metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de demonstraţie;

-metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de calcul;

4.metoda construcţiilor geometrice;

5.metoda reducerii la absurd în problemele de geometrie;

6.metode de rezolvarea a problemelor de coliniaritate;

7.metode de rezolvarea a problemelor de concurenţă.

Se vor prezenta în continuare câteva dintre acestea.

1. Metode aritmetice particulare

Metodele aritmetice particulare sunt mai variate şi diferă de la o categorie de probleme la alta, adoptându-se specificului acestora. Cele mai importante şi mai des întâlnite sunt următoarele: ***metoda figurativă sau grafică, metoda comparaţiei, metoda falsei ipoteze şi metoda mersului invers.***

De asemenea, în afară de metodele menţionate mai sus, există şi alte ***metode speciale aplicabile în rezolvarea unor anumite categorii de probleme,*** cum sunt problemele de: ***regula de trei simplă sau compusă, în rezolvarea cărora se utilizează reducerea la unitate şi metoda proporţiilor, apoi problemele de împărţire în părţi proporţionale, problemele cu procente, problemele de amestec şi aliaj, problemele de mişcare, problemele nonstandard***, etc.

Exemplificăm câteva dintre acestea.

1.1. Regula de trei simplă

Regula de trei simplă reprezintă o schemă de aşezare a datelor şi de utilizare a acestor date în orientarea şi desfăşurarea procesului de gândire care intervine în examinarea şi rezolvarea unor probleme cu mărimi proporţionale.

În problemele care se rezolvă prin regula de trei simplă intervin două mărimi direct sau invers proporţionale, fiecare mărime cu câte o pereche de valori, una din aceste valori fiind necunoscută. Cu alte cuvinte se cunosc trei valori cu ajutorul cărora se găseşte cea de-a patra valoare, de unde numele pe care îl poartă: ***regula de trei***.

Se consideră mărimile X, Y, cu perechile de valori x_1, x_2, respectiv y_1, y_2, corespunzătoare, în aşa fel încât:

valorii $x_1 \in X$ îi corespunde valoarea $y_1 \in Y$

valorii $x_2 \in X$ îi corespunde valoarea $y_2 \in Y$

una din cele patru valori fiind necunoscută.

Dacă mărimile X, Y sunt direct proporţionale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2} \text{ sau } \frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}, \frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$$

proporţii în care termenul necunoscut reprezintă cel de-al patrulea proporţional şi se poate afla ca atare. Dacă mărimile X, Y sunt invers proporţionale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1} \text{ sau } \frac{x_1}{y_2}=\frac{x_2}{y_1} \text{ sau } x_1 y_1 = x_2 y_2.$$

Din cele de mai sus rezultă că pentru rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este suficient să se aşeze datele conform acestei reguli, iar în rezolvare şi calcul să se utilizeze ***metoda proporţiilor***.

Dar metoda care se utilizează cu deosebire în rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este ***metoda reducerii la unitate.***

Exemplu-*Problemă care se rezolvă prin regula de trei simplă, mărimi invers proporţionale*

O trăsură parcurge un drum în 5 ore, mergând cu viteza de 12 km/oră. În cât timp va parcurge acelaşi drum un camion care merge cu viteza de 40 km/oră?

Rezolvare prin metoda reducerii la unitate

Stabilirea mărimilor şi aşezarea datelor problemei:

- *mărimile*	X (viteza)	Y (timpul)
-*valorile*	x_1 = 12 km/oră ……	5 ore
	x_2 = 40 km/oră ……	y_2

Judecata:

Cu viteza de 12 km/oră drumul se parcurge în 5 ore

Cu viteza de 1 km/oră drumul se parcurge în $5 \cdot 12$ ore

Cu viteza de 40 km/oră drumul se parcurge în $\frac{5 \cdot 12}{40}$ ore.

Calcul: $y_2 = \frac{5 \cdot 12^{(5}}{40} = \frac{1 \cdot 12^{(4}}{8} = \frac{3}{2}$ (ore) $= 1\frac{1}{2}$ (ore).

Rezolvare prin metoda proporţiilor

12 km …… 5 ore
40 km …… x ore

$$\frac{12}{40} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 5}{40} = 1\frac{1}{2} \text{ (ore)}.$$

To DO: Exemplifică regula de trei simplă.

R: Revezi exemplul anterior.

Să ne reamintim...

- ***Regula de trei simplă*** reprezintă o schemă de aşezare a datelor şi de utilizare a acestor date în orientarea şi desfăşurarea procesului de gândire care intervine în examinarea şi rezolvarea unor probleme cu mărimi proporţionale.

1.2. Regula de trei compusă (Neacşu, I., 1988)

Problemele care se rezolvă prin ***regula de trei compusă*** exprimă dependenţa direct sau invers proporţională a unei mărimi faţă de alte două sau mai multe mărimi. Ele au în general caracter practic aplicativ întrucât ilustrează prin elemente matematice o serie de situaţii reale, întâlnite în viaţa de toate zilele sau în diferitele aspecte ale procesului de producţie.

Rezolvarea unei probleme prin ***regula de trei compusă*** presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simple, asociind mărimii care conţine necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi şi exprimând valoarea necunoscută în funcţie de acestea.

În cazul când în problemă intervin trei mărimi, schema aşezării datelor este următoarea:

- *mărimile*: X Y Z
- *valorile*: x_1 … y_1 … z_1
  x_2 … y_2 … z_2

Dacă mărimea Z, care conţine necunoscuta z_2, este direct proporţională cu mărimile X, Y, atunci în prima problemă cu regula de trei simplă care se formulează, întâi se consideră mărimea Y constantă, având valoarea y_1, astfel că Z va depinde numai de X, judecata făcându-se după cum urmează: x_1 … y_1 … z_1

$$1 \ldots y_1 \ldots \frac{z_1}{x_1}$$

$$x_2 \ldots y_1 \ldots \frac{z_1}{x_1} \cdot x_2 = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}.$$

Notând cu z' valoarea $z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$ a mărimii Z, corespunzătoare valorii x_2 a mărimii X, când valoarea y_1 a mărimii Y rămâne neschimbată, se obţine:

$$z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}.$$

Se formulează a doua problemă cu regula de trei simplă, considerând mărimea X constantă, valoarea corespunzătoare pentru x_2 fiind z'. În această situaţie Z depinde numai de Y şi se obţine:

x_2 ..... y_1 ..... z'

x_2 ..... 1 ..... $\frac{z'}{y_1}$

x_2 ..... y_2 ..... $\frac{z'}{y_1} \cdot y_2 = z' \cdot \frac{y_2}{y_1}$, unde $z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$

deci: $z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2}{x_1 \cdot y_1}$ sau $\frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1}$.

În general, considerând mai multe mărimi direct proporţionale:

X	Y	Z	Q	P
x_1	y_1	z_1	q_1	p_1
cu valorile lor: x_2	y_2	z_2	q_2	p_2

unde p_2 reprezintă valoarea necunoscută a mărimii P, dependenţa acestei mărimi faţă de celelalte se exprimă astfel:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot q_2}{x_1 \cdot y_1 \cdot z_1 \cdot \ldots \cdot q_1}$$

sau $$\frac{p_2}{p_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \ldots \cdot \frac{q_2}{q_1}.$$

Dacă mărimea Z este ***direct proporţională*** cu X şi ***invers proporţională*** cu Y, se obţine relaţia:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_1}{x_1 \cdot y_2} \quad \text{sau} \quad \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_1}{y_2},$$

iar dacă mărimea Z este ***invers proporţională*** atât cu X, cât şi cu Y, se obţine relaţia:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1}{x_2 \cdot y_2} \quad \text{sau} \quad \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_1}{y_2}.$$

Exemplu

Un număr de 8 camioane pot transporta cantitatea de 1600 t porumb în 5 zile, făcând câte 10 transporturi pe zi. Câte zile sunt necesare pentru ca acelaşi număr de camioane şi de acelaşi tip să transporte 2400 t porumb, dacă se fac zilnic câte 12 transporturi?

Rezolvare prin metoda reducerii la unitate

Se elimină o mărime, considerând că dacă un camion face 10 transporturi pe zi, cele 8 camioane vor face în total 80 de transporturi, iar dacă fiecare camion face 12 transporturi pe zi, cele 8 camioane fac în total 96 transporturi. Se obţine atunci:

Aşezarea datelor:

- *mărimile* Transporturi Cant. de porumb Timpul
- *valorile* 80 trs/zi ..... 1600 t ..... 5 zile
  96 trs/zi ..... 2400 t ..... z_2

În desfăşurarea raţionamentului se descompune problema dată în două probleme de regula de trei simplă, considerând întâi cantitatea de porumb constantă şi se obţine:

80 trs/zi ..... 1600 t ..... 5 zile

1 trs/zi ..... 1600 t ..... $5 \cdot 80$ zile

96 trs/zi ..... 1600 t ..... $\frac{5 \cdot 80}{96}$ zile.

În a doua problemă cu regula de trei simplă se consideră constant numărul transporturilor 96, căruia îi corespunde numărul de zile dat de expresia $\frac{5 \cdot 80}{96}$. Deci se obţine: 96 trs/zi ..... 1600 t ..... $\frac{5 \cdot 80}{96}$ zile

96 trs/zi ..... 1 t ..... $\frac{5 \cdot 80}{96 \cdot 1600}$ zile

96 trs/zi ..... 2400 t ..... $\frac{5 \cdot 80 \cdot 2400}{96 \cdot 1600} = 6\frac{1}{4}$ (zile). **R:** $6\frac{1}{4}$ (zile).

Observaţie: Reducerea la unitate a celor două mărimi se poate face simultan:

80 trs/zi ..... 1600 t ..... 5 zile
96 trs/zi ..... 2400 t ..... z_2
80 trs/zi ..... 1600 t ..... 5 zile

1 trs/zi ..... 1 t ..... $\frac{5 \cdot 80}{1600}$ zile

96 trs/zi ..... 2400 t ..... $\frac{5 \cdot 80 \cdot 2400}{1600 \cdot 96}$ zile.

Rezolvarea prin metoda proporţiilor se face încadrând problema în cazul general. Timpul necesar pentru transportarea porumbului este direct proporţional cu cantitatea de porumb şi invers proporţional cu numărul transporturilor zilnice.

Deci notând cu X nr. transporturilor, Y cantitatea de porumb, Z timpul, se obţine: - *mărimile*: X Y Z
- *valorile*: $x_1 = 80$ ..... $y_1 = 1600$ ..... $z_1 = 5$ zile
$x_2 = 96$ ..... $y_2 = 2400$ ..... $z_2 = ?$

de unde: $z_2 = z_1 \cdot \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_2}{y_1}$, adică $z_2 = 5 \cdot \frac{80}{96} \cdot \frac{2400}{1600} = 6\frac{1}{4}$ (zile).

Exemplifică regula de trei compusă.

R: Revezi exemplul anterior.

Să ne reamintim...

Problemele care se rezolvă prin ***regula de trei compusă*** exprimă dependenţa direct sau invers proporţională a unei mărimi faţă de alte două sau mai multe mărimi. Rezolvarea unei probleme prin ***regula de trei compusă*** presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simple, asociind mărimii care conţine necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi şi exprimând valoarea necunoscută în funcţie de acestea.

2.Metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie

Metodele algebrice utilizează în rezolvarea problemelor tehnica specifică calculului algebric, adică tehnica bazată pe ecuaţii şi sisteme de ecuaţii. De aceea, pentru a rezolva algebric o problemă se parcurg următoarele etape:

- stabilirea necunoscutelor şi notarea lor literală;
- punerea problemei în ecuaţie, adică traducerea în limbaj algebric a relaţiilor dintre valorile cunoscute şi necunoscute, prin utilizarea ecuaţiilor şi a sistemelor de ecuaţii;
- rezolvarea ecuaţiei sau a sistemului de ecuaţii respectiv;
- interpretarea soluţiilor obţinute şi verificarea lor în problemă pentru a stabili în ce măsură acestea corespund naturii şi condiţiilor problemei, aprecierea faptului dacă problema admite una sau mai multe soluţii, ori dacă aceste soluţii impun anumite limite şi în general dacă soluţiile sunt sau nu posibile din punct de vedere logic şi plauzibile din punct de vedere practic.

Exemple

1. Dacă lungimea unei grădini dreptunghiulare se măreşte cu 6 m şi lăţimea cu 3 m, aria ei creşte cu 180 m^2, iar dacă lungimea grădinii se micşorează cu 4 m şi lăţimea se măreşte cu 2 m, aria ei se micşorează cu 20 m^2.

Să se afle dimensiunile iniţiale ale grădinii.

Notând lungimea grădinii cu x, lăţimea cu y şi ţinând seama de faptul că aria dreptunghiului este egală cu produsul dimensiunilor lui, adică xy m^2, putem scrie sistemul:

$$\begin{cases}(x+6)(y+3)=xy+180\\(x-4)(y+2)=xy-20\end{cases}$$

care, după desfacerea parantezelor şi reducerea termenilor asemenea, devine:

$$\begin{cases}3x+6y=162\\2x-4y=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y=54\\x-2y=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=24\text{ m}\\y=15\text{ m}\end{cases}$$

2. Doi elevi participanţi la un concurs au răspuns corect primul la 8 întrebări, al doilea la 6 întrebări.

Ce sumă se cuvine fiecăruia, proporţional cu numărul răspunsurilor corecte, dacă 1/6 din suma primită de al doilea plus 1/4 din suma primită de primul face 312 lei.

Rezolvare algebrică: Notând cu x partea celui dintâi, cu y partea celui de-al doilea şi ţinând seama de relaţiile pe care le furnizează textul problemei, putem scrie sistemul:

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{6}y=312 \\ \frac{x}{8}=\frac{y}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=3744 \\ 6x-8y=0 \end{cases} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=3744 \\ -3x+4y=0 \end{cases}$$

$6y = 3744 \Leftrightarrow y = 624$ şi $x = 832$. Avantajul metodei algebrice este evident.

Rezolvare aritmetică: Sumele cuvenite fiind proporţionale cu numărul răspunsurilor corecte, înseamnă că primul va lua 8 părţi din suma totală, al doilea 6 părţi, în total 14 părţi. Apoi 1/6 din partea celui de-al doilea, adică 1/6 din 6 părţi fac o parte, adică 1/14 din suma totală, iar 1/4 din partea celui dintâi fac 1/4 din 8 părţi, adică 2 părţi sau $2/14 = \frac{1}{7}$ din suma totală. Atunci $\frac{1}{14}S + \frac{2}{14}S = 312$ lei. Efectuând calculele, cu motivare aritmetică sau algebrică, se găseşte S = 1456 lei de unde $\frac{1}{4}$ din 1456 lei = 104 lei, o parte, iar 6 părţi fac 104 lei · 6 = 624 lei şi 8 părţi fac 104 lei · 8 = 832 lei. Se observă că prin rezolvare aritmetică s-a ajuns la o expresie algebrică: ecuaţia $\frac{S}{14}+\frac{2S}{14}=312$.

Exemplifică o rezolvare aritmetică şi una algebrică a aceleiaşi probleme.

R: Revezi exemplul anterior.

3. Metoda reducerii la absurd este o metodă folosită încă din antichitate, pentru demonstrarea unor teoreme sau probleme cu caracter teoretic.

La baza acestei metode stă ***una dintre legile fundamentale ale logicii clasice***, care se anunţă astfel: ***Dintre două propoziţii contradictorii una este adevărată, cealaltă falsă, iar a treia posibilitate nu poate exista.***

Practic în matematică se procedează astfel : se presupune că ceea ce trebuie demonstrat nu este adevărat, adică se neagă concluzia teoremei date . Apoi pe baza presupunerii făcute, se fac o serie de deducţii logice, care scot în evidenţă faptul că presupunerea făcută duce la o absurditate. Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă şi rămâne ca adevărată concluzia teoremei date. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78)

Exemplu *-de aplicare a metodei reducerii la absurd*

Dacă $n \in N^*$, demonstrează că numărul $\sqrt{n+\sqrt{n+1}}$ este iraţional.

Soluţie:

Se aplică metoda reducerii la absurd: se presupune că numărul este raţional, deci există $x \in N^*$ astfel încât $x^2 = n + \sqrt{n+1}$, rezultă că există $y \in N^*$ astfel încât $y^2 = n + 1$.

Rezultă $n = y^2 - 1$ şi prin înlocuire se obţine $x^2 = y^2 - 1 + y$.

Din $y^2 < y^2 + y - 1 < y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$ rezultă $y^2 < x^2 < (y+1)^2$, contradicţie cu faptul că între pătratele numerelor naturale consecutive: y şi $y + 1$ nu se mai află un alt pătrat perfect. Deci presupunerea este falsă, de unde se obţine că numărul $\sqrt{n+\sqrt{n+1}}$ este irațional.

4.Demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză

Printre metodele de rezolvare a problemelor de matematică, cele care se aplică într-o măsură mai mare sau mai mică în rezolvarea tuturor problemelor sunt ***metoda analitică*** şi ***metoda sintetică***.

Utilizarea acestor metode se bazează în principal pe operaţiile de analiză şi sinteză ale gândirii, şi de aici denumirea lor.

1.) Metoda analitică

A examina o problemă prin metoda analitică înseamnă a privi întâi problema în ansamblu, apoi, pornind de la întrebarea ei, a o descompune în problemele simple din care este alcătuită şi a organiza aceste probleme simple într-o succesiune logică astfel încât rezolvarea lor să conducă la aflarea răspunsului problemei date.

Pe scurt, ***metoda analitică*** reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la cerinţe spre date, dirijând gândirea elevului pentru a se răspunde la întrebarea: Ce trebuie să se ştie pentru a demonstra că …?

Exemplu. ***Metoda analitică în rezolvarea problemelor de calcul - clasa a VII-a,*** (Unitatea de învăţare:Cercul)

Fie două cercuri tangente exterior, unul cu raza de 15 cm şi celălalt cu raza de 5 cm. Se cere să se afle aria suprafeţei cuprinse între cele două cercuri şi tangentele exterioare, comune celor două cercuri, ştiind că ele fac un unghi de $60°$.(Chiţei, Gh.A., 1969)

Rezolvare:

Se observă că jumătatea ariei care se cere a fi aflată este egală cu aria trapezului $OCBO_1$, din care se scad ariile sectoarelor circulare COE şi EO_1B (fig.2.1.).

$$S = 2\left[S_{OCBO_1} - S_{sectOCE} - S_{sectO_1EB}\right]$$

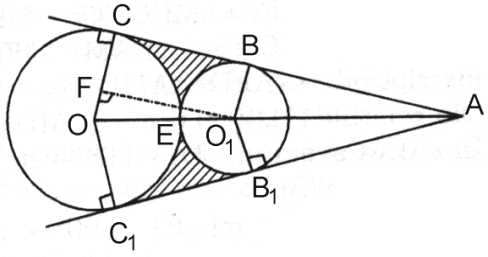


Fig. 2.1.

S-a redus problema dată la găsirea ari trapezului $OCBO_1$, a ariei sectorului de cerc OCE şi a ariei sectorului de cerc EO_1B.

Pentru a calcula aria trapezului sunt necesare lungimile bazelor şi a înălţimii. Lungimile bazelor sunt cunoscute: $OC = 15$ cm, $O_1B = 5$cm şi mai trebuie aflată înălţimea trapezului.

Se construieşte $O_1F \perp OC$, $F \in [oc]$ şi atunci rezultă că ΔO_1FO este dreptunghic şi

$OO_1 = EO + EO_1 = 15 + 5 = 20$ cm.

$OF = OC - O_1B = 15 - 5 = 10$ cm

Şi $FO_1^2 = OO_1^2 - OF^2$, deci $FO_1 = 10\sqrt{3}$ cm.

Atunci: $S_{OCBO_1} = \dfrac{(15+5)\cdot 10\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$ cm^2

Aria sectorului circular OCE este: $S_{sect.OCE} = \dfrac{\pi R^2 u_1}{360}$.

Nu se cunoaşte u şi deci problema care se referă la calculul ariei sectorului circular se reduce la calculul unghiului la centru COE.Fie A punctul de intersecţie al tangentelor exterioare, comune celor două cercuri.Atunci

$m\left(C\hat{A}C_1\right)=60°$ şi $m\left(C\hat{A}O\right)=30°$, deci $m\left(C\hat{O}A\right)=60°$ sau $u=60°$.

Deci $S_{sect.OCE}=\frac{\pi 225\cdot 60°}{360°}=\frac{\pi\cdot 75}{2}$ cm^2.

Aria sectorului O_1EB este: $S_{sect.O_1EB}=\frac{\pi r^2 u_1}{360}$

şi deci este necesară aflarea unghiului la centru EO_1B.

$OC\perp CA$

$O_1B\perp CA$, deci OC $\|$ O_1B şi $C\hat{O}A\equiv B\hat{O}_1A$,(unghiuri corespondente) de unde $m\left(B\hat{O}_1A\right)=60°$, adică $m\left(E\hat{O}_1B\right)=120°$ sau $u_1=120°$.

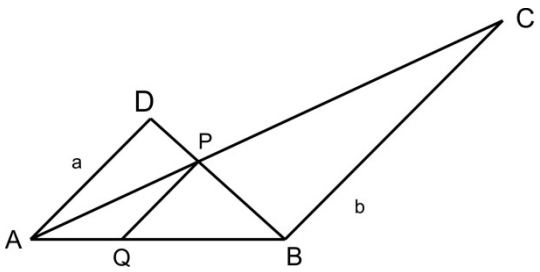
2.) Metoda sintetică

A examina o problemă prin metoda sintetică înseamnă a orienta gândirea elevilor asupra datelor problemei, astfel încât folosind relaţiile dintre ele, să se formuleze cu aceste date toate problemele simple posibile şi să se aşeze acestea într-o succesiune logică în care întrebarea ultimei probleme simple coincide cu întrebarea problemei date.

Pe scurt, ***metoda sintetică*** reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la date spre cerinţe, dirijând gândirea elevului pentru a se răspunde la întrebarea: Dacă se ştie … ce se poate afla?

Exemplu. ***Metoda sintetică în rezolvarea problemelor de demonstraţie - clasa a VII-a,*** (Unitatea de învăţare:Asemănarea triunghiurilor)

Prin capetele segmentului AB se construiesc două segmente paralele AD = a şi BC = b , AD $\|$ BC de aceeaşi parte a dreptei AB ; $AC\cap BD=\{P\}$, iar segmentul PQ $\|$ AD unde $Q\in[AB]$. Să se calculeze PQ în funcţie de a şi b. (Brânzei, D., 1983, p.52)



Rezolvare :

În ΔABC QP $\|$ BC (din ipoteză). Conform teoremei fundamentale a asemănării rezultă că $\Delta AQP\sim\Delta ABC\Rightarrow\frac{AQ}{AB}=\frac{QP}{BC}=\frac{AP}{AC}$. Din acest şir de rapoarte se consideră proporţia $\frac{AQ}{AB}=\frac{QP}{b}$ (1) ; unde b =BC

În ΔABD QP $\|$ AD (din ipoteză). Conform teoremei fundamentale a asemănării rezultă că $\Delta ABD\sim\Delta QBP\Rightarrow\frac{AB}{QB}=\frac{BD}{BP}=\frac{AD}{QP}$. Din acest şir de rapoarte se consideră proporţia

$\frac{AB}{QB}=\frac{a}{QP}$ (2) ; unde a = AD . Se observă că AQ = AB-QB $\Rightarrow\frac{AB-QB}{AB}=\frac{QP}{b}$

adică , $1-\frac{QB}{AB}=\frac{QP}{b}$ şi din relaţia (2) se obţine $\frac{QB}{AB}=\frac{QP}{a}$. Aşadar rezulă $1-\frac{QP}{a}=\frac{QP}{b}\Rightarrow\frac{a-QP}{a}=\frac{QP}{b}\Rightarrow ab-b\cdot QP=a\cdot QP\Rightarrow ab=(b+a)QP$. Deci se obţine lungimea $QP=\frac{ab}{a+b}$.

3.Metoda analitico – sintetică

Cele două metode generale de examinare a unei probleme de matematică se găsesc într-o strânsă legătură, ele condiţionându-se reciproc, însă în anumite momente sau situaţii una din ele devine dominantă. Astfel, în discutarea problemei şi întocmirea planului logic, cu efectuarea operaţiilor corespunzătoare acestuia se foloseşte metoda analitică, iar în organizarea şi redactarea întregii rezolvări a problemei, cea sintetică.

Din aceste motive, cele două metode apar adeseori sub o denumire unică: ***metoda analitico-sintetică***.

În practică s-a demonstrat că metoda sintetică este mai accesibilă, dar nu solicită prea mult gândirea elevilor. Se întâmplă ca unii elevi să piardă din vedere întrebarea problemei şi să calculeze valori care nu sunt necesare în găsirea soluţiei problemei. Metoda analitică pare mai dificilă, dar solicită mai mult gândirea elevilor şi folosind-o, îi ajută pe copii să privească problema „de sus”, să aibă mereu în atenţie întrebarea problemei.

Exemplu 1 ***Metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de calcul- clasa a VII-a***

Se consideră problema: Prin extremităţile a două raze OB şi OC ale unui cerc C(O, R) se duc două tangente care se intersectează în punctul A (fig. 2.2). Se cere să se exprime în funcţie de raza R şi de proiecţia BE a arcului mic CB pe raza OB, ariile triunghiurilor AOB şi BOC.

Soluţie: Se porneşte în rezolvarea problemei cu metoda analitică, adică de la cerinţele problemei.

Ariile celor două triunghiuri se calculează astfel:

$OB\perp AB$ atunci $A_{AOB}=\frac{AB\cdot BO}{2}$.

$CE\perp BO$ atunci $A_{BCO}=\frac{BO\cdot CE}{2}$.

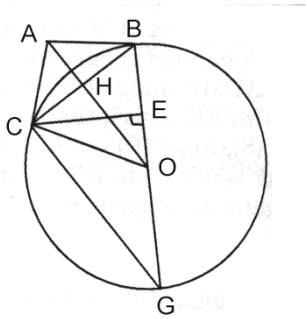


Fig. 2.2

Se observă că exprimarea celor două arii în funcţie de R şi de BE se se reduce la calculul segmentelor AB şi CE în funcţie de aceste mărimi.

Cu alte cuvinte metoda analitică a arătat ce drum trebuie urmat pentru a ajunge la rezultat.

În continuare demersul de rezolvare al problemei se face cu ajutorul metodei sintetice.

Ţinând cont de cele cunoscute în problemă se observă că CE fiind perpendiculară pe raza BO, prelungind BO cu OG rezultă că CE este înălţime în ΔBCG dreptunghic şi CE^2 = BE EG (din teorema înălţimii). Cum EG = 2R – BE, din ultimele două relaţii rezultă CE^2 = BE (2R – BE).

Pe de altă parte, fie BC∩AO = {H}, rezultă BC⊥ AO.

Se obţine: ΔABH~ΔBCE (sunt dreptunghice şi au o pereche de unghiuri ascuţite congruente, anume $A\hat{B}H \equiv B\hat{C}E$ (alterne interne deoarece AB ‖ CE şi BC secantă). Din asemănarea triunghiurilor rezultă: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{CE}$, de unde : AB = $\frac{BC \cdot BH}{CE}$.

Dar BH = $\frac{BC}{2}$, care înlocuită relaţia anterioară conduce la AB = $\frac{BC^2}{2CE}$.

Din teorema catetei în ΔBCG dreptunghic rezultă:. $BC^2 = BE \cdot BG = BE \cdot 2R$

Înlocuind această relaţie în precedenta se obţine: $AB = \frac{R \cdot BE}{2\sqrt{BE(2R - BE)}}$ .Astfel ariile celor două triunghiuri devin:

$S_{BOC} = \frac{R \cdot BE(2R - BE)}{2}$ şi $S_{AOB} = \frac{R^2 \cdot BE}{2\sqrt{BE(2R - BE)}}$.

Exemplu 2. ***Metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de demonstraţie - clasa a VII-a***

Se consideră problema: Se dă triunghiul ABC înscris în cercul Γ(O, R). Fie H punctul de intersecţie al înălţimilor, D punctul diametral opus lui A şi E mijlocul laturii BC (fig.2.3).

Se cere să se arate că:

i) punctele D, E, H sunt coliniare;

ii) $DE = \frac{1}{2} AH$.

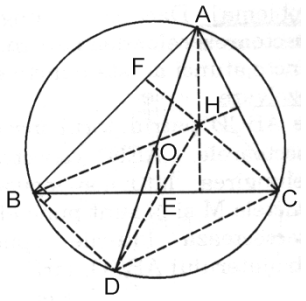


Fig.2.3.

Soluţie: Se porneşte în rezolvarea problemei cu metoda analitică, adică de la cerinţele problemei.

i) Se cere să se arate că punctele D, E, H sunt coliniare.

Se observă că pentru aceasta este suficient să se arate că $E \in DH$.

În figura alăturată se observă că, pentru ca dreapta DH să conţină punctul E este suficient să se arate că patrulaterul BHCD este paralelogram. Cum E este mijlocul diagonalei BC, atunci diagonala DH trece neapărat prin punctul E, prin urmare punctul E aparţine dreptei DH.

În acest mod, problema de la punctul i) s-a redus la rezolvarea altei probleme şi anume de a arăta că figura BHCD este paralelogram.

În continuare demersul de rezolvare al problemei se face cu ajutorul metodei sintetice.

$m(D\hat{B}A) = 90^0$ (unghi înscris într-un semicerc), deci $DB \perp AB$. Fie CH ∩ AB = {F}, rezultă că CF ⊥ AB (fiind înălţimea din vârful C pe latura AB) deci şi $CH \perp AB$.

Deoarece două segmente perpendiculare pe al treilea sunt paralele între ele, se obţine: DB ‖ CH. (1)

În mod analog $m(DCA) = 90^0$ (înscris într-un semicerc) şi $DC \perp AC$, iar $BH \perp AC$ (H ortocentru în ΔABC) , de unde BH ‖ CD (2)

Din relaţiile (1) şi (2): BHCD este paralelogram (având laturile opuse paralele două câte două).

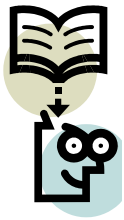
Deoarece într-un paralelogram diagonalele se intersectează în părţi congruente şi cum E este mijlocul diagonalei BC (ip.), rezultă $DE \equiv EH$ şi $E \in DH$, deci D, E, H coliniare.

ii) Pentru a arăta că $OE = \frac{1}{2} AH$ se foloseşte metoda sintetică.

În triunghiul ADH punctul O este mijlocul laturii AD: $AO \equiv OD$ şi cum E este şi mijlocul diagonalei DH rezultă că în ΔADH OE este linie mijlocie şi din teorema liniei mijlocii într=un trinughi se obţine: $OE = \frac{1}{2} AH$.

Exemplifică rezolvarea unei probleme de geometrie utilizând metoda analitică.

R: Revezi paragraful 2.6



Să ne reamintim...

- ***Metodele specifice de predare – învăţare a matematicii*** sunt acelea care sunt impuse de structura ideatică internă a conţinutului ştiinţific vehiculat.
  Din această categorie de metode fac parte:

1.metode de rezolvare aritmetică;
2.metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie;
3.metoda coeficienţilor nedeterminaţi (de exemplu, pentru determinarea coeficienţilor unui polinom);
4.metoda inducţiei matematice;
5.metoda reducerii la absurd;
6.demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză.

2.7. Strategii şi tehnici de predare - învăţare a matematicii în şcoală

Câteva reguli de bază de care trebuie să se ţină cont în vederea rezolvării problemelor de matematică:

1.citirea cu atenţie a enunţului problemei şi construirea corectă a figurii despre care este vorba în problemă (ipoteză, concluzie);
2. reţinerea datelor problemei, eventual şi a noţiunilor şi teoremelor având conexiuni cu problema;
3.căutarea în "memorie" unor anumite procedee şi metode pentru rezolvarea problemelor de geometrie;
4.construirea de raţionamente noi pe baza axiomelor, definiţiilor şi a altor teoreme demonstrate anterior;
5.stabilirea de relaţii între diferite elemente ale figurilor şi scrierea lor cu ajutorul simbolurilor din matematică, pe baza raţionamentelor construite, ce permit scrierea demonstraţiei problemei;
6.analizarea problemei (căutarea tuturor soluţiilor problemei, precum şi diferitelor cazuri particulare ce pot apărea, sau generalizarea ei);
7.verificarea soluţiilor problemei (trebuie făcută mai ales în problemele de construcţii geometrice).

O ***strategie didactică*** arată, în general, „ce face profesorul" şi „ce face elevul", ea pune în evidenţă, pe de o parte, capacitatea cadrului didactic de a alege şi de a combina într-o anumită ordine metode, procedee şi mijloace de instruire, forme de grupare a elevilor, de a selecta şi de a structura conţinutul ştiinţific în funcţie de obiectivele propuse, de a opta pentru o anume experienţă de învăţare ce urmează a fi trăită de elevi – ceea ce conturează ***strategiile de predare***, iar pe de altă

parte, prevede procedeele şi tehnicile de învăţare sub formă de ***strategii de învăţare***.(Cîrjan, F., 1999, p. 68)

În funcţie de caracterul determinant al învăţării (uneori se înţelege tipul de experienţă de învăţare al elevului). (Cerghit, I., 1983 apud. Cîrjan, F. 1999, pp.70-71) deosebeşte două clase de strategii:

a) ***strategii prescrise*** – bazate pe prescripţii, norme, pe dirijarea strictă a învăţării; sunt directiviste, rigide, sting curiozitatea, originalitatea – fac parte din categoria strategiilor clasice; dintre ele amintim: ***imitative, explicativ – reproductive, algoritmice***

b) ***strategii neprescrise*** – pun accentul pe stimularea efortului propriu a celui care învaţă, pe încurajarea muncii independente, prin dirijarea redusă la minimum; sunt considerate strategii de activizare, participative; ele sunt:

- ***euristice*** – de angajare în descoperire, de căutare activă, lasă elevul să-şi asume riscul incertitudinii, al încercării şi erorii; au unele trăsături specifice investigaţiei ştiinţifice (strategii ***explicativ-investigative, conversaţie euristică, problematizare, descoperirea independentă, cercetarea în echipă)***
- ***creative*** – lasă câmp deschis afirmării originalităţii, spontaneităţii, diversităţii; pun accentul pe capacitatea de reflecţie, sinteză, evaluare critică, creaţie.

O ***strategie rezolutivă*** ne arată (este definită de) modalităţile de selectare şi combinare a ideilor relevante (propoziţii de fond) din structura cognitivă a rezolvitorului, care conduc la găsirea ideii de rezolvare (ideii rezolutive), la soluţia problemei.

Procesul formării unei strategii rezolutive este guvernat de ***strategii cognitive*** – deprinderi intelectuale superior organizate care „selectează şi dirijează procesele interne implicate în definirea şi rezolvarea problemelor noi; sunt deprinderi prin intermediul cărora elevul îşi organizează propriul său mod de gândire, (Gagné, R.M., Briggs, L.J., 1977, p.60 apud. Cîrjan, F., 1999, p.110)ca scop al învăţării s-ar reformula „predarea modului de a gândi”.

O clasă de strategii cognitive o constituie ***metodele şi procedeele euristice***; o alta ar fi formată din ***deprinderile intelectuale care însoţesc şi dirijează comportamentul elevului***.

Exemplu 1-*clasa a VII-a* (Cîrjan, F., 1999, p.112 – 113)

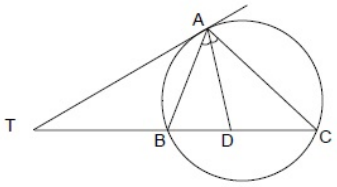
Exemple de strategii şi tehnici de predare-învăţare a geometriei în gimnaziu

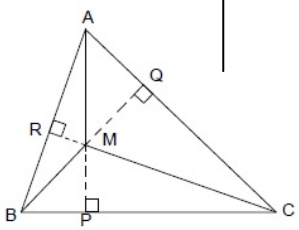
Exemple de situaţii de învăţare, în care sunt scoase în evidenţă mersul gândirii- ghidat de o strategie cognitivă descrisă în coloana întâi- care conduce la elaborarea unei strategii rezolutive- coloana a doua şi deprinderile de aplicare a regulilor şi conceptelor în problemă (tactica) descrise în ultima coloană. În coloana a doua au fost trecute numai cele care conturează o strategie de rezolvare.

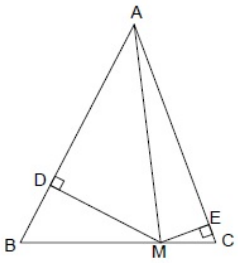
Enunţurile problemelor:1) Fie TA, tangenta din punctul T la cercul circumscris ΔABC. Fie AD , $D \in [BC]$-bisectoarea unghiului A care trece prin T. Demonstrează că ΔTDA este isoscel.

2a) Fie M ortocentrul ΔABC. Demonstrează că MP+MQ+MR=ct.

1)	2a)	2b)
(I) TA tg. cerc.(ABC) AD bisect. ∢BAC T, D ∈ BC	(I) M∈ Int Δ ABC P= pr_{BC} M Q= pr_{AC} M R= pr_{AB} M	I) Δ ABC isoscel AB=AC M ∈ BC
(C) Δ TDA isoscel	(C) MP+MQ+MR=ct	(C) d(M,AB)+d(M,AC)=ct







Rezolvările problemelor:

CUM GÂNDIM		SOLUŢIA PROBLEMEI
Îndrumări verbale (autoinstrucţiuni)	Ipoteze (conjecturi) emise	Verificarea ipotezelor
(Strategii cognitive)	(Strategii rezolutive)	Tactică (deprinderi)
(1) Să reformulăm concluzia! (4) Ce putem deduce din (I)! (6) Am folosit întreaga ipoteză (I)!	(2) Să dovedim că TA=TD sau ΔTAD≡ΔTDA ? (3) Mai convenabil ar fi să demonstrăm căΔ TAD≡ΔTDA. (8) Să exprimăm ΔTDA şi ΔTAD în funcţie de unghiuri congruente.	(5) TA tg. la cerc=> TAB≡ACB (1) (7) AD bisect. => BAD≡DAC (2) (9) (TAD)= m(TAB) + m(BAD) (3) Din (1) şi (2) şi (3) => (10) m(TAD) = m(DAC) + m(ACB) (4)
(12) Ce teoremă ne-ar fi utilă aici? (pentru a obţine informaţii despre TDA)!	(11) Dacă am dovedi că m(TDA)=m(TAB)+m(BAD) sau că m(TDA)=m(DAC)+m(ACB)!	(13) TDA unghi ext. ΔDAC, deci (14) m(TDA)=m(DAC)+ m(ACB) şi după (4), TDA≡TAD
Cum putem utiliza ipoteza? La ce teoreme cunoscute ne conduce ipoteza? Le-am întâlnit în alte problem înrudite?	Distanţele MP, MQ, MR apar în formule ce exprimă ariile unor triunghiuri în care acestea joacă rol de înălţimi!? ΔMBA, ΔMAC, ΔMAB.	$MQ=2S_{MAC/AC}$ $MP=2S_{MBC/BC}$ ş.a.m.d. în problema 2b) analog $MR=2S_{AMB/AB}$ s.c.e. atunci $MP+MQ+MR=2S_{ABC/AC}$= d(B,AC)=ct.

	Să exprimăm suma respectivă:	
Ce proprietate (în legătură cu aria triunghiului) ne-ar fi utilă aici?	Să descompunem suprafaţa triunghiului ABC pe baza proprietăţii de aditivitate: $S_{ABC}=S_{MAB}+S_{MAC}+S_{MBC}$ şi respectiv: $S_{ABC}=S_{MAB}+S_{MAC}$ pentru 2b).	Rezolvarea de mai sus ne conduce la o altă idee rezolutivă.

În continuare s-a propus elevilor (ca temă), rezolvarea problemelor:

(1) În patrulaterul ABCD, tangentele în A şi C se întâlnesc pe suportul diagonalei BD. Arătaţi că bisectoarele unghiurilor opuse A şi C sunt concurente pe BD.

(2) În orice triunghi ABC, $S_{ABC}=p\cdot r$, pe semiperimetrul triunghiului, iar r raza cercului înscris în triunghiul ABC.

Exemplu 2-*clasa a VII-a* (Cîrjan, F., 1999, p.125 – 139; Sitasz, V., 2012)

Principalele strategii euristice de predare-învăţare a geometriei ce pot fi utilizate în gimnaziu sunt exemplificate în acest paragraf.

Studiul geometriei în clasa a VI-a trebuie să pornească de la ceea ce elevul cunoaşte din clasele anterioare, de modul în care s-a familiarizat cu noţiunile elementare de geometrie. Ei trebuie să cunoască noţiunea de dreaptă, semidreaptă şi segment, să măsoare segmentele cu ajutorul riglei gradate, să le compare şi să cunoască noţiunea de segmente congruente. Ei trebuie să cunoască noţiunea de unghi, să le numească, să le compare. Să recunoască triunghiul, patrulaterele (paralelogramm, dreptunghi, pătrat, romb), să recunoască corpurile geometrice. Primele lecţii de geometrie în clasa a VI-a trebuie să stabilească cât mai exact stocul de reprezentări geometrice, pe care elevii le-au dobândit în clasele anterioare. Pentru acesta sunt necesare câteva lecţii recapitulative, atât în sensul verificării unor cunoştinţe, cât şi a unor abilităţi (ex. fiecare elev trebuie să ştie să măsoare corect cu rigla gradată).

Un obiectiv important al predării geometriei este aceea de a deprinde elevii să demonstreze, adică să fundamenteze logic, deductiv unele propoziţii pornind de la altele despre care ştiu că sunt adevărate. La această deprindere se ajunge treptat, şi ca prim pas tebuie să zdruncinăm elevului încrederea în evidenţa intuitivă a unor desene, şi să-i formăm dorinţa de a justificalogic anumite proprietăţi. Pentu acesta se pot folosi fişe de lucru, în care vom folosi imagini a căror primă percepţie nu corespunde cu realitatea riguroasă.

La introducerea noiilor conţinuturi se vor folosi cele trei tipuri de strategii euristice, combinate desigur unde este necesar cu celelalte metode. Se prezintă în ceea ce urmează exemple de activităţi de predare- învăţare, aplicate la clasă .

Triunghiuri congruente. Studiul geometriei bazată pe demonstraţie.

1. Strategie (de formare a capacităţii de cunoaştere a conceptelor şi a proprietăţiilor acestora) 2 ore

Performanţă:

- să înţeleagă noţiunea de triunghiuri congruente
- să recunoască triunghiurile congruente
- să identifice elementele congruente
- să identifice cazurile de congruenţă

Condiţii interne

-să reactualizeze cunoştinţele anterioare cu privire la segmente şi unghiuri congruente;

- să reactualizeze cunoştinţele referitoare la construcţia triunghiurilor.

Condiţii externe

- să transfere cunoştinţele de congruenţă de la segmente şi unghiuri la triunghi. Se pun întrebări de genul: ”Ce înseamnă segmente/ unghiuri congruente?”, ”Cum am putea defini congruenţa triunghiurilor?”Se ajunge la definiţia triunghiurilor congruente.

Fişă de lucru:

a) Identificaţi triunghiurile congruente de pe fişă cu cele decupate.
b) Notaţi triunghiurile din fişe şi cele decupate.
c) Scrieţi triunghiurile congruente.
d) Identificaţi laturile şi unghiurile congruente(verbal şi scris)!

Observaţii:

- elevii sunt împărţiţi pe grupe, fiecare grupă având alt set de triunghiuri.
- unele triunghiuri par a fi congruente la prima vedere, fără a fi de fapt. Se ajunge din nou la ideea necesităţii demonstaţiei.

- Se pune problema ”Cum am putea desena două triunghiuri congruente?” Se transferă cunoştinţele referitoare la construcţia triunghiriilor.
- Se pune problema ”Oare toate cele trei laturi şi unghiuri trebuie să fie congruente pentru ca triunghiuriile să fie congruente?”. ”Ce ar trebui să fie congruent?”. Se ajunge la cazuriile de congruenţă, care vor fi enunţate şi scrise în caiet.

2. Strategie (de dezvoltare a capacităţii de aplicare a regulilor în rezolvarea de probleme.

Performanţă:

- să recunoască triunghiurile congruente prin aplicarea directă a unui caz de congruenţă;
- să identifice celelalte elemente congruente ale triunghiurilor;
- să recunoască posibilitatea de a calcula elementele triunghiurilor sau a demonstra congruenţa lor.

Condiţii interne:

-reactualizarea cunoştinţelor referitoare la congruenţă şi a cazurilor de congruenţă.

Condiţii externe

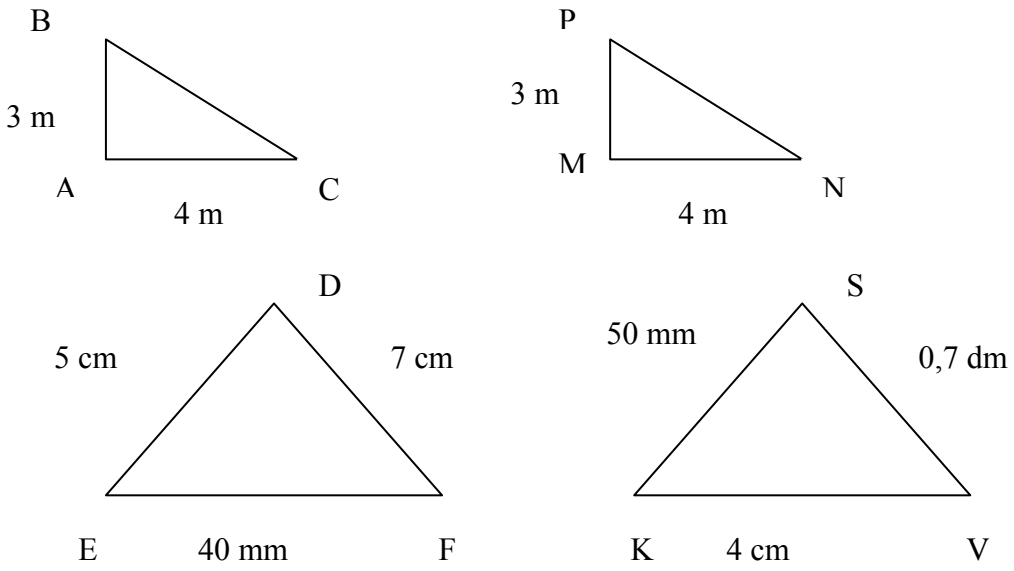
- rezolvarea unor probleme, folosind direct cazurile de congruenţă;
- identificarea elementelor congruente. Se pune problema ”pentru ce ar putea fi utilă găsirea unor triunghiuri congruente (fisă de lucru 1);
- calcularea unor laturi sau unghiuri folosind metoda triunghiurilor congruente

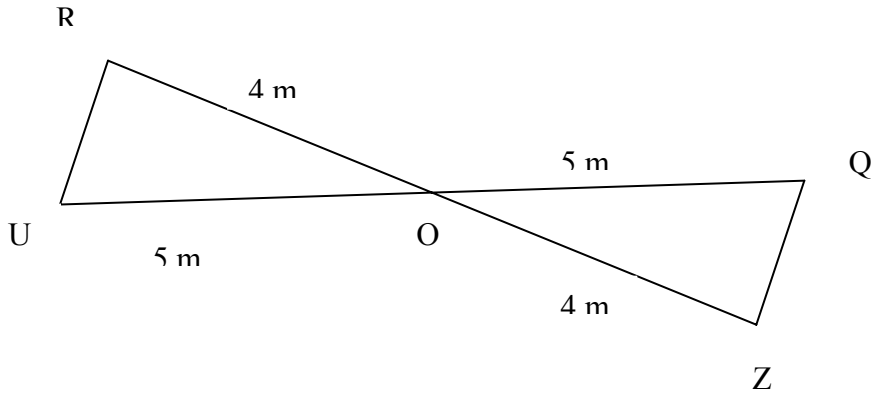
(fişă de lucru 2);

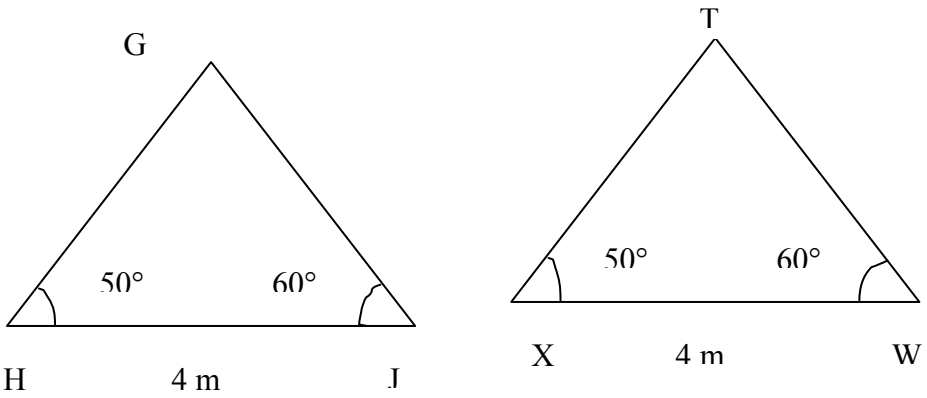
- introducerea metodei de abordare a problemei de geometrie, utilizând noţiuniile de ipoteză, concluzie şi demonstraţie.

Fişă de lucru 1:

a) Găsiţi triunghiurile congruente din figura de mai jos. Justificaţi răspunsul, bazându-vă pe cazurile de congruenţă învăţate.
b) Identificaţi elementele congruente ale triunghiurilor
c) Pentru ce ar putea fi utilă demostrarea congruenţei acestor triunghiuri?

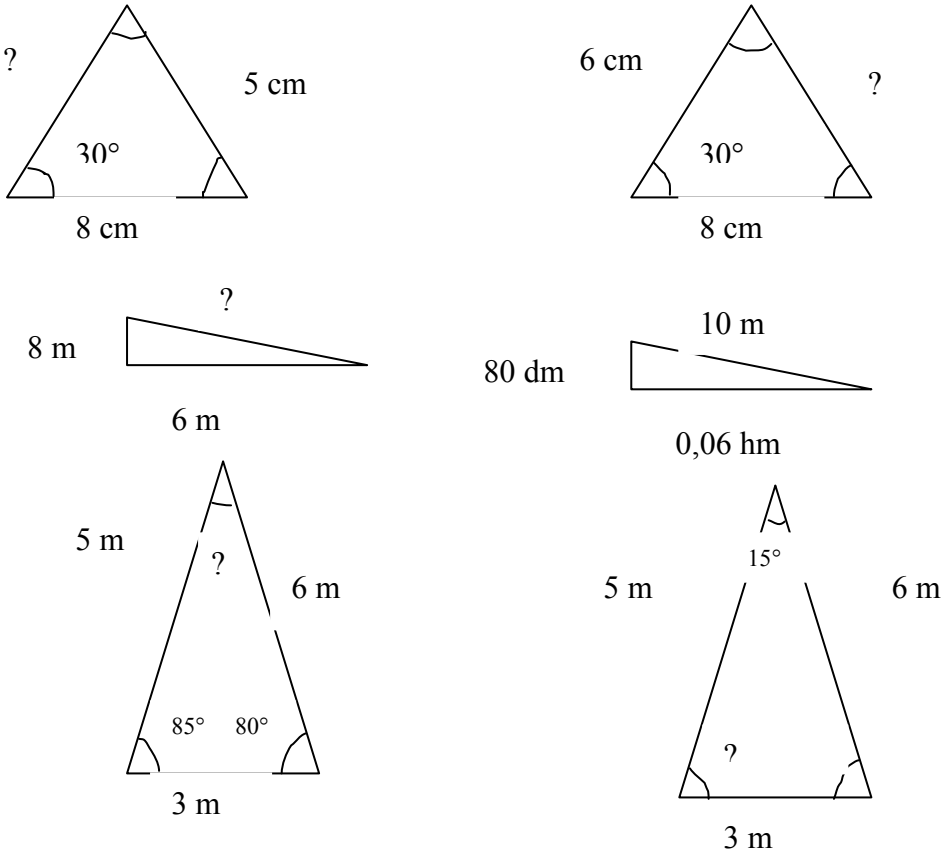






Fişă de lucru 2:

1) Notaţi vârfurile triunghiuriilor din f igură.Folosind metoda triunghiurilor congruente, calculaţi laturile sau unghiurile indicate!



2)Ştiind că triunghiul ΔABC este isoscel, cu [AB]=[AC], punctul M este mijlocul laturii BC, desenaţi figura şi demonstraţi că triunghiurile ΔAMB şi ΔAMC sunt congruente. Ce alte elemente congruente observaţi?

Observaţie: la acest ultim exerciţiu se introduc noţiunile de ipoteză, concluzie şi demonstraţie.

3. Strategie (de dezvoltare a capacităţii rezolutive)
Performanţă:

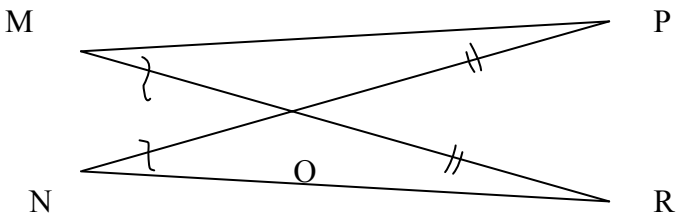
- să recunoască triunghiurile congruente din figură;
- să recunoască acele triunghiuri congruente care sunt utile în rezolvarea problemei;
- să cunoască şi să aplice cazurile de congruenţă a triunghiurilor;
- să -şi formeze abilităţiile de rezolvare a problemei geometrice, bazate pe demonstraţii riguroase, bazate pe ipoteză, concluzie şi demonstraţie.

Condiţii interne:

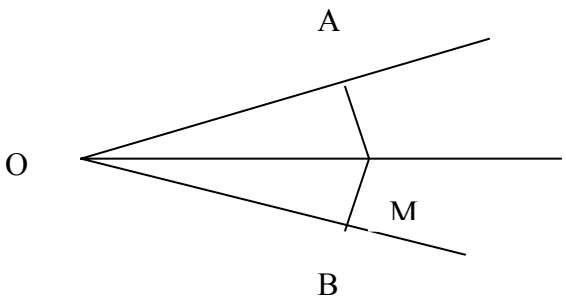
- reactualizarea cunoștințelor referitoare la congruenţa triunghiuriilor, la bisectoare, unghiuri opuse la vârf şamd.

Condiţii externe: folosirea unui set de probleme cu dificultate gradată

1) În figura de mai jos, se cunoaşte că [MO]=[ON] respectiv [PO]=[RO]. Să se demonstreze că:
   a) ΔMON=ΔNOR
   b) [MP]=[NR]

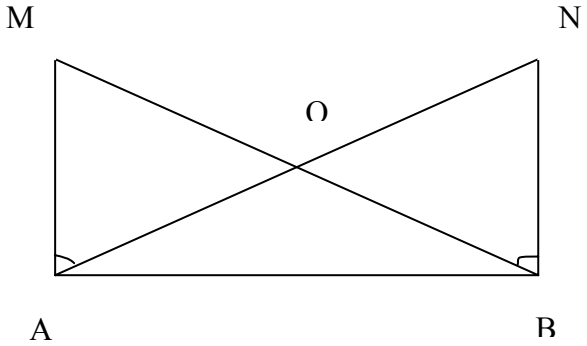


2) Dacă [OM este bisectoarea unghiului <AOM şi dacă MA ⊥OA , MB⊥OB, demonstrați că segmentele [MA] şi [MB] sunt congruente.



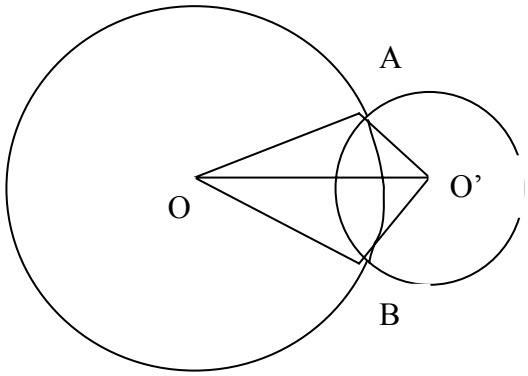
3) Dacă MA⊥AB şi NB⊥AB, respectiv <MAN şi <NBM sunt congruente, demonstraţi că:

a) <NAB=<MBA
b) [MB]=[NA]
c) [MA]=[NB]
d) ΔMOA= ΔNOB
e) [MN]=[AB]



Dacă este necesar se folosesc întrebări de genul: ”Ce ne spune ipoteza?”, ”Unde trebuie să ajungem?”, ”Care triunghi are latura/ unghiul...?”, ”Ce laturi/ unghiuri mai sunt congruente în acest triunghi?”, ”Ce am mai putea demonstra în această problemă?”

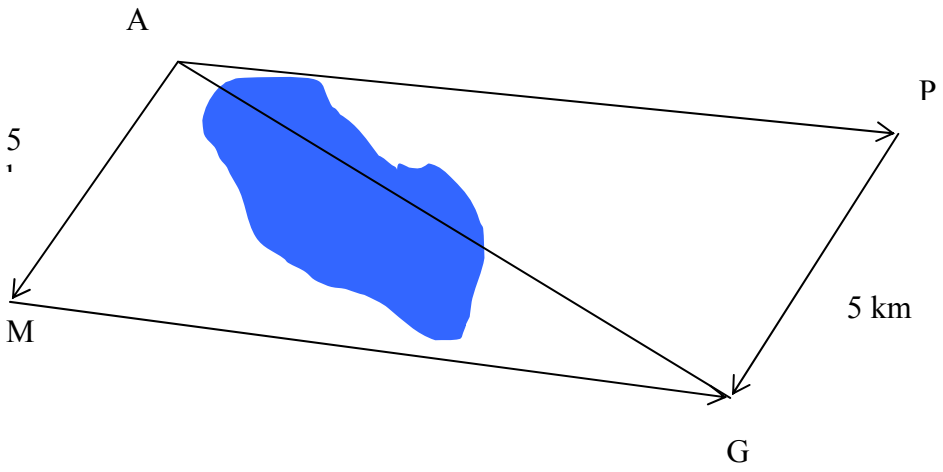
4). Demonstraţi că segmentul OO’, ce uneşte centrele cercuriilor din figură este bisectoarea unghiuriilor <AOB şi <AO’B.



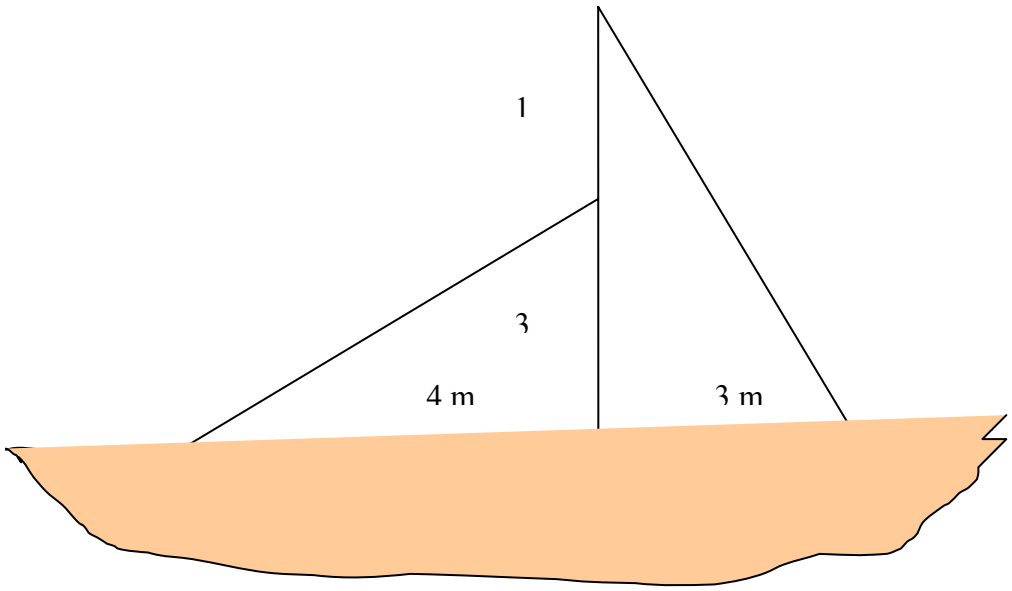
Ţinând seama de necesitatea obişnuirii eleviilor cu aplicaţiile practice ale problemelor, o problemă de congruenţă poate fi şi ca cele de mai jos:

5). Dacă un călător vrea să ajungă din localitatea Afin (A) în localitatea Gutui (G) trebuie să ocolească un lac. Drumul poate să treacă prin Mereşti (M), la 5 km de Afin, perpendicular pe direcţia (AG), sau prin Pereşti (P), tot perpendicular pe direcţia (AG), care este la 5 km de

Gutui, aşa cum se vede pe harta de mai jos. Demonstraţi că oricare traseu a-r alege călătorul, v-a trebui să parcurgă aceeaşi distanţă.

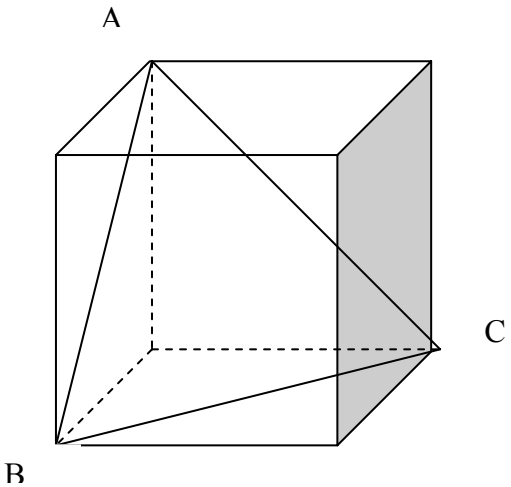


6). Demonstraţi că cele două catarge ale corabiei de mai jos sunt congruente



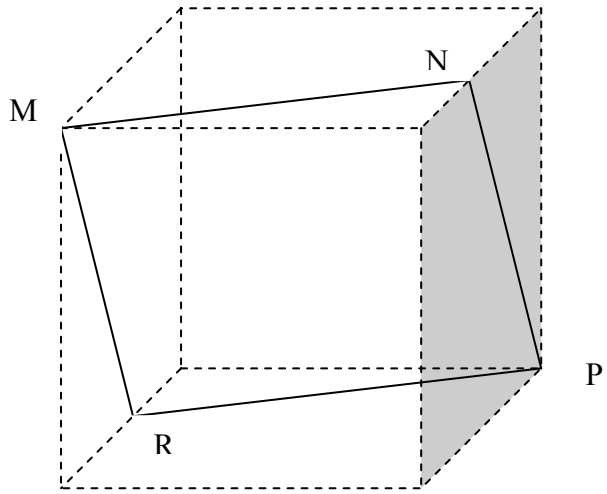
Problema de geometrie poate fi făcută şi pe modele construite de elevi. De exemplu după construirea din carton a unui cub, elevii pot fi îndrumaţi să modeleze, şi să rezolve următoarele probleme:

1) Demonstraţi că în cubul din figură segmentele [AB], [AC] şi [BC] sunt congruente



2). Demonstraţi că în cubul de mai sus CM este bisectoarea unghiului <ACB, unde M este mijlocul segmentului [AB]

3) Dacă punctele N, şi R sunt la mijlocul muchiei cubului de mai jos, demonstraţi că [MN]=[NP]=[PR]=[MR]



Evaluarea activităţii de predare- învăţare, după parcurgerea unităţii de învăţare dedicată congruenţei triunghiurilor, are ca obiectiv modul în care elevii au înţeles noţiunea de congruenţă a triunghiurilor, măsura în care ei ştiu să aplice direct cazurile de congruenţă şi dacă pot sau nu aplica metoda triunghiuriilor congruente într-o problemă.

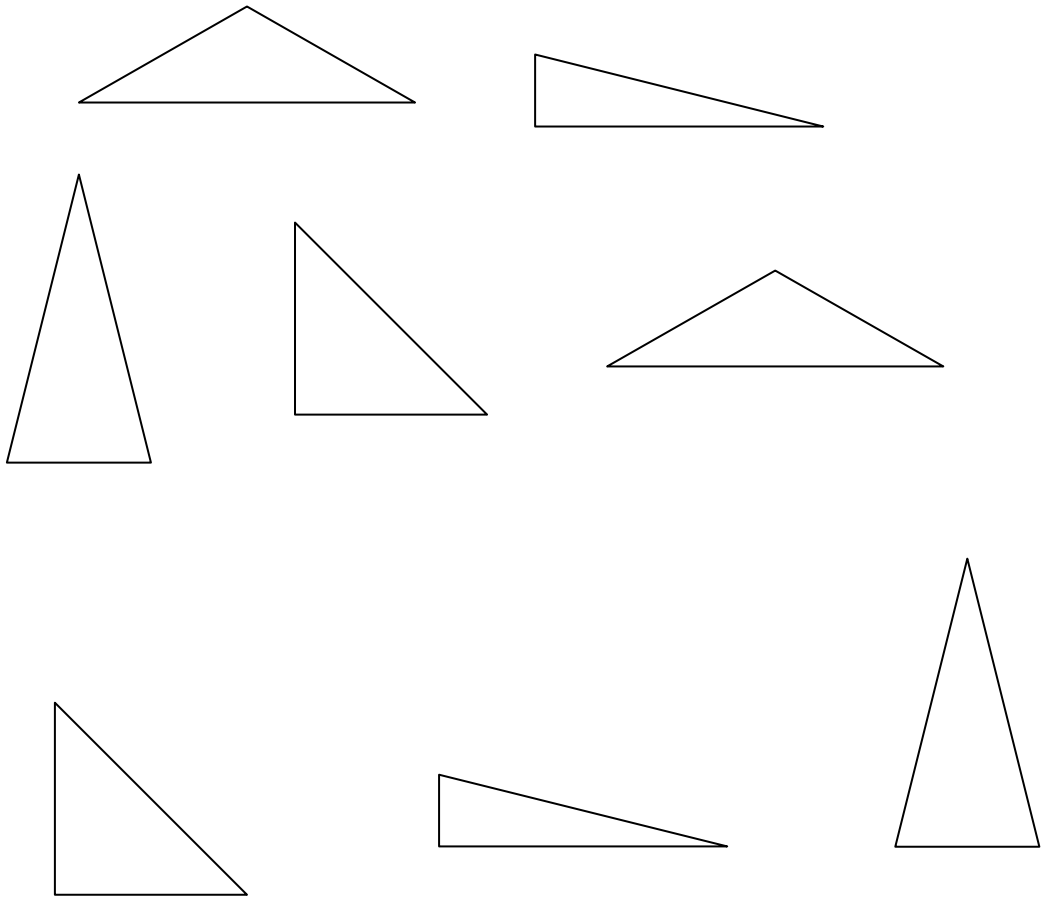
Fişă de evaluare 1.

1). Studiază atent triunghiurile de mai jos.

a). Notează vîrfurile triunghiurilor.

b). Identifică şi scrie care triunghiuri sunt congruente.

c). Enumeră laturile şi unghiurile congruente în cazul a două triunghiuri congruente. (la alegere)



2). Folosind cazurile de congruenţă, demonstrează congruența triunghiurilor de mai jos. Prin linii punctate s-au notat bisectoarele unghiurilor.

Fişă de evaluare 2.

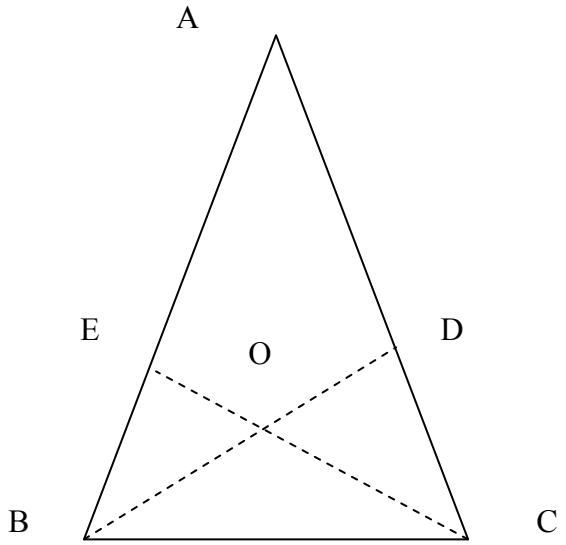
În figura de mai jos laturile AB şi AC ale triunghiului Δ ABC sunt congruente. Dacă m(<ABC)= m(<ACB), iar BD şi CE sunt bisectoarele lor, demonstraţi că:

a). ΔEAC=ΔDAB

b). [DB]=[CE] şi [AE]=[AD]

c). [BE]=[DC]

d) ΔBEO= ΔCDO, unde {O}=CE ∩ BD



Exemplu 3 ***Alte exemple de strategii şi tehnici de predare – învăţare a matematicii***

3.1. Se consideră şirul 0,1,2,10,11,12,20,21,22,100,101,102,110,……..

a) Câte numere de 3 cifre conţine şirul (justificaţi)?
b) Ce loc ocupă în şir numărul 2010?

Rezolvare:

a) Termenii şirului conţin doar cifrele 0,1,2.
Numere de 3 cifre: 100, 101, 102
110, 111, 112
120, 121, 122
200, 201, 202
210, 211, 212
220, 221, 222

3·6=18 numere

Deci şirul conţine 18 numere de trei cifre

b) Există 3 numere de o cifră = 3
3·2 numere de 2 cifre = 6
3·6 numere de 3cifre = 18
31 numere de 4 cifre până la 2010 inclusiv

Deci numărul 2010 ocupa locul : 3+6+18+31= **58**

3.2. Fie şirurile :

c) 2,5,8,11,……..
d) 1,2,4,7,11,16,……..

i) Scrie următorii 5 termeni pentru fiecare şir.
ii) Care este al 100-lea termen al primului şir?

Rezolvare:

i) a) 14,17,20,23,26 ($3k+2$, $k \in \mathbf{N}$)

b) 16+6=22
22+7=29
29+8=37
37+9=46
46+10=56

ii) Regula de formare a primului şir este: $a_{k+1}=3k+2$.Deci:
$a_1=3\cdot 0+2=2$ - primul termen
$a_2=3\cdot 1+2=5$ - al 2-lea termen
$a_3=3\cdot 2+2=8$……
$a_{100}=3\cdot 99+2=\mathbf{299}$ –al 100-lea termen.

Varianta 2

Pentru mulţimile prezentate
$A_1=\{0,2,4,6,8,\ldots\}$; 265
$A_2=\{1,3,5,7,9,\ldots.\}$; 473
$A_3=\{0,3,6,9,12,\ldots.\}$; 870
1) Scrieţi mulţimile folosind proprietăţile caracteristice ale elementelor lor.
2) Aflaţi dacă numărul indicat în dreapta mulţimii face parte din ea.
După rezolvarea cu elevii :$A_1=\{2k, k \in N\}$, $265 \notin A_1$
$A_2=\{2k+1, k \in N\}$, $473 \in A_2$ $A_3=\{3k, k \in N\}$, $870 \in A_3$ $870=290 \bullet 3$
Se poate purta următoarea discuţie :“Fiindcă am cunoscut elementele unei mulţimi am putut scrie un termen general .Cum aţi putea concepe şi voi astfel de probleme pentru colegii voştri ? Răspuns :”alegem un termen general şi scriem elemente ale mulţimii de acest tip:
$A_4=\{3k+1, k \in N\}$ ------- $A_4=\{1,4,7,10,13,\ldots.\}$, 3001
$A_5=\{2^k, k \in N\}$ ------$A_5=\{1,2,4,8,16,\ldots\}$,256
$A_6=\{3^k, k \in N\}$ -------$A_6=\{1,3,9,27,81,\ldots\}$, 186.

Varianta 3

1.Fie şirul de numere 2, 8, 14, 20, ...
a.Completaţi şirul cu încă trei termeni
b.Aflaţi termenul de pe locul 27
c.Calculaţi suma primilor 20 termeni

2.Fie şirul de numere 3, 9, 27, 81, ...
a.Completaţi şirul cu încă trei termeni
b.Aflaţi termenul de pe locul 30
c.Determinaţi ultima cifră a termenului de pe locul 50.

Teme de discuţie cu elevii

- Există o legătură între termenii consecutivi ai şirurilor? Dacă există cum se exprimă aceasta?
-Dacă legătura se exprimă printr-o operaţie matematică elementară (adunare, scădere, înmulţire sau împărţire) cum putem stabili următorii termeni ?
- Există o legătură între valoarea unui termen şi poziţia sa ?
- Pentru a calcula o sumă putem aplica comutativitatea operaţiei de adunare; în acest sens cum este indicat să regrupăm termenii?
- Există o periodicitate a ultimei cifre într-un şir? În caz afirmativ prin ce operaţii elementare poate fi exprimată aceasta?

Varianta 4

Fie şirurile: 131313.....
135135.....

1. Care este al 8-lea termen?
2. Dar al 11-lea termen?

Posibile întrebări:

- Scrieţi primii 12 termeni, şi răspundeţi la întrebările problemei.
  Observăm că la primul şir a 8-a cifră este 3, iar la al doilea şir este tot 3. Al 11-lea temen este 1 la primul şir şi 3 la al doilea şir.
- Ce numere se repetă? Observaţi că ambele şiruri au prima cifră 1, a doua cifră 3. La primul şir se repetă numerele 13 (2 cifre), iar la al doilea numărul 135 (3 cifre).
- Folosiţi teorema împărţirii cu rest (la 2 şi respectiv la 3) pentru a afla poziţia termenului căutat.

Se observă că 8 = 2*4 +0, respectiv 8 = 3*2 + 2. Restul ne dă poziţia termenului căutat. Analog, 11 = 2*5 + 1, respectiv 11 = 3 *3 +2.

Un alt exemplu de şir:

Fie mulţimea formată din elementele : M = { 1, 3, 5, 7, ……..}

1. Să se scrie altfel mulţimea dată, folosind proprietăţile caracteristice ale elementelor sale.

M = { (2k + 1) / k є N}

Posibile întrebări:

- Ce numere lipsesc? 2, 4, 6, 8,.....adică lipsesc numerele pare
- Numerele din şir sunt pare sau impare? Impare.
- Ce este un număr impar? Numere care nu se împart exact la 2, adică nu sunt divizibile cu 2.
- Cum se scrie matematic un număr divizibil la 2 ? 2k.
- Dacă se adună 1 la un număr par, ce obţinem? Un număr impar.
- Cum putem scrie matematic un număr impar ? 2k + 1

2. Stabiliţi dacă numărul 24^2 aparţine mulţimii date.

24^2 este număr par (orice număr la o putere pară este par), deci nu aparţine mulţimii date.

3. Dar numărul 7^3 aparţine mulţimii date?

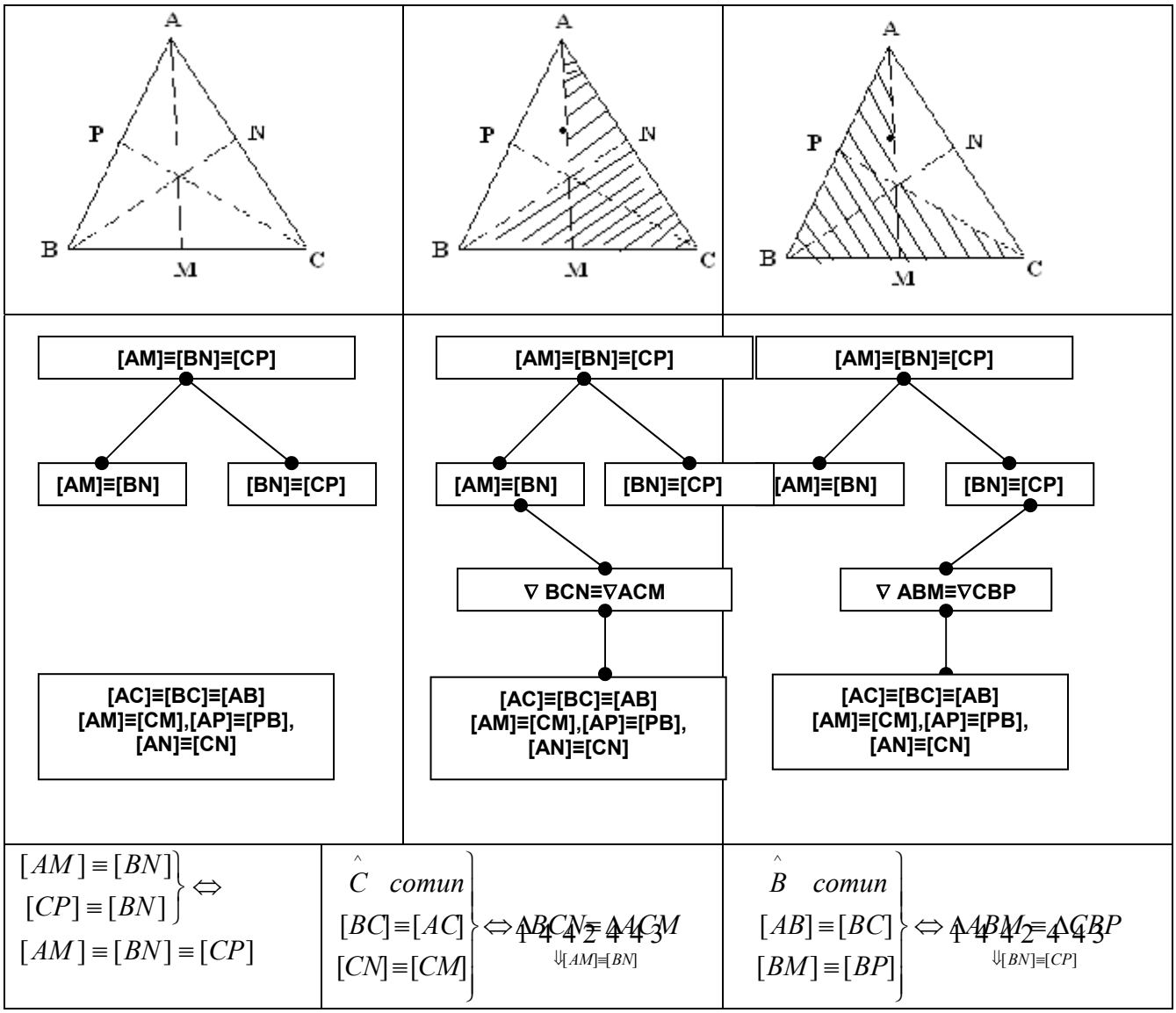
7^3 este număr impar, deci aparţine mulţimii date.

4. Câte elemente are mulţimea dată?

- mulţimea are un infinit de elemente.

Exemplu 4-*clasa a VI-a*

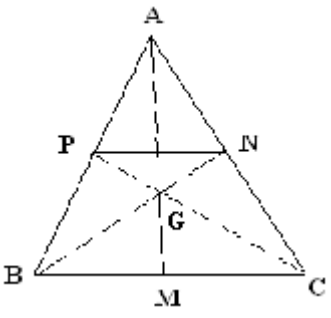
Schema de rezolvare pentru problema : ***Medianele unui triunghi echilateral sunt congruente este:***



$$\left.\begin{array}{l}[AM]\equiv[BN]\\ [CP]\equiv[BN]\end{array}\right\}\Leftrightarrow$$
$$[AM]\equiv[BN]\equiv[CP]$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{C}\ \ comun\\ [BC]\equiv[AC]\\ [CN]\equiv[CM]\end{array}\right\}\Leftrightarrow \Delta BCN\equiv\Delta ACM \Downarrow [AM]\equiv[BN]$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}\ \ comun\\ [AB]\equiv[BC]\\ [BM]\equiv[BP]\end{array}\right\}\Leftrightarrow \Delta ABM\equiv\Delta CBP \Downarrow [BN]\equiv[CP]$$



Reciproca pentru proprietatea demonstrată : **T*riunghiul cu medianele egale este echilateral.***

Ipoteză *:* M,N,P sunt mijloacele laturilor triunghiului ABC
medianele BN, AM, CP au mărimi egale.

Concluzie *:* laturile AB,BC şi AC au mărimi egale.

Demonstraţie *:* P şi N mijloacele laturilor AB şi AC ⇒ PN linie mijlocie în triunghiul ABC ⇒ [PN] || [BC] ⇒ triunghiurile PGN şi CGB sunt asemenea şi raportul de asemănare este ½ (1), [BN]≡[CP] şi (1) conduce la [BG]≡[CG] (2) , (2)⇒GM mediatoare ⇒ AM mediatoare în triunghiul BAC ⇒ [AB]≡[AC] (3); analog, luând de data

aceasta medianele BN şi AM rezultă [AC]≡[BC] (4); (3) şi (4) ⇒ triunghiul ABC este echilateral.

Exemplu 5-*clasa a XI-a*

Prezintă o problemă care modelează o situaţie din cotidian şi se rezolvă printr-o ecuaţie sau sistem de ecuaţii. Exemplifică 4 sarcini de lucru în scopul rezolvării problemei ei de către elevi.

Soluţie:

Un excursionist străbate jumătate din drumul său cu viteza v_1=4km/h iar a doua jumătate cu v_2=1km/h. Determină cu ce viteză constantă ar fi putut străbate excursionistul întreaga distanţă, respectând următoarele etape:

Cerinţe pentru elevi :

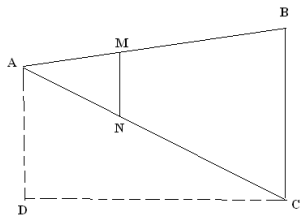
1) Precizaţi legea care leagă între ele spaţiul, timpul şi viteza.
2 **)** Determinaţi numărul de mişcări, prezentati-le pe un desen şi notaţi pentu fiecare din ele spaţiul, timpul şi viteza.
3) Stabiliţi necunoscutele care apar şi scrieţi legea fizică pentru fiecare mişcare, formând astfel un sistem de ecuaţii.
4) Rezolvaţi sistemul. Discuţie.

Aspect metodic: necunoscutele trebuie să permită scrierea celui mai simplu sistem, cu calcule cât mai uşoare. Pentru aceasta:
a) se notează jumătatea de spaţiu cu x , pentru a evita calcule cu numitori;
b) spaţiul şi timpul de la întreg traseul se exprimă după primele 2 mişcări pentru a avea un număr mai mic de ecuaţii şi de necunoscute.

2.8. Probleme cu caracter practic

Ţinând seama de necesitatea obişnuirii eleviilor cu aplicaţiile practice ale teoriei matematice, se prezintă mai jos câteva probleme care pot fi abordate cu aceştia.

1.Măsurarea distanţei la un obiect îndepărtat, a cărui înălţime se cunoaşte activitate de învăţare prin aplicarea cunoştinţelor de geometrie în contexte practice



Un excursionist admiră din înălţimea A castelul B şi se întreabă în cât timp ar putea ajunge la baza C a formei de relief, pe care este clădit castelul, deplasându-se pe segmentul de şosea DC.
El cunoaşte înălţimea b faţă de C la care se afla castelul B şi înălţimea a a punctului A faţă de punctul D de pe şosea.

Ce calcule geometrice şi ce îndemânare tehnică trebuie să dovedească excursionistul ştiind ca dispune de o riglă de 10 cm ?

Figura alăturată sugerează descrierea geometrică a problemei :

- trebuie construit tehnic, cu mijloace improvizate, un triunghi AMN astfel încât privind pe direcţia laturii AN să ajungem la punctul C, privind pe direcţia laturii AM să ajungem la punctul B,
- latura MN este perpendiculară pe direcţia DC ca şi latura BC – perpendiculara este dată de direcţia forţei gravitaţionale(direcţia firului cu plumb), deci MN || BC astfel că triunghiul AMN este asemenea cu triunghiul ABC şi rapotul de asemănare este MN/BC (1)
- fie c măsura segmentului MN şi d măsura segmentului AN (2)
- din (1) si (2) rezultă AC= bd/c,
- distanţa DC rezultă aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic ADC , $DC = \sqrt{AC^2 - AD^2}$.

2. Determinarea suprafeţei bazei atelierului dintr-o şcoală

i)Se cere elevilor să determine suprafaţa bazei atelierului dintr-o şcoală (atelier conceput paralelipipedic) dacă utilajele necesită o înălţime de h=4m şi din motive de aerisire volumul încăperii este V=1000m ^{3}

R : V=S•h=> S=V/h=250m ^{2}

ii) Ce dimensiuni are baza dacă un utilaj trebuie fixat între 2 pereţi aflaţi la x=10m

R: se construieste cu latimea x=10m; atunci S=x•y => y=S/x=25m pentru lungime

iii) Un cablu electric special este necesar pe peretele pe care se afla utilajul menţionat la puntul ii) şi se aşează pe toată diagonala peretelui. Ce lungime are cablul?

R: Lc= h2+x2 ~10,77 m

iv) Acoperişul are formă de prismă cu secţiunea triunghi echilateral. Ce suprafaţă trebuie acoperită cu ţiglă?

R: A=2•x•y=2S=500m ^{2}

3.Construirea pe teren a unui unghi drept, a unui pătrat, a unui dreptunghi şi a unui paralelogram

Obiective:

elevii să cunoască bine definiţia unghiului.

Materiale necesare:

ruletă, jaloane, ţăruşi, etichete cu ţăruşi şi echerul pentru teren.

Procedeu de lucru:

1)***Construirea unui unghi drept :*** se trasează pe teren o direcţie care se jalonează şi se aşează un braţ al echerului pe direcţia trasată; se vizează apoi prin celălalt braţ al echerului o altă direcţie şi se jalonează această dreaptă care este perpendiculară pe prima.

2)***Construirea unui pătrat:*** pe cele două direcţii perpendiculare trasate, se măsoară segmente egale cu latura pătratului, a cărei lungime se ia la alegere şi în funcţie de posibilităţile oferite de teren; prin capetele segmentelor măsurate se duc alte două perpendiculare, astfel încât intersecţia acestora formează pătratul cu laturile căutate (se vor construi 1 dam ^{2} şi 1 hm^2 , pentru ca elevii să facă comparaţie între aceste unităţi de măsură pentru suprafeţe).

3)***Construirea unui dreptunghi, a unui paralelogram şi determinarea ariei acestora:*** se trasează o dreaptă pe care , cu ajutorul echerului, se duc două perpendiculare; pe aceste două drept jalonate se iau bazele dreptunghiului sau paralelogramului, se construiesc extremităţile şi li se determină aria.

4.Arii - Probleme practice. Acoperirea suprafeţelor cu gresie de forme diferite folosind triunghiul, dreptunghiul şi pătratul.

Sarcini de lucru:

Elevii claselor de profil construcţii, trebuie să acopere cu gresie holurile liceului.

Ei trebuie să aleagă forme diferite pentru plăcile de gresie, pentru a acoperi diferit cele 3 holuri.

1. Pentru holul de la parter, se vor folosi plăci cu formă de pătrat cu latura de 30 cm. Pentru a reliza un model de podea cât mai atractiv, elevii trebuie să combine sub formă de dreptunghiuri de culori diferite .

Aflaţi perimetrul şi aria acoperită, dacă s-au folosit pentru acoperirea holului 60 de plăcuţe de gresie de culori diferite?

Elevii folosesc pentru această activitate machete din carton de forme dreptunghiulare şi pătrate , hârtie milimetrică, creioane de culori diferite.

2. Holul de la etajul 1 are suprafaţa în formă de dreptunghi cu lungimea de 8,20 m şi lăţimea de 2,7 m.

Aflaţi :

Câte plăcuţe de gresie de forma triunghiularăa (triunghi echilateral de latura 20 cm) sunt necesare ?

Elevii folosesc pentru aceasta activitate machete din carton în formă de triunghi echilateral, hârtie milimetrică, formule de arii pentru triunghi, dreptunghi, foarfece, lipici.

3. Holul de la etajul 2 are suprafaţa formată din 2 dreptunghiuri, unul cu lungimea de 4,20 m şi lăţimea de 2,7 m, iar celălalt are lungimea de 3,60 m şi lăţimea de 2 m. Acest hol se acoperă cu plăcuţe de gresie ca la etajul 1, dar în formă de romb.

Aflaţi :

Câte plăcuţe de gresie sunt necesare ?

Elevii folosesc pentru această activitate 2 machete din carton în formă de dreptunghi, reprezentând holurile şi în formă de romb pentru gresie, foarfece, hârtie milimetrică,.

4. Preţul gresiei este 30 lei un metru pătrat. Pentru fiecare metru pătrat de gresie, liceului i se acordă o reducere de 10 % dacă cumpără mai mult de 5 m^2. Cât a costat gresia cu care s-au acoperit holurile?

În cadrul atelierului: Elevii sunt grupaţi în echipe de 4-5 elevi şi realizează activităţile corespunzătoare celor 4 sarcini de lucru, etapă cu etapă, respectiv combină machete de forme solicitate, calculează perimetre, arii, determină numărul de gresii necesare sau calulează preţurile pentru achiziţionarea gresiei, stabilind prin calcul şi aportul pe care îl aduc în beneficiul şcolii prin realizarea acestei lucrări, precum şi prin disount-ul oferit de firma de livrare a gresiei.

5. Să se afle lungimea unei scări, care se sprijină pe o casă de 4 m astfel încât partea ei superioară atinge acoperişul, iar partea inferioară (piciorul) este la o distanţă de 0,75 m faţă de perete .

Cu cât alunecă în jos scara, dacă piciorul scării se îndepărtează cu 0,5 m faţă de poziţia iniţială?

6. Cu scopul de a culege ultimele mere dintr-un pom cu înălţimea de 4,3 m, Maria foloseşte o scară având lungimea de 4 m. Sub ce unghi trebuie să aşeze scara faţă de sol, pentru a putea culege merele?

7. Un magazin cumpără 2t de mere de la producător cu 1 leu kilogramul, preţul neincluzând taxa pe valoarea adăugată (TVA). TVA este de 24% din valoarea iuiţială a produsului, fiind deductibilă(magazinul plăteşte 24% din valoarea adăugată). Magazinul vinde merele cu 1,5lei kilogramul(preţul include TVA).

a. Identifică necunoscutele.

x- pretul cu TVA; y- fără TVA; z-valoarea adăugată de magazin

b. Calculează preţul de achiziţie cu TVA

x= y+24% y= 124%y=1,24 lei

c. Calculeaza valoarea adăugată de magazin

z= 1,5lei-1,24lei=0,26 lei /kg

z_{total}=0,26x2000=520lei

d. Care este suma pe care magazinul trebuie să o plătească drept TVA?

TVA= 520x24%= 124,8lei

e. Care este suma rămasă magazinului?

S=520-124,8=395,2lei

8. (clasa a VII-a)

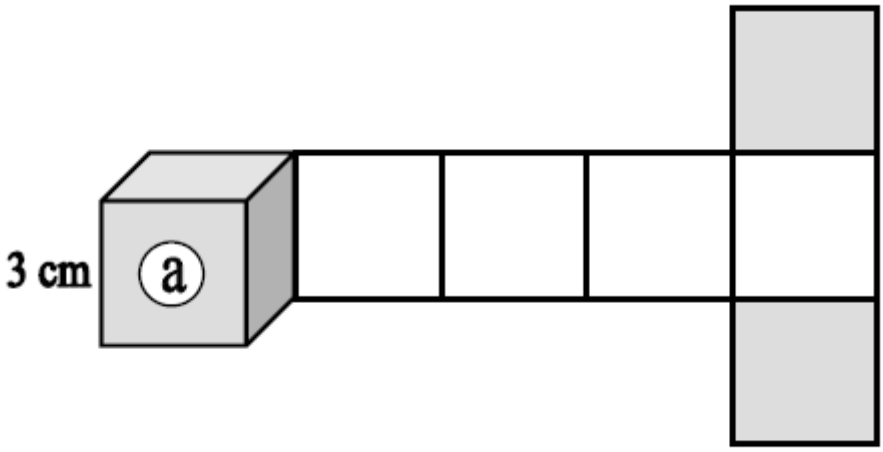
Pentru o mai bună organizare a datelor, pe Hard Disk-ul de 500GB al unui calculator au fost realizate trei partiţii. Cunoscând că a doua partiţie este de două ori mai mare decât prima iar a treia

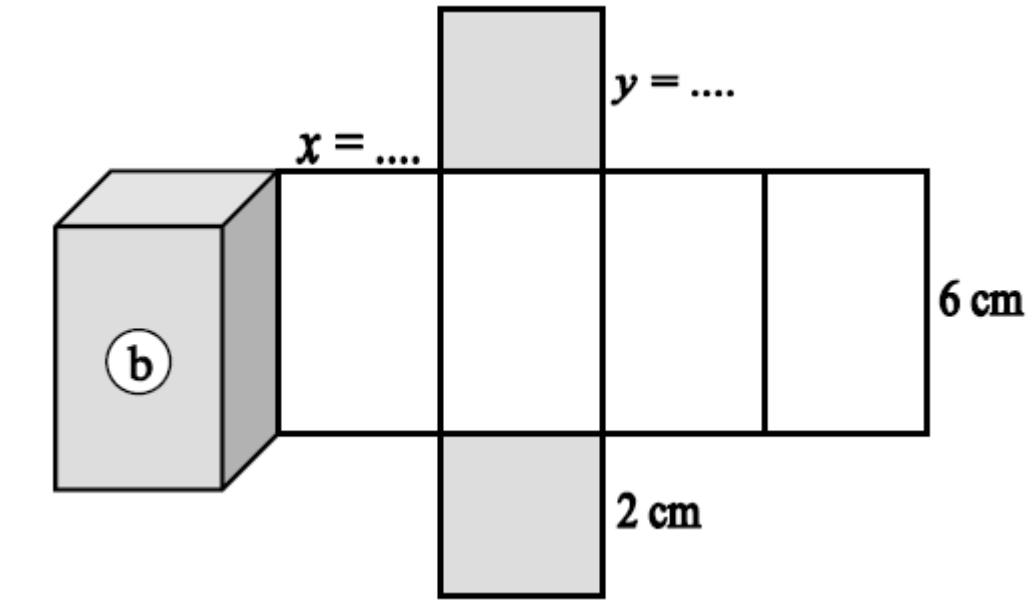
este cu 200GB mai mare decât prima şi a doua la un loc, să se afle dimensiunea fiecărei partiţii.
Sarcini de lucru:
1. Scrieţi relaţia dintre primele două partiţii.
2. Formulaţi matematic relaţia dintre a treia şi primele două partiţii.
3. Scrieţi şi rezolvaţi ecuaţia ce permite aflarea partiţiilor.
4. Reprezentaţi şi evidenţiaţi prin segmente de dreaptă relaţiile dintre dimensiunile celor trei partiţii.
Propuneţi o altă metodă/variantă de rezolvare a problemei.

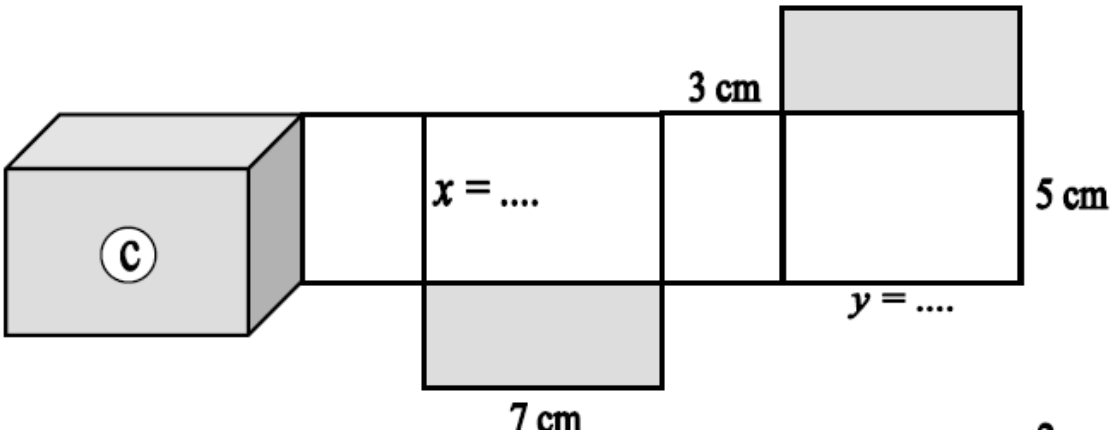
9. Pentru construcţia a două blocuri de locuinţe de acelaşi tip au fost pregătite 212 panouri prefabricate. Un tractor cu remorcă transportă la fiecare drum câte trei panouri la blocul mai apropiat. Pentru transportul la blocul mai depărtat a fost alocat un alt tractor, ce poate transporta în remorcă, la fiecare drum, 4 panouri.După o săptămână, al doilea tractor a făcut cu 14 drumuri mai puţin decât primul şi au mai rămas să fie transportate 30 panouri.
Află câte panouri mai trebuie transportate spre blocul mai apropiat şi câte drumuri mai are de făcut primul tractor.

10.Activitatea de învăţare se referă la: Calculul ariilor laterale şi totale ale unor poliedre, pe desfăşurări date, care se fac ca activitate practică pentru dezvoltarea abilităţilor de calcul a ariilor.

Se solicită elevilor să rezolve următoarele aplicaţii:
1) Calculaţi ariile laterale şi totale pentru corpurile care au desfăşurările reprezentate mai jos.

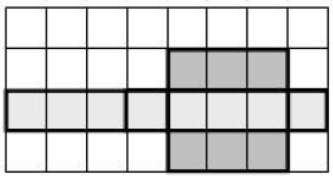




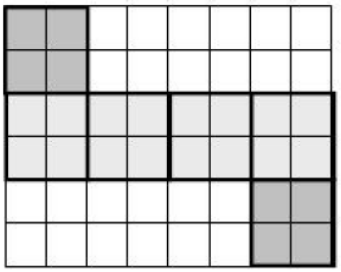


2) Numiţi corpurile care au desfăşurările reprezentate în figurile de mai jos.
a) …… b) …… c) ……

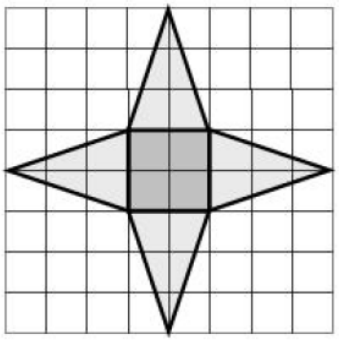
a) ……



b) ……



c) ……



Pe aceste desfăşurări, calculaţi ariile laterale şi totale (unitatea de măsură este aria pătratului de reţea).

a) A_l = ……

b) A_l = ……

c) A_l = …… A_t = …… A_t = …… A_t = ……

Exemplifică o problemă cu caracter practic. ***R:*** Revezi paragraful 2.8.

2.9.Cultivarea creativităţii elevilor prin rezolvarea şi compunerea de probleme

Creativitatea este un concept multidimensional şi se poate manifesta în numeroase domenii: arte, ştiinţe cognitive, psihologie, filozofie ş.a.

Există numeroase definiţii ale creativităţii, fără să fie formulată o definiţie general acceptată. Unele sunt contradictorii sau subiective, de aceea sunt citate câteva definiţii din dicţionare de referinţă, precum şi definiţii propuse de experţi în studiul creativităţii.

-În Dicţionarul enciclopedic (1993) creativitatea este definită ca ,trăsături complexe ale personalităţii umane, constând în capacitatea de a realiza ceva nou, original.

-Dicţionarul Webster (1996) oferă trei semnificaţii ale creativităţii: starea de a fi creativ**,** abilitatea de a fi creativ**,** procesul realizării creativităţii.

-Enciclopedia Britanică o defineşte ca fiind abilitatea de a găsi o nouă soluţie unei probleme, fie o nouă metodă sau un dispozitiv.

-Creativitatea presupune existenţa unui anumit dar, pentru a putea asocia gânduri şi emoţii în mod inedit, o atitudine deschisă şi flexibilă, cunoaşterea temeinică a domeniului de studiu, îndemânare în folosirea anumitor instrumente, efort susţinut pentru obţinerea rezultatului dorit, precum şi apariţia unor situaţii favorabile.

În sensul foarte larg al cuvântului, creativitatea este un concept care se referă la potenţialul de care dispune o persoană pentru a desfăşura o activitate creatoare.

Activitatea creatoare este una dintre formele fundamentale ale activităţii omului, alături de comunicare, joc, învăţare şi muncă.

Componentele creativităţii

Creativitatea face posibilă crearea de produse reale sau pur mintale. Componenta principală a creativităţii o constituie imaginaţia.

Imaginaţia este o sinteză a imaginilor, ideilor, abstracţiilor. Se poate defini imaginaţia ca fiind acel prces psihic al cărui rezultat îl constituie obţinerea unor reacţii, fenomene psihice noi pe plan cognitiv, afectiv şi motor.

Creaţia de valoare însă mai presupune şi motivaţie, dorinţa de a realiza ceva nou, ceva deosebit. Şi cum noutatea azi, nu se obţine cu uşurinţă, o altă componentă este voinţa, perseverenţa în a face numeroase încercări şi verificări.

Imaginaţia , ca şi ***creativitatea*** presupune ***trei însuşiri***:

1) ***fluiditatea – se referă la bogăţia şi uşurinţa cu care se realizează asociaţii între elementele câmpului conştiinţei, la capacitatea de a produce un număr mare de cuvinte, idei şi expresii;***
2) ***flexibilitatea - constă în uşurinţa de a schimba puncte de vedere, modul de abordare***

a unei probleme, când un procedeu se dovedeşte inoperant sunt şi oameni „rigizi", care renunţă greu la o metodă, deşi se dovedeşte ineficientă;

3) ***originalitatea – se exprimă prin noutatea şi ineditul răspunsurilor sau soluţiilor, prin ingeniozitatea formulării lor.(*** Nicola I., 1994, p.126)

Gândirea creatoare este principala componentă a creativităţii, iar principalii factori ai creativităţii la matematică sunt:

-sensibilitatea faţă de probleme,
-fluiditatea gândirii,
-flexibilitatea gândirii,
-originalitatea,
-perspicacitatea
şi
-iscusinţa.

a) ***Sensibilitatea faţă de probleme*** constă în capacitatea gândirii de a compune probleme, de a reformula o problemă, care eventual a fost prezentată în termeni vagi, de a transcrie cu simboluri matematice un enunţ dat în limbaj natural, de a formula mai multe concluzii la o problemă dată, de a analiza şi sistematiza reguli care se aplică în demonstraţii, de a abstractiza şi generaliza.

b) ***Fluiditatea gândirii*** constă în capacitatea acesteia de a reda mai multe metode de rezolvare unei probleme date. Când se solicită acest lucru, profesorul trebuie să ceară, în mod explicit, ca elevii să prezinte pentru o problemă dată un anumit număr de metode de rezolvare, cel puţin egal cu numărul de metode pe care el le cunoaşte. În astfel de cazuri, uneori, surpriza vine din partea unor elevi care prezintă o metodă la care profesorul nici nu s-a gândit. Acest factor al creativităţii se dezvoltă la elevi şi prin atitudinea profesorului de a nu sugera imediat rezolvarea unei probleme, cu o metodă anume, ci de a discuta cu clasa anumite idei de rezolvare a respectivei probleme. În urma acestor discuţii va trebui să se aleagă calea cea mai simplă care duce la rezultat, evidenţiindu-se elevii care au găsit soluţiile cele mai deosebite.

c) ***Flexibilitatea gândirii*** este capacitatea acesteia de a trece cu uşurinţă de la o situaţie la alta. Practic în rezolvarea de probleme la Matematică, gândirea elevului trebuie determinată să caute reguli şi combinaţii de reguli, să formuleze ipoteze pe care, apoi, să le verifice. La clasele mici, când se rezolvă o problemă, trebuie să se gândească atât aritmetic cât şi algebric, iar la Geometrie, nu de puţine ori, se pot aplica raţionamente însuşite la Algebră sau Analiză matematică. Tot pentru dezvoltarea acestui factor al creativităţii se pot concepe lecţii speciale de aplicaţii ale Trigonometriei în Algebră sau Geometrie, ori lecţii de recapitulare finală, când în rezolvările de probleme se trece de la un tip de raţionament la altul.

d) ***Perspicacitatea şi spontaneitatea*** sunt alţi factori ai creativităţii şi constă în capacitatea gândirii elevului de a da răspunsuri corecte într-un timp relativ scurt, de a efectua rapid calcule şi judecăţi, de a observa dintr-un număr de obiecte sau fenomene matematice, respectiv proprietăţi ale acestora, pe acelea cerute de problemă. Elevul care rezolvă cele mai multe probleme, dintr-un set dat, într-un timp dat, de asemenea este un elev cu o gândire rapidă (se presupune că şi în scris are rapiditate). De exemplu, la clasa a VI-a, în cadrul lecţiilor despre „*procente*" se pot pune numeroase întrebări, care să-l determine pe elev să efectueze calcule rapide. La clasele mici, dar şi la clasele de liceu se pot propune elevilor spre rezolvare anumite probleme (de tipuri nu neaparat întâlnite până atunci), rezervându-se acestora timp suficient de rezolvare. Pentru scoaterea în evidenţă a caracterului stimulativ al notei, este bine ca primului elev care prezintă profesorului toate problemele corect (deci şi complet) rezolvate, să i se acorde nota maximă.(Vălcan, D., T., 2012)

Fiecare dintre aceste însuşiri are însemnătatea sa, cea mai importantă rămâne originalitatea, ea garantând valoarea rezultatului muncii creatoare.

I.Compunerea şi rezolvarea de probleme contribuie considerabil la dezvoltarea creativităţii elevilor şi în special la sporirea ***flexibilităţii***.

Exemplu

Compune o problemă care modelează o situaţie din cotidian şi se rezolvă printr-un sistem de ecuaţii. Exemplifică 4 sarcini de lucru în scopul rezolvării problemei ei.

Varianta 1 -clasa a VIII-a –Sisteme de ecuaţii de gradul al II-lea

În două livezi de formă dreptunghiulară au fost plantaţi 350 de pomi fructiferi. Aceştia au fost plantaţi în rânduri şi s-a observat că în fiecare livadă numărul de rânduri este cu 1 mai mare decît numărul de pomi din rând. Care este numărul de pomi într-un rînd în fiecare din cele două livezi, dacă în prima livadă au fost plantaţi cu 130 de pomi mai mult decît în a doua?

a) Se identifică cele două necunoscute ale problemei.

x – numărul de copaci plantaţi într-un rând al primei livezi, iar ***y*** – numărul de copaci plantaţi într-un rând al celei de a doua livezi.

b) ***Se transpune problema într-un model mathematic.***

Din condiţiile problemei se obţine sistemul de ecuaţii: $\begin{cases} x\cdot(x+1)-y\cdot(y+1)=130, \\ x\cdot(x+1)+y\cdot(y+1)=350; \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2+x-y^2-y=130, \\ x^2+x+y^2+y=350. \end{cases}$$

c) ***Se rezolvă sistemul obţinut, precizând metoda şi paşii de rezolvare.***

Adunînd ambele ecuaţii, se obţine $2x^2 + 2x = 480 \Leftrightarrow x^2 + x - 240 = 0.$

$\Delta = b^2 - 4ac = 961$, de unde $x_1 = -16$, $x_2 = 15$. Prima soluţie nu satisface condiţiilor problemei. Se substituie în prima ecuaţie x = 15 şi se află *y*: $y^2 + y - 110 = 0$,

$\Delta = b^2 - 4ac$. $\Delta = 441$. $y_1 = -11$, $y_2 = 10$. Prima soluţie nu satisface condiţiilor problemei. Răspuns: 15; 10.

d) ***Se verifică rezultatele.***

15 copaci x 16 rânduri + 10 copaci x 11 rânduri = 350

15 x 16 – 10 x 11 = 130 Se interpretează soluţiile sistemului.

e) ***Se rezolvă sistemul printr-o altă metodă.***

Varianta 2-clasa a VII-a –Sisteme de ecuaţii de liniare

Într-un bloc de locuinţe sunt 50 de apartamente cu două camere şi cu patru camere.Dacă în total sunt136 de camere,câte apartamente au 2 şi câte apartamente au 4 camere?

Pentru rezolvarea problemei este necesară rezolvarea sarcinilor:

1. Stabiliţi datele cunoscute şi necunoscute

-Aici notăm cu x apartamentele cu 2 camere şi cu y apartamentele cu 4 camere.

2. Stabiliţi relaţiile între aceste date şi modelul matematic al problemei

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+4y=136 \end{cases}$$

3. Rezolvaţi sistemul obţinut, precizând metoda şi paşii de rezolvare

-metoda substituţiei:x=50-y din prima ecuaţie
2(50-y)+4y=136
100-2y+4y=136
2y=36
Y=18→x=50-18
X=32

Verificare:32+18=50
2·32+4·18=64+72=136
Răspuns:În bloc sunt 32 apartamente cu 2 camere şi 18 apartamente cu 4 camere.

4. Verificaţi rezolvarea printr-o altă metodă
-de pildă cu metoda grafică.

Varianta 3-clasa a VIII-a –Sisteme de ecuaţii de gradul al II-lea

Un muncitor doreşte să realizeze o împrejmuire sub formă de dreptunghi a unui teren, având la dispoziţie un gard cu lungimea de 100 m.Ce dimensiuni trebuie să aibă dreptunghiul astfel încât aria suprafeţei împrejmuite să fie maximă ?

Sarcina 1

- ***identificarea necunoscutelor problemei***, în cazul nostru a lungimii şi lăţimii dreptunghiului;
- elevii vor nota cu L lungimea terenului respectiv cu l lăţimea acestuia.

Sarcina 2

- ***întocmirea unui plan logic de rezolvare*** prin stabilirea unor relaţii între necunoscutele problemei:

Ll=A (aria maximă)
2L+2l=100 m (perimetrul cunoscut)

Sarcina 3

- ***rezolvarea sistemului de ecuaţii*** printr-o substituţie :

A = L(50-L)

- identificarea unei probleme de minim prin intermediul construcţiei unui binom la pătrat:

$A = - L^2+50L = - (L^2-50L)= - (L^2-2\cdot 25L)= - (L^2-2\cdot 25L+25^2-25^2) =25^2-(L^2-2\cdot 25L+25^2)$

rezultă imediat că :

$A=25^2-(L-25)^2$

- identificarea condiţiei de minim - Aria este maximă dacă a doua paranteză este nulă :

$(L-25)^2=0$

- găsirea dimensiunilor dreptunghiului prin substituţia lungimii în expresia perimetrului:

L= 25 m

l = 25 m.

- găsirea ariei maxime în condiţiile date:

$A_{max} = Ll = 625\ m^2$

Sarcina 4

-Interpretarea rezultatului obţinut : dintre toate dreptunghiurile cu perimetru dat pătratul are aria maximă.

Sarcina 5

- formularea unor probleme asemănătoare:

1.,, Să se determine dreptunghiul de arie maximă înscris în cercul de rază R."

2.,,Se ştie că distanţa de la un obiect la o lentilă convergentă este legată de distanţa de la lentilă la imagine prin relaţia: $1/d_2+1/d_1=1/f$.Să se determine la ce distanţă trebuie să aşezăm un obiect în faţa unei lentile convergente cu f=100 cm astfel încât distanţa între obiect şi imagine să fie minimă? "

3.,,Se ştie că puterea exterioară într-un circuit electric depinde de tensiunea electromotoare E a sursei, de rezistenţa internă a sursei r şi de rezistenţa exterioară R conform relaţiei:

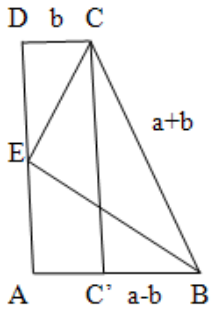
$P=E^2R^2/(R+r)^2$.

Deduceţi valoarea rezistenţei R pentru care această putere este maximă şi calculaţi puterea maximă coespunzătoare.Aplicaţie numerică: E = 10 V , r = 25 ohmi."

II.Rezolvarea problemelor prin mai multe căi constituie o modalitate de dezvoltare a gândirii logice, ***a flexibilităţii*** ei, de cultivare şi educare a creativităţii elevilor, deoarece aceştia se străduiesc să caute soluţii originale de rezolvare.

Prin acest tip de probleme, elevul îşi dezvoltă gândirea şi imaginaţia, îşi cultivă creativitatea, deoarece nici o problemă nu seamănă cu alta, el fiind obligat să găsească o cale proprie de rezolvare fiecărei probleme.

Exemplu 1



Se consideră un trapezul dreptunghic $ABCD$ $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^0$, în care cele două baze au lungimile $AB = a$ şi $CD = b$, iar latura neparalelă $BC = a + b$.

Dacă E este mijlocul laturii neparalele AD, atunci să se arate că triunghiul BEC este dreptunghic, folosind două metode:

a) Reciproca teoremei lui Pitagora;
b) Reciproca teoremei medianei.

Şi comparaţi metodele folosite.

Metoda I. -Reciproca teoremei lui Pitagora

Construim $CC' \perp AB, C' \in AB$.

în $\Delta CC'B$, $m(\sphericalangle CC'B) = 90^0$

$C'B = a - b$ $\overset{T.P.}{\Longrightarrow} CC' = \sqrt{BC^2 + C'B^2} = \sqrt{(a+b)^2 + (a-b)^2} = 2\sqrt{ab}$

$DCC'A$ dreptunghi $\Longrightarrow DA = CC' = 2\sqrt{ab}$

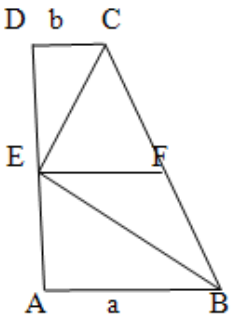
E este mijlocul laturii neparalele AD (ip) $\Rightarrow DE = EA = \frac{DA}{2} \Rightarrow DE = EA = \sqrt{ab}$

în ΔDEC, $m(\sphericalangle EDC) = 90^0 \overset{T.P.}{\Rightarrow} CE = \sqrt{DC^2 + DE^2} = \sqrt{b^2 + ab}$

în ΔEAB, $m(\sphericalangle EAB) = 90^0 \overset{T.P.}{\Rightarrow} BE = \sqrt{EA^2 + AB^2} = \sqrt{ab + a^2}$

ΔCEB $CE = \sqrt{b^2 + ab}$, $BE = \sqrt{ab + a^2}$, $BC = a + b \Rightarrow$ $CE^2 = b^2 + ab$, $BE^2 = ab + a^2$, $BC^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow BC^2 = CE^2 + BE^2 \overset{R.T.P.}{\Rightarrow} \Delta BEC$ dreptunghic ($m(\sphericalangle CEB) = 90^0$).

Concluzie: $ABEC$ dreptunghic ($m(\sphericalangle CEB) = 90^0$).



Metoda II. Reciproca teoremei medianei

Fie F mijlocul lui BC, din ip. E mijlocul lui AD

$\Rightarrow EF$ linie mijlocie în trapezul $ABCD \Rightarrow EF \parallel AB$

$\Rightarrow EF = \frac{AB+CD}{2} = \frac{a+b}{2}$.

În ΔCEB, F mijlocul lui BC, (din construcţie) $\Rightarrow EF$

mediană

din cele două $\overset{R.T.M.}{\Rightarrow} \Delta BEC$ dreptunghic ($m(\sphericalangle CEB) = 90^0$).

Avantaje metoda II.

- Metoda reciprocei teoremei medianei este mult mai simplă;
- Nu se folosesc aşa multe calcule şi atunci posibilitatea de a greşi la calcule este mult mai mică;
- Metoda este elegantă, frumoasă şi simplă;
- Se folosesc doar proprietăţile liniei mijlocii într+un trapez şi reciproca teoremei medianei.

Avantaje metoda I.

- Se folosesc teorema lui Pitagora de mai multe ori şi reciproca acesteia.

Concluzie: la prima metodă calculele sunt destul de lungi, pe când la a doua metodă rezolvarea este mult mai simplă şi mai scurtă.

Sarcina de lucru data elevilor din clasa a IX-a

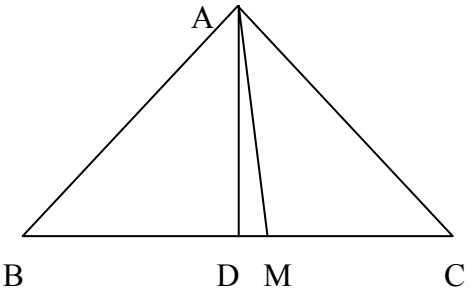
Se vor utiliza metode de rezolvare diferite: sintetica, vectoriala si analitica.

Exemplu 2 Să se rezolve prin mai multe metode problema de mai jos, comparând metodele de rezolvare.

Sarcina de lucru:

Să se determine lungimea medianei într-un triunghi oarecare.

Metoda 1-sintetica

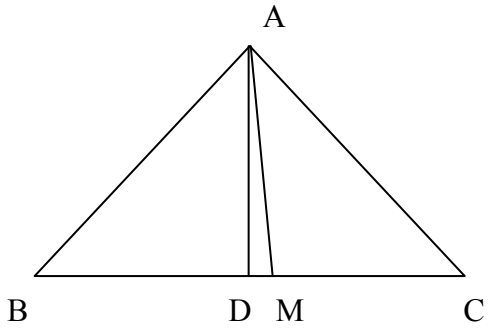


ΔABC , de laturi a, b, c
AM=mediana=> M=mijlocul laturii a => BM=MC=a/2
Se duce AD⊥BC (înălţime)
Se notează DM=x=> BD=a/2-x şi CD=a/2+x

ΔABD: $AD^2=c^2-(a/2-x)^2$
ΔACD: $AD^2=b^2-(a/2+x)^2$
$=>c^2-(a/2-x)^2= b^2-(a/2+x)^2$; $x= (b^2-c^2)/2a$

Δ ADM: $AM^2=AD^2+DM^2$
Înlocuind din relaţiile anterioare=> $AM^2=b^2/2+c^2/2-a^2/4=[2(b^2+c^2)-a^2]/4$
Deci : $m_a^2=[2(b^2+c^2)-a^2]/4$ (Teorema medianei)

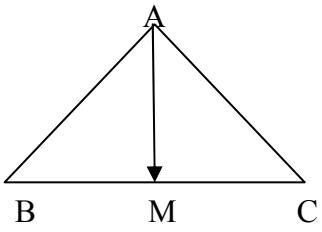
Metoda 2-sintetica(Teorema STEWART)



AB^2 MC+AC^2 BM-AM^2 BC=BM MC BC
Sau : c^2 a/2 + b^2 a/2 – m_a^2 a = a/2 a/2 a /: a
c^2 /2 + b^2 /2 – m_a^2 = a/2 a/2
=> $m_a^2=[2(b^2+c^2)-a^2]/4$

Metoda 3-vectorială

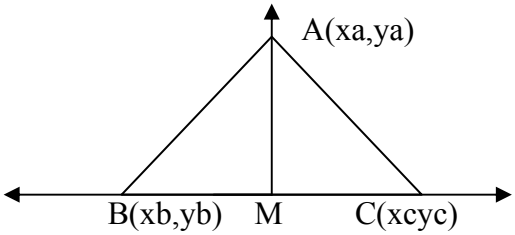
Aplicând succesiv regula triunghiului, obţinem că:



Δ ABM: $\overline{AM}+\overline{MB}+\overline{BA}=\overline{0}$
Δ ACM: $\overline{AM}+\overline{MC}+\overline{CA}=\overline{0}$

$2\overline{AM}+\overline{MB}+\overline{MC}+\overline{BA}+\overline{CA}=\overline{0}$
$\overline{MB}=-\overline{MC}\Rightarrow\overline{MB}+\overline{MC}=\overline{0}$
$2\overline{AM}=\overline{AB}+\overline{AC}\Rightarrow\overline{AM}=(\overline{AB}+\overline{AC})/2$ relaţia (1)

Metoda 4-analitică



M(xm,ym)

M=mijlocul segmentului BC=>

xm=(xb+xc) /2

ym=(yb+yc) /2

$AM^2=(xm-xa)2+(ym-ya)^2$

Înlocuim coordonatele lui M şi => $AM^2=[(x_b+x_c-2x_a)/2]^2+[(y_b+y_c-2y_a)/2]^2$ relaţia (2)

$AB^2=(xb-xa)2+(yb-ya)^2$ relaţia (3) ; $AC^2=(xc-xa)2+(yc-ya)^2$ relaţia (3)

Prin înlocuire din relaţiile (2), (3), (4) se obţine relaţia (1): $4\ AM^2 =AB^2+AC^2 +2AB\ AC$

Respectiv : AM= (AB+AC)/2

Concluzii:

Problema este rezolvată prin mai multe metode, atît sintetică cât şi vectorială şi analitică. La toate aceste metode comună este proprietatea medianei ca linie importantă în triunghi, de a împărţi latura opusă în 2 părţi egale. Valoarea medianei se obţine prin calcule mult mai simple aplicând Teorema lui Stewart, atât în geometria sintetică cât şi vectorială. Se observă, deasemenea: comparativ cu metoda vectorială celelalte metode mai ales cea analitică presupun calcule mult mai laborioase.

Verificarea (proba) soluţiei aflate pentru o problemă dată este foarte importantă pentru realizarea scopului formativ, pentru cultivarea creativităţii gândirii elevilor.

În general, ***proba*** se face ***pe două căi principale***:

1) înlocuind rezultatele aflate, în textul problemei şi verificând condiţionarea lor astfel ca să se obţină numerele iniţiale;
2) rezolvând problema în două sau mai multe moduri; în acest caz, elevul trebuie să obţină acelaşi rezultat prin toate căile de rezolvare, pentru a putea trage concluzia că soluţia problemei este bună. Acest procedeu este mai eficient din punct de vedere al antrenării elevului la muncă independentă, creatoare.

III.Complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării contribuie în mare măsură la dezvoltarea ***flexibilităţii***.

Pe lângă aceste căi prezentate, de cultivare a creativităţii nu trebuie neglijate nici metode activ-participative care conduc de asemenea la dezvoltarea acesteia. Este vorba de acele metode activ-participative cum ar fi : brainstormingul, problematizarea, învăţarea prin descoperire , conversaţia euristică, jocul didactic matematic, etc.

Utilizarea abordării interdisciplinare a conţinuturilor învăţării sunt condiţii ale unui învăţământ creativ, având şi ele partea lor de contribuţie în cultivarea creativităţii elevilor. Un rol important îl are şi creativitatea cadrului didactic.

Compune şi rezolvă o problemă pe două căi. ***R:*** Revezi paragraful 2.10.

Să ne reamintim...

I.Compunerea şi rezolvarea de probleme contribuie considerabil la dezvoltarea creativităţii elevilor şi în special la sporirea ***flexibilităţii***.

II.Rezolvarea problemelor prin mai multe căi constituie o modalitate de dezvoltare a gândirii logice, ***a flexibilităţii*** ei, de cultivare şi educare a creativităţii elevilor, deoarece aceştia se străduiesc să caute soluţii originale de rezolvare.

III.Complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării contribuie în mare măsură la dezvoltarea ***flexibilităţii***.

2.10. Rezumat

Această unitate de învăţare este dedicată însuşirii de cunoştinţe, tehnici, priceperi şi deprinderi temeinice, privind activităţile de rezolvare şi compunere a problemelor în învăţământul preuniversitar, precum şi dobândirii capacităţilor de a conduce metodic aceste activităţi. Se evidenţiată noţiunea de problemă matematică, precum şi importanţa activităţilor rezolutive. Se analizează şi se exemplifică etapele rezolvării problemelor de matematică ca şi metodele specifice de rezolvare a problemelor de matematică. Se prezintă cu exemplificări câteva categorii de probleme: probleme care se rezolvă prin regula de trei simplă sau de trei compusă, probleme cu caracter practic.Se exemplifică strategii de rezolvare a problemelor de matematică.

Se insistă asupra rezolvării problemelor prin mai multe căi, cu verificarea soluţiei găsite, dar şi pe complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării acesteia.

2.11. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Enumeră valenţele formative ale activităţilor de rezolvare şi compunere a problemelor de matematică.

2. Descrie şi exemplifică etapele rezolvării unei probleme de matematică.

3.Explică în ce constă metoda sintetică de rezolvare a unei probleme.

4. Rezolvă prin două metode problema următoare:

Câtul a două numere naturale este 6, iar restul 13. Care sunt numerele dacă diferenţa lor este 463.

5.Consideri că rezolvarea a cât mai multor probleme într-o lecţie este eficientă şi conduce la formarea priceperilor, deprinderilor şi chiar a unor abilităţi în acest sens? Dacă da, de ce? Dacă nu, de ce? Cum crezi că este mai bine?

.

2.12. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 2.4. - extrage minim zece valenţe formative.

2. Revezi paragraful 2.5.

3. Revezi paragraful 2.6.

4. Revezi paragraful 2.6.

5. Prezintă un eseu de maxim zece rânduri.

Unitatea de învăţare 3. Metode de predare-învăţare a matematicii în şcoală

Cuprins

3.1. Introducere 74
3.2. Competenţe 74
3.3. Precizări conceptuale 75
3.4. Metode de predare – învăţare specifice matematicii 77
3.4.1. Demonstraţia matematică 77
3.5. Metode pedagogice tradiţionale de predare – învăţare a matematicii în şcoală 80
3.5.1. Expunerea sistematică a cunoştinţelor 80
3.5.2. Metoda conversaţiei 81
3.5.3. Metoda exerciţiului 81
3.5.4. Metoda muncii cu manualul şi cu alte auxiliare matematice 82
3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învăţare a matematicii în şcoală 82
3.6.1. Problematizarea 82
3.6.2. Învăţarea prin descoperire 84
3.6.3. Modelarea matematică 87
3.6.4. Metoda învăţării pe grupe 87
3.6.5. Algoritmizarea 88
3.6.6. Instruirea programată 88
3.6.7. Softuri educaţionale 89
3.7. Metode activ-participative utilizate în lecţia de matematică 89
3.7.1. Investigaţia 89
3.7.2. Proiectul 90
3.8. Metode active şi interactive utilizate în lecţia de matematică 90
3.8.1. Metoda cubului 91
3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS) 96
3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL) 98
3.8.4. Metoda PIRAMIDEI 107
3.8.5. Metoda BRAINSTORMING 109
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ) 111
3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI” 113
3.8.8. Tehnica DIAGRAMEI VENN 116
3.8.9. Metoda CADRANELOR 118
3.8.10. Metoda ŞTIU/VREAU SĂ ŞTIU/AM ÎNVĂŢAT 120
3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI 123
3.8.12. Metoda CVINTETUL 125
3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE) 126
3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂŢĂRII RECIPROCE 128
3.8.15. Metoda “SCHIMBĂ PERECHEA” (SHARE- PAIR CIRCLES) 130
3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup 132
3.9. Rezumat 133
3.10. Test de autoevaluare 133
3.11. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 133

3.1. Introducere

Preocuparea pentru redescoperirea copilului şi şcoala interactivă datează de la începutul secolului XX când, în centrele universitare din America, un grup important de pedagogi, psihologi, medici şi dascăli, au efectuat o serie de cercetări care au arătat că predarea tradiţională în care cadrul didactic ţine o prelegere, eventual însoţită de o demonstraţie pe care elevii o urmăresc, nu produce învăţare decât în foarte mică măsură.

Cerinţa primordială a educaţiei progresiviste, cum spune Jean Piaget, este de a asigura o metodologie diversificată bazată pe îmbinarea activităţilor de învăţare şi de muncă independentă, cu activităţile de cooperare, de învăţare în grup şi de muncă interdependentă.

Matematica poate fi abordată şi într-o altă manieră decât cea tradiţională, prin selectarea şi adaptarea metodelor interactive care să ajute la atingerea obiectivelor specifice disciplinei şi la creşterea performanţelor elevilor, deoarece munca în grup şi sarcinile în care aceştia depind unul de celălalt pentru obţinerea soluţiilor îi determină să se implice mai mult în învăţare decât în abordările frontale sau individuale; odată implicaţi ei îşi manifestă dorinţa de a transmite şi celorlalţi ceea ce au descoperit; şi, nu în ultimul rând, atunci când au oportunitatea de a explica şi chiar preda celorlalţi colegi ceea ce au învăţat, ei beneficiază de o înţelegere mult mai profundă şi o învăţare mai temeinică.

Învăţământul modern preconizează o metodologie bazată pe promovarea metodelor interactive care să solicite mecanismele gândirii, ale inteligenţei, ale imaginaţiei şi creativităţii.

Îndeplinirea obiectivelor învăţământului matematic, conduce la folosirea unor metode de lucru specifice.

În scopul obţinerii unor rezultate cât mai bune în actul predării - învăţării matematicii, profesorii trebuie să îmbine eficient şi creator metodele didactice.

3.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească conceptele de: metodă de învăţământ, tehnică, învăţare prin cooperare, interactivitate, metode interactive;
- să explice metodele de predare – învăţare specifice matematicii;
- să exemplifice demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză;
- să exemplifice demonstraţia matematică prin reducere la absurd;
- să exemplifice demonstraţia matematică prin inducţie matematică;
- să prezinte metodele pedagogice tradiţionale de predare (expunerea sistematică a cunoştinţelor; metoda conversaţiei; metoda exerciţiului; metoda muncii cu manualul şi cu alte auxiliare matematice);
- să prezinte metodele pedagogice moderne de predare – învăţare (problematizarea; învăţarea prin descoperire; modelarea matematică; metoda învăţării pe grupe; algoritmizarea; instruirea programată; softuri educaţionale);
-să descrie metodele activ-participative utilizate în lecţia de matematică (investigaţia, proiectul);

- să descrie metodele interactive;
- să identifice în literatura de specialitate acele metode şi tehnici active şi interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecţiile de matematică;
- să exemplifice fiecare metodă interactivă de grup utilizată la matematică în învăţământul preuniversitar.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 3 ore.

3.3. Precizări conceptuale

Metodele didactice/de învăţământ reprezintă un ansamblu de procedee şi mijloace integrate la nivelul unor acţiuni implicate în realizarea obiectivelor pedagogice concrete ale activităţii de instruire/educaţie proiectată de profesor. (Cristea, S.,1998, p.303) Ele sunt totodată mijloace prin care se formează şi se dezvoltă priceperile, deprinderile şi capacitaţile elevilor de a acţiona asupra naturii, de a folosi roadele cunoaşterii transformând exteriorul în facilităţi interioare, formându-şi caracterul şi dezvoltându-şi pesonalitatea.

Ideea de ***metodă,*** vine, teoretic, dinspre ştiinţă, cu deosebirea că în învăţământ metodele capătă un specific aparte, au o semnificaţie pedagogică (Cerghit, I.,1997, p. 9).

Prin ***metodă***, în sens pedagogic se înţelege o cale de optimizare a acţiunii de instruire. Metoda este legată de celelalte componente ale acţiunii didactice: scop, conţinut, mijloace, forme de organizare, evaluare, etc. Metoda are o dublă deschidere, spre profesor şi spre elev. (Banea, H., 1998, p.134)

Tehnica este un mijloc ales dintre altele, în funcţie de anumite criterii: legătura cu metoda şi obiectivele, luarea în considerare a constrângerilor materiale, competenţa etc. Aici, ne găsim în domeniul deprinderilor.(ibidem).

Metodologia desemnează ansamblul metodelor utilizate în procesul instructiv - educativ. Deci, prin ***metodologia procesului de predare - învăţare a Matematicii*** se înţelege sistemul metodelor utilizate în procesul de instruire la Matematică, metode bazate pe o concepţie unitară despre actul predării şi învăţării Matematicii, pe principiile şi legile care stau la baza acestuia, adică totalitatea metodelor utilizate la disciplina Matematică şi teoria generală asupra acestei totalităţi. Termenul de metodologie este tot mai frecvent utilizat în Didactica Matematicii, datorită legăturii strânse dintre metodele de cercetare ale Matematicii - ştiinţă şi cele didactice.

Metodologia Didacticii Matematicii are două mari componente:

I.Metodologia pedagogică, care desemnează ansamblul metodelor pedagogice de predare învăţare a Matematicii, metode pe care Pedagogia le-a creat / inventat, practica didactică a fost cea care le-a validat în timp, iar Didactica Matematicii nu a făcut altceva decât să le atragă şi de partea ei;

II.Metodologia specifică, care desemnează ansamblul metodelor specifice de predare - învăţare a Matematicii, metode determinate de structura ideatică internă a conţinutului noţional matematic vehiculat.(Vălcan, D., T., 2012, V.p.6)

Didactica actuală este orientată pe formarea de ***competenţe,*** adică acele ansambluri strucurate de cunoştinţe şi deprinderi dobândite prin învăţare, care permit identificarea şi rezolvarea unor probleme specifice, în contexte variate (Singer, M., 2005, p. 23). Societatea contemporană are nevoie de indivizi care pot explica şi susţine anumite puncte de vedere proprii, care realizează un schimb de idei cu semenii.

Este deci mult mai eficient ca elevii să participe activ, să discute, să argumenteze, să investigheze, să experimenteze, acestea fiind de fapt metode indispensabile pentru o învăţare eficientă şi de durată.

Interactivitatea presupune interrelaţionarea, directă sau mediată, cu ceilalţi, cu cadrul didactic şi colegii şi procese de acţiune transformativă asupra materialului de studiu. Învăţarea interactivă implică conjugarea eforturilor ambilor agenţi educaţionali în construirea cunoaşterii.Relaţia cadru didactic-elev se redimensionaează. Educatul îşi asumă rolul de subiect al propriei formări, iar cadrul diadctic este ghidul său în demersurile întreprinse. Este de dorit ca implicarea activă şi interactivă a elevilor şi învăţarea (inter)activă realizată de aceştia, să îi ajute să descopere plăcerea de a învăţa, care poate da naştere sentimentelor pozitive – de încredere în propriul potenţial, de dorinţă de cunoaştere, de împlinire etc.(Bocoş, M., 2002, p. 63).

Învăţarea prin cooperare este o strategie de instruire stucturată şi sistematizată, în cadrul căreia elevii lucrează împreună, uneori în perechi, alteori în grupuri mici, pentru relizarea unui obiectiv comun: rezolvarea unei probleme, explorarea unei teme, producerea/crearea unor idei şi soluţii noi într-o situaţie dată. Demersul complex al învăţării prin cooperare s-a centrat pe principiile cercetării-acţiune, pornind de la premisa că individualismuul şi competiţia promovate în majoritatea claselor de elevi pot fi echilibrate de practici educaţionale democratice, bazate pe cooperare şi întrajutorare; subiecţii care lucrează în echipă sunt capabili să aplice şi să sintetizeze cunoştinţele în moduri variate şi complexe, învăţând în acelaşi timp mai temeinic decât în cazul lucrului individual. (Nicola, A., 2006, p.56)

Cooperarea (conlucrarea, munca alături de cineva), presupune ***colaborarea*** (participarea activă la realizarea unei acţiuni, bazată pe schimbul de propuneri, de idei). Cu toate că cele două noţiuni sunt sinonime, se pot face unele delimitări de sens, înţelegând prin ***colaborare*** o formă de relaţii între elevi/studenţi, ce constă în soluţionarea unor probleme de interes comun, în care fiecare contribuie activ şi efectiv şi prin ***cooperare*** o formă de învăţare, de studiu, de acţiune reciprocă, interpersonală/intergrupală, cu durată variabilă care rezultă din influenţările reciproce ale agenţilor implicaţi (ibidem).

Colaborarea se axează pe sarcini, iar ***cooperarea*** pe procesul de realizare a sarcinii.

Cooperarea este o formă de interacţiune superioară în cadrul învăţării, incluzând colaborarea.

Interactivitatea presupune atât ***cooperarea*** – definită drept forma motivaţională a afirmării de sine, incluzând activitatea de avansare proprie, în care individul rivalizează cu ceilalţi pentru dobândirea unei situaţii sociale sau a superiorităţii – cât şi ***competiţia*** care este o activitate orientată social, în cadrul căreia individul colaborează cu ceilalţi pentru atingerea unui ţel comun (Ausubel, 1981). Ele nu se sunt antitetice; ambele implică un anumit grad de interacţiune, în opoziţie cu comportamentul individual. (Oprea, C., 2003, p. 2)

Metodele interactive urmăresc optimizarea comunicării, observând tendinţele inhibitorii care pot apărea în interiorul grupului (Pânişoară, I.O., 2003, p. 140).

În teoria şi practica didactică contemporană, problematica ***instuirii interactive*** cunoaşte abordări ştiinţifice noi, complexe, interdisciplinare, susţinute de argumente ce susţin participarea activă şi reflexivă a elevilor în procesele învăţării şi evaluării. Ea reprezintă un tip superior de instruire, care se bazează pe activizarea subiecţilor instruirii, pe implicarea şi participarea lor activă şi deplină în procesul propriei formări, precum şi pe instaurarea de interacţiuni, schimburi intelectuale şi verbale, schimburi de idei, confruntare de opinii, argumente etc. între aceştia. (Muşata, B., 2002, p. 8)

Apariţia noilor programe, centrate pe achiziţiile elevilor, a impus anumite schimbări în didactica matematicii.

Modernizarea metodelor din învăţământul matematic este determinată, în primul rând de transformările care au loc, în zilele noastre, în societatea românească şi care influenţează acest învăţământ; ***de exemplu*****:**

-creşterea rolului matematicii - ştiinţă,

-ritmul accelerat al schimbărilor din didactica matematicii,

-cererea crescândă de instrucţie şi educaţie prin matematică.

Dezvoltarea metodologiei didacticii matematicii este pretinsă şi de faptul că metodele existente până de curând în recuzita profesorului nu ţineau seama de complexitatea procesului instructiv - educativ prin matematică şi nu au asimilat date importante ale cercetărilor de psiho-pedagogia aplicată, de metodică.

Modernizarea metodelor din învăţământul matematic impune o apropiere a practicii şcolare, a predării matematicii, de actul firesc al învăţării acesteia, de cunoaşterea elevului, precum şi apropierea activităţii didactice de cea ştiinţifică.(Vălcan, D., T., 2012, V. p.8)

Defineşte conceptele: metodă de învăţământ şi metodă interactivă.

R: Revezi paragraful 3.4.

3.4. Metode de predare – învăţare specifice Matematicii

3.4.1. Demonstraţia matematică

Este o metodă de predare-învăţare specifică matematicii şi apare ca o formă a demonstraţiei logice care constă într-un şir de raţionamente prin care se verifică un anumit adevăr, exprimat prin propoziţii.

Demonstraţia matematică este ***metoda specifică de justificare a teoremelor*** şi constă în a arăta că, dacă ceea ce afirmă ipoteza are loc, atunci concluzia rezultă din ea în mod logic. Demonstraţia se bazează numai pe axiome sau pe teoreme demonstrate anterior.

Este esenţial ca în predarea-învăţarea teoremelor să se ţină seama de următoarele aspecte:

- să se asigure însuşirea faptului matematic exprimat în teoreme;
- să se desprindă ipoteza de concluzie;
- să se transcrie în simboluri matematice ipoteza şi concluzia;
- efectuarea demonstraţiei, utilizând formele de scriere specifice cu atenţionarea necesară efectuării eventuale a dublei implicaţii pentru teoremele cu formulările: „condiţia necesară şi suficientă...”, sau „dacă...şi numai dacă...”

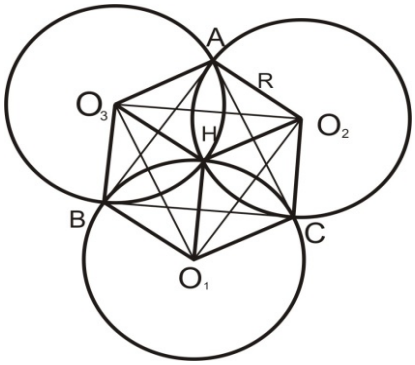
Demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză

Demonstraţia în care se porneşte de la propoziţii generale spre propoziţii particulare se numeşte ***demonstraţie analitică***. În acest tip de demonstraţie se porneşte de la ceea ce se cere spre ceea ce este cunoscut ca adevărat. Propoziţia ce trebuie dovedită ca este adevărată se înlocuieşte pe rând cu propoziţii echivalente cu ea, până când se ajunge la o propoziţie cunoscută, despre care se ştie că e adevărată.

Demonstraţia în care se porneşte de la propoziţii particulare spre propoziţii generale se numeşte ***demonstraţie sintetică***. În acest tip de demonstraţie se porneşte de la o propoziţie care este cunoscută ca fiind adevărată, din ea se deduc propoziţii care de asemenea ştim că sunt adevărate şi ultima este ceea ce trebuia demonstrat. Raţionamentele sunt legate prin implicaţii adevărate.

Exemplu de demonstraţie sintetică: ***Problema lui Ţiţeica Geometrie- clasa a VII-a***

Se consideră trei cercuri de raze egale astfel încât $C(O_1,R)\cap C(O_2,R)\cap C(O_3,R)$ $=\{H\}$. Intersectându-le două câte două se obţin încă trei puncte de intersecţie A, B, respectiv C. Să se demonstreze că cercul determinat de punctele A, B, C are raza egală cu R .



Demonstraţie : Patrulaterul O_3AO_2H este romb, deoarece $AO_3 = O_2H = R = AO_2 = O_3H$.

De asemenea patrulaterul $O_1\ BO_3H$ este romb, deoarece $O_3B = O_3H = R = O_1B = O_1H$.

$\Rightarrow AO_2 \parallel O_3H \parallel BO_1$.(1)

Deoarece (2) $AO_2 = BO_1 = R$. Din (1) şi (2) $\Rightarrow$ patrulaterul ABO_1O_2 este paralelogram.

Deci $AB = O_1O_2$ (3)

Cum $BO_3 \parallel O_1H \parallel CO_2$ şi deoarece $BO_3 = CO_2 = R \Rightarrow$ patrulaterul BO_3O_2C este paralelogram. Deci $BC = O_2O_3$ (4)

Cum $CO_1 \parallel HO_2 \parallel AO_3$ şi deoarece $O_1C = AO_3 = R \Rightarrow$ patrulaterul CO_1O_3A este paralelogram. Deci $CA = O_1O_3$ (5)

Din (3)-(4)-(5) $\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta O_1O_2O_3$ $AO_3 = O_2H = R = AO_2 = O_3H$.

De asemenea patrulaterul $O_1\ BO_3H$ este romb, deoarece $O_3B = O_3H = R = O_1B = O_1H$. $\Rightarrow AO_2 \parallel O_3H \parallel BO_1$.(1)

Deoarece (2) $AO_2 = BO_1 = R$. Din (1) şi (2) $\Rightarrow$ patrulaterul ABO_1O_2 este paralelogram.

Deci $AB = O_1O_2$ (3)

Cum $BO_3 \parallel O_1H \parallel CO_2$ şi deoarece $BO_3 = CO_2 = R \Rightarrow$ patrulaterul BO_3O_2C este paralelogram. Deci $BC = O_2O_3$ (4)

Cum $CO_1 \parallel HO_2 \parallel AO_3$ şi deoarece $O_1C = AO_3 = R \Rightarrow$ patrulaterul CO_1O_3A este paralelogram.

Deci $CA = O_1O_3$ (5)

Din (3)-(4)-(5) $\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta O_1O_2O_3$. Centrul cercului circumscris triunghiului $O_1O_2O_3$ are centrul în punctul H şi raza $HO_1 = HO_2 = HO_3 = R$.

Prin urmare cercul determinat de punctele A, B, C are raza R.(Nicolescu, L., Boskoff, V., 1990; Ţiţeica,G., 1981).

Exemplifică demonstraţia sintetică pentru o problemă de geometrie plană de clasa a VI-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.4.1.

Demonstraţia matematică prin reducere la absurd

Metoda reducerii la absurd este o metodă veche, folosită şi în geometrie, încă din antichitate, pentru demonstrarea unor teoreme sau a unor probleme cu caracter teoretic.

La baza acestei metode stă ***una dintre legile fundamentale ale logicii clasice***, care se anunţă astfel: ***Dintre două propoziţii contradictorii una este adevărată, cealaltă falsă, iar a treia posibilitate nu poate exista.***

Practic în matematică se procedează astfel : se presupune că ceea ce trebuie demonstrat nu este adevărat, adică se neagă concluzia teoremei date . Apoi pe baza presupunerii făcute, se fac o serie de deducţii logice, care scot în evidenţă faptul că presupunerea făcută duce la o absurditate. Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă şi rămâne ca adevărată concluzia teoremei date. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78).

Exemplu: Algebră-clasa a VII-a
Demonstrează că numărul $\sqrt{2} \in R - Q$.

Rezolvare : Se presupune prin absurd că $\sqrt{2} \in Q \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a}{b}$, unde $a, b \in Z, (a,b) = 1$ .Ridicând la pătrat ambii membri $\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$, sau $2 = \frac{a^2}{b^2}$ rezultă că a este divizibil cu 2, adică a=2k, $k \in Z \Rightarrow 4k^2 = 2b^2$, de unde rezultă b=2l, $l \in Z$. S-a ajuns la contradicţie cu presupunerea că $(a,b) = 1$.
Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă şi rămâne ca adevărată concluzia problemei date: $\sqrt{2}$ - este iraţional.

To Do: Demonstrează că numărul $\sqrt{5}$ este iraţional. ***R:*** Revezi paragraful 3.4.1.

Demonstraţia prin metoda inducţiei matematice (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78)

Cuvântul inducţie provine din latinescul ***inductionis*** care, tradus înseamnă „aducere”, „introducere”, „dovedire prin exemple” .

În logică, prin inducţie se înţelege o formă de raţionament în care gândirea noastră pleacă de la particular la general, sau de la cunoştinţe cu un grad de generalitate mai mic la cunoştinţe cu grad de generalitate mai mare . În geometrie primele adevăruri au fost obţinute pe calea observaţiei, deci pe alea inducţiei. De exemplu, la început, pe bază de experienţă prin observaţii şi măsurători, vechii egipteni au stabilit aproximativ raportul dintre lungimea cercului şi diametrul său.

În procesul generalizării prin raţionamentul inductiv se întâlnesc două cazuri:

1.Se obţine o concluzie generală despre o anumită mulţime de obiecte de acelaşi fel pe baza cercetării tuturor elementelor ei.

Exemplu: pentru demonstrarea teoremei : ***Măsura unui unghi înscris într-un cerc este egală cu jumătatea măsurii arcului cuprins între laturile sale***.

Se procedează astfel : mulţimea unghiurilor înscrise în cerc se împart în trei clase :

a) unghiuri înscrise în care o latură este diametrul cercului şi cealaltă coardă;
b) unghiuri înscrise cu laturile sunt coarde situate de aceeaşi parte a centrului cercului;
c) unghiuri înscrise în care laturile sunt coarde situate de o parte şi de alta a centrului cercului.

Se demonstrează teorema pentru fiecare caz, apoi se însumează rezultatele obţinute într-un singur tot, obţinându-se o concluzie generală.

Acest fel de raţionament se numeşte ***inducţie completă***, care ***nu*** trebuie confundată cu ***metoda inducţiei complete***, care se mai numeşte şi ***inducţie matematică***, care este o formă de raţionament deductiv .

2. Al doilea caz de generalizare pe cale inductivă este acela în care concluzia despre o clasă de obiecte se obţine pe baza studiului care nu cuprinde toate obiectele clasei care se cercetează . Acest fel de raţionament se numeşte ***inducţie incompletă***.

3.5. Metode pedagogice tradiţionale de predare – învăţare a matematicii în şcoală

Diversificarea metodelor de predare-învăţare, a modurilor şi formelor de organizare a lecţiei, a situaţiilor de învăţare, constituie cheia schimbărilor pe care le preconizează noul curriculum. Asigurarea unor situaţii de învăţare multiple creează premise pentru ca elevii să poată valorifica propriile abilităţi în învăţare.

Principalele metode didactice folosite de profesorii de matematică în predarea-învăţarea matematicii în şcoală sunt:

expunerea sistematică a cunoştinţelor;
metoda conversaţiei;
metoda exerciţiului;
metoda muncii cu manualul şi culegerile de probleme;
problematizarea şi învăţarea prin descoperire;
modelarea matematică;
metoda învăţării pe grupe;
învăţare prin cooperare;
algoritmizarea;
instruire programată;
metode de învăţare active-participative şi interactive: brainstorming, metoda mozaicului, investigaţia, proiectul, experimental, jocul de rol;
metode de dezvoltare a creativităţii specifice matematicii.

Dintre metodele enumerate se disting ***metodele tradiţionale***: expunerea sistematică a cunoştinţelor, metoda conversaţiei, metoda exerciţiului, metoda muncii cu manualul; cele numite ***metode moderne***: problematizarea şi învăţarea prin descoperire, modelarea, metoda învăţării pe grupe, învăţarea prin cooperare, algoritmizarea, instruirea programată; iar de actualitate sunt ***metodele de învăţare activ-participative şi interactive***.

Desigur că, în cadrul diferitelor tipuri de lecţii la matematică, se realizează o combinare a metodelor tradiţionale cu cele moderne şi se recomandă alternarea lor cu metodele active-participative şi interactive de învăţare respectiv cu metodele de dezvoltare a creativităţii elevilor.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.69)

3.5.1. Expunerea sistematică a cunoştinţelor

Este metoda care se prezintă în mai multe variante: ***povestirea***, ***prelegerea*** **şi** ***explicaţia***. Povestirea este mai puţin folosită la matematică.

Povestirea constă în descrierea unor fapte, evenimente, întâmplări sau personaje. La matematică prin povestire se transmit date istorice legate de studiul unei discipline noi (de exemplu despre geometrie în clasa a VI-a) sau în prima lecţie din cadrul unei unităţi de învăţare (de exemplu se transmit date despre autorii descoperirilor teoriei matematice respective).

Prelegerea constă în prezentarea de către profesor a unui conţinut matematic în mod neîntrerupt. Se prezintă definiţii, proprietăţi, teoreme, demonstraţii, algoritmi fără ca elevului să i se

adreseze vreo întrebare. Se recomandă ca această metodă să fie folosită mai rar, şi doar la clasele terminale de liceu, când elevii au o putere mai mare de concentrare.

Explicaţia constă în transmiterea unor cunoştinţe într-un timp relativ scurt de către profesor, în situaţii când elevul, pe baza cunoştinţelor anterior însuşite, nu le poate descoperi singur. Este o metodă foarte des întâlnită în predarea matematicii. Profesorul expune logic şi argumentat modul lui de gândire iar elevii îl urmăresc căutând să înţeleagă. Este necesară prezentarea de către profesor a conţinutului la nivelul de înţelegere a elevilor. Modul de expunere să fie clar şi cu anumite pauze. Profesorul trebuie să controleze limbajul non-verbal (mimica, gesturile) elevilor, să pună întrebări, pentru a observa dacă este urmărit de elevi.

Explicaţia trebuie să dezvolte la elevi imaginaţia, să fie clară şi convingătoare.

3.5.2. Metoda conversaţiei

Această metodă constă în dialogul dintre profesor şi elev şi se bazează pe întrebări şi răspunsuri. Profesorul are rolul unui partener care adresează întrebări elevilor dar şi răspunde la întrebările acestora. Stimulează gândirea elevilor în vederea însuşirii de cunoştinţe noi sau fixarea, sistematizarea cunoştinţelor şi deprinderilor dobândite anterior. Conversaţia ajută la formarea raţionamentului matematic la elevi.

Există mai multe clasificări ale conversaţiei:

-După numărul de indivizi cărora li se adresează întrebarea conversaţia este:

- ***individuală*** (între profesor şi un singur elev)
- ***frontală*** (întrebările se adresează întregii clase, iar răspunsurile vin de la elevi diferiţi).

-După momentul în lecţie conversaţia poate fi:

- ***introductivă*** (folosită în momentele captării atenţiei şi reactualizării cunoştinţelor anterioare)
- ***folosită în scopul transmiterii de cunoştinţe noi*** (folosită în evenimentul de dirijare a învăţării)
- ***folosită pentru fixarea noilor cunoştinţe***
- ***folosită pentru recapitulare***
- ***folosită în procesul evaluării cunoştinţelor elevilor***

-După timpul de raţionament efectuat de elev când dă răspunsul se deosebesc conversaţia:

- ***euristică*** (când întrebările se adresează gândirii şi o dirijează spre efectuarea de raţionamente, judecăţi)
- ***catehetică*** (când întrebările se adresează memoriei iar răspunsurile sunt reproduceri de definiţii, formule, reguli)

În cadrul conversaţiei este foarte important ca întrebările formulate să fie precise, să vizeze un singur răspuns şi să nu conţină răspunsul, să contribuie la dezvoltarea gândirii.

Metoda conversaţiei determină dezvoltarea limbajului. Se va acorda o importanţă deosebită limbajului matematic. Când răspunsurile sunt greşite vor fi corectate imediat prin discuţii mai ample din care profesorul va deduce cauza greşelii. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.76)

3.5.3. Metoda exerciţiului

Exerciţiul presupune efectuarea conştientă şi repetată a unor operaţii sau acţiuni mintale în vederea formării de priceperi şi deprinderi, pentru dezvoltarea unor capacităţi intelectuale şi toate acestea în scopul învăţării matematicii.

Evaluarea performanţei se realizează prin exerciţii.

În rezolvarea exerciţiilor se recomandă următoarele ***etape:***

-cunoaşterea de către elevi a enunţului exerciţiului;
-înţelegerea exerciţiului de către elevi;
-rezolvarea propriu-zisă a exerciţiului;
-verificarea rezultatului obţinut.

Prin metoda exerciţiului se urmăreşte, în primul rând, să se dea modele de rezolvări care ulterior să-l determine pe elev să rezolve atât exerciţii de tipurile prezentate cât şi descoperirea de noi metode sau algoritmi.

Formele de organizare a activităţii pe metoda exerciţiului sunt variate. Se poate lucra independent sau frontal, exerciţiile pot fi diferenţiate sau nu.

Exemplu: ***Geometrie- clasa a VII-a***

Această metodă se foloseşte: - la calcularea ipotenuzei sau a unei catete, aplicând teorema lui Pitagora, - la calcularea ariei unui triunghi cunoscând lungimea unei laturi şi înălţimea corespunzătoare, - la aflarea măsurii unui unghi al unui triunghi, cunoscând măsurile celorlalte două unghiuri, etc.

To Do:

Exemplifică o problemă de calcul din geometrie – clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.5.3.

3.5.4. Metoda muncii cu manualul şi cu alte auxiliare matematice

Metoda muncii cu manualul este o formă de muncă independentă utilizată în scopul studierii şi asimilării de noi cunoştinţe de matematică. În acelaşi scop se folosesc şi culegeri de probleme, reviste de matematică, monografii. Manualul este principalul material bibliografic al elevului şi constituie ghid pentru pregătirea profesorului pentru lecţie. Pentru elev manualul şcolar conţine cantitatea de informaţie necesară nivelului său de învăţare obligatorie.

Învăţarea din manual presupune un efort propriu din partea elevului în a dezlega o problemă, în a aborda subiecte complementare celor folosite de profesor în clasă. Folosirea manualului ajută la utilizarea limbajului matematic scris pe lângă cel simbolic. Studiul individual stă la baza auto-perfecţionării, formează la elevi abilităţi de comunicare scrisă în specialitatea respectivă.

Introducerea în munca cu manualul, respectiv cu alte auxiliare matematice, se face treptat sub îndrumarea profesorului, dar trebuie continuată independent de către elev, având totuşi indicaţii din partea profesorului asupra obiectivelor ce trebuie să fie urmărite.

Prin această metodă se realizează unul dintre obiectivele fundamentale ale predării matematicii: de ***a-l învăţa pe elev cum să înveţe.*** (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.85)

3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învăţare a matematicii în şcoală

3.6.1. Problematizarea

Situaţiile create de profesor prin care elevul este determinat ca prin activitate proprie să găsească definiţia unei noţiuni, enunţul unei propoziţii matematice, un algoritm de calcul sau o nouă metodă de demonstraţie se numesc ***situaţii-problemă***.

În predarea problematizată profesorul, dă posibilitate elevului să asimileze prin exerciţii nişte scheme fundamentale de abstractizare, de conceptualizare, de raţionament şi interpretare. Aceste stări sunt ***situaţii-problemă.***

În pedagogie sunt descrise aceste situaţii-problemă astfel:

-Dezacord (conflict, contradicţie) între cunoştinţele anterioare ale elevului şi condiţiile noi de rezolvare a unei probleme.

-Selectarea din cunoştinţele anterioare a acelora cu valoare operaţională, adică elevul este pus în faţa unei contradicţii între modul de rezolvare posibil din punctul de vedere teoretic şi imposibilitatea lui de aplicare practică.

-Încadrarea cunoştinţelor anterioare într-un sistem, conştientizarea că acest sistem nu este întotdeauna operaţional şi de aici necesitatea completării lui.

Exemplu: La clasa a VIII-a studiul poliedrelor (prisma, piramida, trunchiul de piramidă) se realizează punând în evidenţă: definiţia, elemente, aria laterală şi aria totală, volumul şi proprietăţi.

Când se începe studiul corpurilor rotunde apare necesitatea ca elevul să stabilească aceiaşi paşi după care, apoi se rezolvă probleme inclusiv cu corpuri înscrise.

În predarea-învăţarea matematicii prin problematizare, profesorul are ca scop principal să-i facă pe elevi să gândească. Mijlocul îl reprezintă rezolvarea problemelor care cer un anumit grad de creaţie de către elevi. Problemele trebuie să îndeplinească următoarele condiţii:

- să aibă sens, să ţină seama de cunoştinţele anterioare ale elevului;
- să fie adresate în momentul cel mai oportun din punctul de vedere al elevului;
- să trezească interesul şi să solicite efort din partea elevului.

Etapele de rezolvare a unei situaţii-problemă sunt:

-prezentarea situaţiei-problemă de către profesor;

-definirea problemei de către elev;

-formularea de ipoteze de către elev care pot fi aplicate în vederea unei soluţii;

-realizarea verificării ipotezelor – până când se găseşte una care conduce la soluţia căutată.

Prin aplicarea în predare a problematizării, rezultatul final este întotdeauna descoperirea soluţiei de către elev a problemei propuse. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.93)

Utilizarea imaginilor (planşelor) şi folosirea unor argumente intuitive în rezolvarea problemelor

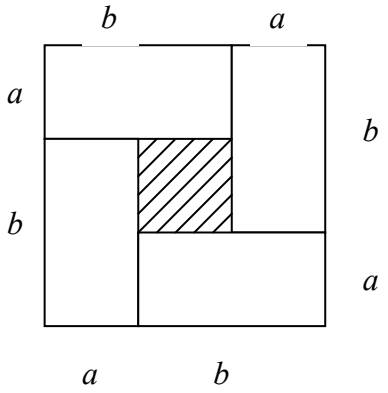
Abordarea unei probleme prin prisma unor interpretări geometrice duce la o mai bună înţelegere a afirmaţiei demonstrate, la sporirea atracţiei pentru matematică.

Exemplu: ***Inegalitatea mediilor:*** să se arate că pentru două numere reale pozitive a şi b are loc inegalitatea: $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$.Cu egalitate dacă $a= b$.

Ridicând la pătrat ambii membri se obţine:

Exemple de geometrie plană în care se pune în evidenţă inegalitatea mediilor:

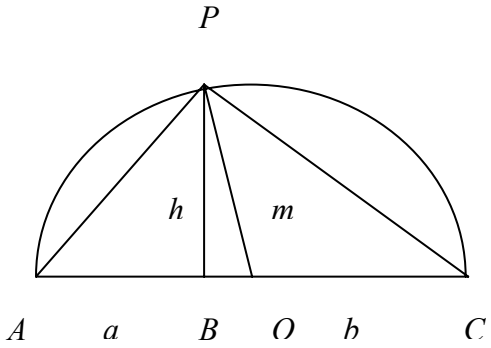
1. Se dau patru dreptunghiuri de dimensiunile a şi b, $a \le b$ şi se aşează ca în figura următoare:



Pătratul haşurat din interior are dimensiunile (*b*-*a*) şi (*b*-*a*), deci aria sa este $(b-a)^2$. Se obţine următoarea egalitate între arii: $(a+b)^2 = 4ab + (a-b)^2$

De aici rezultă $(a+b)^2 \geq 4ab$, adică $a+b \geq 2\sqrt{ab}$.

2. Se consideră un semicerc de diametru *AC* de lungime *a*+*b* şi se înscrie în aceasta un triunghi dreptunghic *APC* astfel ca înălţimea din *P* pe *AC* să determine segmente de lungimi *a* şi *b* ca în figura următoare:



În acest caz înălţimea din *P* are lungimea $PB = h = \sqrt{ab}$ şi mediana *PO* are lungimea $m = \frac{a+b}{2}$. Este evident ca *h*≤*m* (cea mai mică distanţă de la un punct exterior la o dreaptă este lungimea perpendicularei din punct pe dreaptă), deci $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.106)

3.6.2. Învăţarea prin descoperire

Descoperirea, ca mijloc de instruire, constituie aspectul unor intense preocupări ale didacticii moderne. Găsirea unor soluţii în diferite probleme concrete presupune o activitate de descoperire. Elevii pot descoperi astfel o formulă, o noţiune, un principiu, o regulă, o definiţie sau teoremă. Elevii descoperă adevăruri deja cunoscute, deci de fapt descoperirea de tip didactic este o redescoperire.

Aparent asemănătoare metodei problematizării, învăţarea prin descoperire presupune analiza unei situaţii-problemă la care elevii trebuie să descopere soluţii posibile.

Învăţarea prin descoperire se poate realiza:

-independent, atunci când elevul desfăşoară întreaga activitate iar profesorul doar urmăreşte desfăşurarea acesteia;

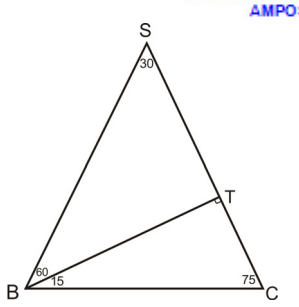
-dirijat, atunci când profesorul coordonează întreaga activitate.

Metoda descoperirii dirijate este folosită destul de des în cadrul lecţiilor de matematică, dirijarea de către profesor a activităţii elevului se realizează într-o măsură mică; elevii prin efort personal, prin analiză, sinteză, inducţie, generalizare, analogie sunt lăsaţi să descopere o teoremă, o demonstraţie, un algoritm de calcul. .(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007)

Exemplu 1: (clasa a VII-a) Enunţ: Să se determine $\sin 15^0$.

Fie un triunghi isoscel SBC , unde se ştie că SB = SC = 10 cm, $m(\angle BSC) = 30^0$

Se construieşte $BT \perp SC$ şi se scrie aria triunghiului



în două moduri :

$$A_{\Delta SBC} = \frac{BS \cdot CS \cdot \sin 30^0}{2} = \frac{SC \cdot BT}{2} \Rightarrow 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot BT$$

$$\Rightarrow BT = 5cm$$

În : ΔBTS $\sin 60^0 = \frac{ST}{BS} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ST}{10} \Rightarrow ST = 5\sqrt{3}$

$CT = CS - ST = 10 - 5\sqrt{3}$

Scriind teorema lui Pitagora în ΔBTC : $BC^2 = BT^2 + TC^2$

$BC^2 = 5^2 + \left(10 - 5\sqrt{3}\right)^2$. Efectuând calculele rezultă: $BC = 10\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

În ΔBTC : $\sin 15^0 = \frac{CT}{BC} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{10\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{\left(2 - \sqrt{3}\right)^2 \cdot \left(2 + \sqrt{3}\right)}}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

S-a scris $2 - \sqrt{3}$ ca un pătrat perfect, folosind formula pătratului unui binom:

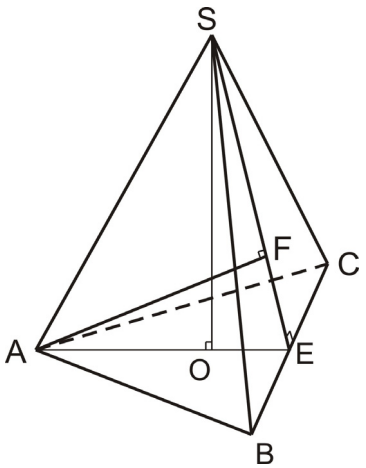
$2 - \sqrt{3} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$. Deci s-a demonstrat că: $\sin 15^0 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

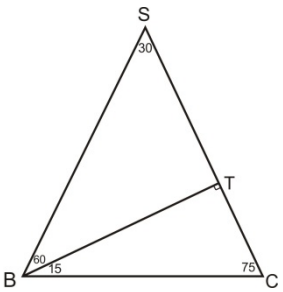
Exemplu 2: (clasa a VIII-a) ***Volumul tetraedrului***

Enunţ: Se dă piramida triunghiulară regulată SABC cu lungimea muchiei laterale SA = 10 cm şi $m(\angle ASB) = 30^0$. Să se arate că volumul tetraedrului nu depinde de alegerea bazei (adică tetraedrul poate fi aşezat pe oricare dintre feţe, volumul rămânând acelaşi).

Soluţie : Realizarea în caiete a figurii corespunzătoare.

Pentru aflarea muchiei bazei, se construieşte triunghiul isoscel SBC în plan.





Ştiind că BS = SC = 10 cm şi $m(\angle BSC) = 30^0 \Rightarrow m(\angle B) = m(\angle C) =$

$= \left[180^0 - m(\angle A)\right] / 2 = 75^0$

Se duce perpendiculara $BT \perp SC$, unde $T \in [SC]$, astfel se obţine ΔBST - dreptunghic cu $m(\angle SBT) = 60^0$. Se determină lungimea segmentelor BT şi ST, adică

$BT = \frac{BS}{2} = 5cm$ şi $\sin 60^0 = \frac{ST}{BS} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ST}{10} \Rightarrow ST = 5\sqrt{3}cm$

$CT = CS - ST = 10 - 5\sqrt{3}cm$

În ΔBTC, $m(\angle T) = 90^0 \xrightarrow{T.Pitagora} BC^2 = BT^2 + TC^2$

$BC^2 = 200 - 100\sqrt{3}$, $BC = 10\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm.

În ΔABC echilateral, $AE \perp BC$. Înălţimea unui triunghi echilateral este $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, unde a-este latura triunghiului $\Rightarrow AE = \frac{BC\sqrt{3}}{2}$ şi $OE = \frac{1}{3} \cdot AE = \frac{BC\sqrt{3}}{6}$

Adică $OE = \frac{5\sqrt{6-3\sqrt{3}}}{3}$ cm. AO =2OE $\Rightarrow AO = \frac{10\sqrt{6-3\sqrt{3}}}{3}$ cm.

Fie SO este înălţimea tetraedrului, O$\in (ABC)$. pentru a afla lungimea acesteia , se consideră triunghiul dreptunghic SAO cu $m(\angle O) = 90^0 \xrightarrow{T.P} SO^2 = SA^2 - AO^2$

$$SO^2 = \frac{300(1+\sqrt{3})}{9}, \qquad SO = 10\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{3}}.$$

Se calculează volumul tetraedrului, considerând baza triunghiul echilateral ABC iar înălţimea corespunzătoare fiind segmentul SO.

$$V = \frac{A_{\Delta ABC} \cdot SO}{3}.$$

Dar $A_{\Delta ABC} = \frac{BC^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{100(2-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{4} = 25(2\sqrt{3}-3)cm^2 \Rightarrow$

$$V = \frac{25(2\sqrt{3}-3) \cdot 10\sqrt{3+3\sqrt{3}}}{3 \cdot 3} = 0{,}43 \ cm^3 \qquad (1)$$

Se calculează volumul tetraedrului considerând baza triunghiul isoscel CSB .

Se ştie că $A_{\Delta CSB} = \frac{BC \cdot SE}{2}$. Pentru a calcula segmentul SE, se consideră ΔSEC cu

$m(\angle E) = 90^0 \xrightarrow{T.P} SE^2 = SC^2 - EC^2$ $\quad EC = \frac{BC}{2}$ $\quad SE = 5\sqrt{2+\sqrt{3}}$. $\Rightarrow$

$$A_{\Delta CSB} = \frac{BC \cdot SE}{2} = \frac{10\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot 5\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = 25 \ cm^2$$

Perpendiculara pe planul (CSB) din vârful opus este AF . Această perpendicularitate se demonstrează cu ajutorul reciprocei a doua a teoremei celor trei perpendiculare.

Adică : $OE \perp BC$, $OE \not\subset (SBC)$

$SE \perp BC$, $SE \subset (SBC)$

Se construieşte $AF \perp SE$, $F \in SE$ $\xrightarrow{R2T3\perp} AF \perp (SBC)$

Deci segmentul AF este înălţimea tetraedrului când baza este triunghiul CSB. Pentru a afla lungimea acestui segment, se scrie aria triunghiului ASE în două moduri .

$$A_{\Delta ASE} = \frac{SE \cdot AF}{2} = \frac{AE \cdot SO}{2} \Rightarrow AF = \frac{AE \cdot SO}{SE}$$

Dar $AE = \frac{BC \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{(2-\sqrt{3})\cdot 3}}{2} = 5\sqrt{6-3\sqrt{3}}$ cm

Atunci $\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot AF = 10\sqrt{\sqrt{3}-1}$. $AF = 10\sqrt{3\sqrt{3}-5}$ cm

Se calculează volumul tetraedrului , considerând baza triunghiul isoscel SBC , iar înălţimea corespunzătoare segmentul AF $\Rightarrow V = \frac{A_{\Delta SBC} \cdot AF}{3}$

Adică $V = \frac{25 \cdot 10\sqrt{3\sqrt{3}-5}}{3} = 0{,}43 \ cm^3$ (2)

Din relaţiile (1) şi (2) egale $\Rightarrow$ volumul tetraedrului nu depinde de alegerea bazei.

3.6.3. Modelarea matematică

Modelarea este o metodă pedagogică prin care gândirea elevului este condusă la descoperirea adevărului cu ajutorul modelului, având la bază raţionamentul prin analogie.

Modelele pot fi clasificate în:

- modele materiale care se folosesc sub formă de machete, dar pot fi şi ilustrate în film, tv, video sau softuri pentru computere;
- modele ideale: grafice, logice, matematice.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.118)

3.6.4. Metoda învăţării pe grupe

Metoda învăţării pe grupe constă în faptul că sarcinile de lucru sunt executate de grupe de elevi şi presupune o activitate comună în cadrul grupului. Prin munca în grup se urmăreşte pe lângă educarea elevului în spiritul muncii sociale, dezvoltarea responsabilităţilor individuale cu efect asupra grupului.

Din ce în ce mai mulţi profesori folosesc această metodă recunoscându-i eficacitatea.

Grupele se pot forma de către profesor sau se pot autoalege .

Criteriile de formare sunt: omogenitatea, eterogenitatea, criteriul afectiv.

Grupele omogene conţin elevi de acelaşi nivel de pregătire, cele eterogene sunt formate sunt formate din elevi de toate categoriile iar cele alcătuite pe criteriul afectiv sunt bazate pe prietenii, vecinătate de bancă sau de domiciliu, preocupări comune.

Numărul elevilor dintr-un grup variază de la 2 la 10, randamentul maxim este oferit de grupurile de 4-6 elevi.

Activitatea pe grupe presupune următoarele etape:

-repartizarea materialului de lucru pe grupe;

-munca independentă a grupului;

-discuţia în comun a rezultatelor.

Sarcinile de lucru pot să difere în funcţie de tipul grupelor: la grupe omogene se vor repartiza sarcini corespunzătoare nivelului de omogenitate; în celelalte cazuri se dau sarcini echivalente tuturor grupelor cu sarcini suplimentare pentru polii grupului.

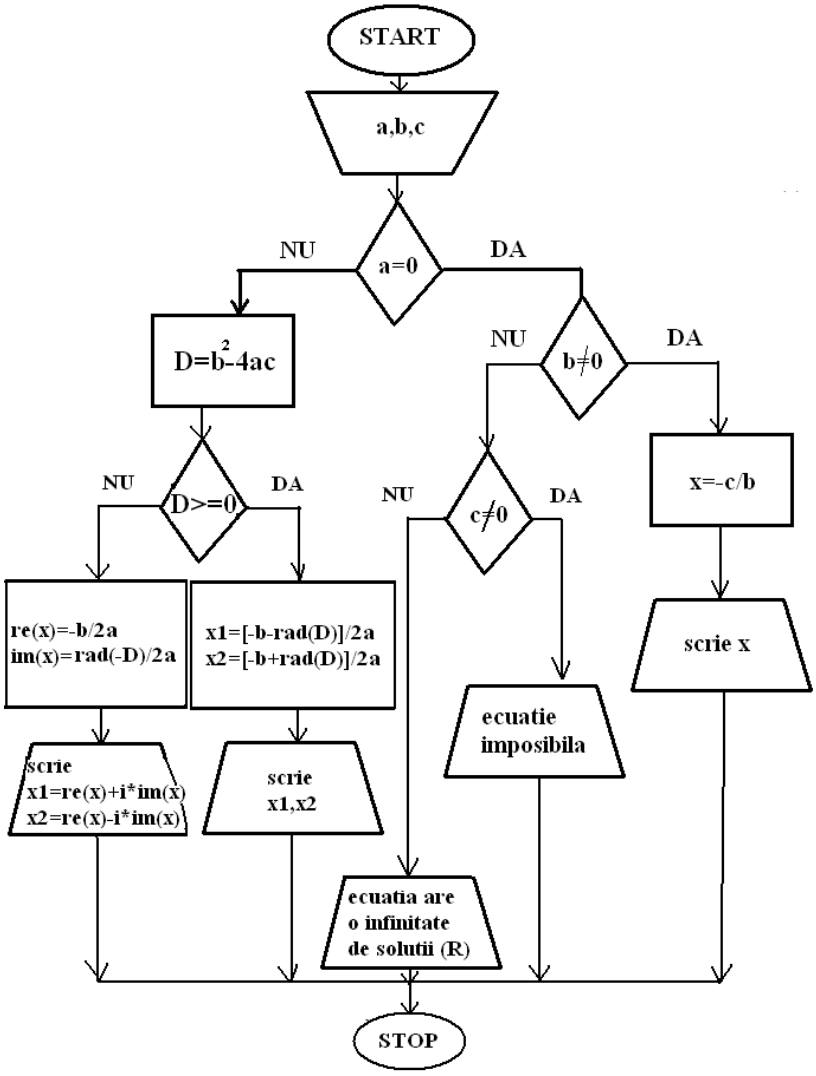
La sfârşitul activităţii soluţiile se prezintă pe tablă, se poartă discuţii privind corectitudinea şi variantele de rezolvare. Rolul profesorului este de a incita discuţiile în scopul dezvoltării de raţionamente şi de a trage concluziile în încheiere.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.122)

3.6.5. Algoritmizarea

Este o metodă folosită frecvent în cadrul orelor de matematică. ***Algoritmizarea*** presupune existenţa unor scheme logice care să permită rezolvarea unor sarcini de lucru.

Algoritmizarea reprezintă o metodă didactică de învăţământ care angajează un lanţ de exerciţii dirijate, integrate la nivelul unei scheme de acţiune didactică standardizată, care urmăreşte îndeplinirea sarcinii de instruire în limitele demersului prescris de profesor.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.132)

Exemplu : Transpunerea procedurii de rezolvare a ecuaţiei de gradul al doilea într-un algoritm a cărui schema logică este:



3.6.6. Instruirea programată

Instruirea programată reprezintă o metodă de învăţământ care organizează acţiunea didactică, aplicând criteriile ciberneticii la nivelul activităţii de predare-învăţare - evaluare, concepută ca un sistem dinamic complex, constituit dintr-un ansamblu de elemente şi inter-relaţii. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.137)

3.6.7. Softuri educaţionale

Softurile educaţionale sunt de asemenea metode didactice folosite în procesul predării – învă-ţării matematicii.

Sunt programe interactive prin care exersarea se face nu numai prin exerciţii şi probleme, ci şi prin jocuri educaţionale interactive. Conţin module de predare care ajută elevul să-şi reamintească lecţia predată în clasă . Conţin teste pe nivele de dificultate, respectiv sinteze la sfârşit de capitol.

Aceste softuri educaţionale sunt ideale pentru pregătirea evaluărilor la sfârşitul unităţii de învăţare; asociază noţiunile teoretice cu elemente din viaţa reală; sunt atractive pentru elevi, dobândind astfel într-un mod plăcut noţiuni de geometrie.

Programul educaţional porneşte automat prin introducerea CD – ului în PC în unitatea CD – rom sau DVD – rom şi chiar la început furnizează toate informaţiile privind funcţionarea lui.

Aceste softuri educaţionale sunt interactive şi pentru rulare necesită intervenţia utilizatorului prin acţionarea mouse – ului sau a tastaturii .

Sunt utile atât elevilor cât şi profesorilor. Pe elevi îi ajută la înţelegerea acestui segment al geometriei, iar pentru profesori reprezintă un instrument în predare sau recapitulare a noţiunilor teoretice.

Exemplu: (Geometrie-clasa a VI-a): CD – ul : Geometrie între joc şi nota 10 „Secretul lui Euclid” ; (Geometrie- clasa a VII-a): CD – ul : Relaţii metrice în triunghi „Comoara Tâlharilor”; CD – ul „Gazeta Matematică” - Ediţie Electronică, care cuprinde o colecţie integrală a revistei Gazeta Matematică.

De asemenea prin lecţiile AeL elevii sunt motivaţi mai mult, înţeleg mai uşor problemele şi sunt antrenaţi în găsirea soluţiilor . Prin aceste lecţii învăţarea bazată pe memorare este înlocuită de învăţarea prin descoperire.

Profesorul are la dispoziţie o bază de date, conţinuturile sunt prezentate sub formă de pachete de lecţii care la rândul lor sunt formate din mai multe momente independente ce pot fi folosite de profesor .

3.7. Metode activ-participative utilizate în lecţia de matematică

Sensul schimbărilor în didactica actuală este orientat spre formarea de competenţe. Învăţarea nu mai are ca unic scop de memorarea şi reproducerea de cunoştinţe, ci presupune explicarea şi susţinerea unor puncte de vedere proprii, realizarea unui schimb de idei cu ceilalţi. Pasivitatea elevilor nu produce învăţare, decât în foarte mică măsură. Este mult mai eficient dacă elevii participă activ la procesul de învăţare.

3.7.1. Investigaţia

Investigaţia oferă posibilitatea elevului de a aplica în mod creativ cunoştinţele însuşite, în situaţii noi şi variate. Metoda presupune definirea unei sarcini de lucru cu instrucţiuni precise, înţelegerea acesteia de către elevi înainte de a trece la rezolvare propriu-zisă. Prin această metodă elevul demonstrează şi exersează totodată, o gamă largă de cunoştinţe şi capacităţi în contexte variate.

Investigaţia oferă elevului posibilitatea de a se implica activ în procesul de învăţare . Stimulează iniţiativa elevilor pentru luarea deciziilor, oferă un nivel de înţelegere mult mai profund a evenimentelor şi fenomenelor studiate, motivează elevii în realizarea activităţilor propuse.

Prin realizarea unei investigaţii pot fi urmărite următoarele elemente esenţiale:

-înţelegerea şi clarificarea sarcinii de lucru;

-identificarea procedeelor pentru obţinerea informaţiilor necesare;

-colectarea şi organizarea datelor sau informaţiilor necesare;
-formularea şi testarea unor ipoteze de lucru;
-schimbarea planului de lucru sau a metodologiei de colectare a datelor, dacă este necesar;
-colectarea altor date, dacă este necesar;
-motivarea opţiunii pentru anumite metode folosite în investigaţie;
-scrierea / prezentarea unui scurt raport privind rezultatele investigaţiei.

Demersul investigaţiei poate fi raportat la trei etape esenţiale care trebuie parcurse:
- definirea problemei;
- alegerea metodei / metodologiei adecvate;
- identificarea soluţiilor.

Sarcinile de lucru adresate elevilor de către profesor în realizarea unei investigaţii pot varia ca nivel de complexitate a cunoştinţelor şi competenţelor implicate.(Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.140)

3.7.2. Proiectul

Metoda proiectului înseamnă realizarea unui produs, ca urmare a colectării şi prelucrării unor date referitoare la o temă fixată anterior. Este activitatea cel mai pregnant centrată pe elev. Este un produs al imaginaţiei acestora, menit să permită folosirea liberă a cunoştinţelor însuşite, într-un context nou şi relevant. Este o activitate personalizată, elevii putând decide nu numai asupra conţinutului său, dar şi asupra formei de prezentare.

Proiectul începe în clasă, prin conturarea obiectivelor, formularea sarcinii de lucru. În afara orelor de curs, dar sub îndrumarea profesorului, elevii stabilesc metodologiile de lucru şi fixează termenele pentru diferite etape ale proiectului.

După corelarea datelor şi organizarea materialului, proiectul se încheie în clasă prin prezentarea rezultatelor obţinute.

Exemplu: (Fixarea cunoştinţelor - clasa a VI-a) ***Linii importante în triunghi* .

3.8. Metode interactive de grup utilizate în lecţia de matematică

Ca urmare a aplicării Reformei şcolare s-a diminuat utilizarea metodelor expozitive şi a crescut ponderea celor moderne. Se pune accent pe promovarea metodelor şi tehnicilor de instruire care să soluţioneze adecvat situaţiile noi de învăţare, pe utilizarea unor metode active (care să stimuleze implicarea elevilor în activitatea de învăţare, să le dezvolte gândirea critică şi capacitatea de adaptare la viaţă, să îi antreneze în activităţi de investigare şi cercetare directă a fenomenelor) şi apelarea la metodele pasive numai când este nevoie, pe accentuarea tendinţei formativ-educative a metodei didactice, pe extinderea metodelor care conduc la formarea capacităţilor de autoinstruire ce oferă educatului autonomie în achiziţionarea şi prelucrarea informaţiilor.

Cerinţe pentru ca învăţarea în clasă să fie interactivă:
- elevii să fie implicaţi/angajaţi în sarcini de învăţare autentice şi multidisciplinare;
- aprecierile să se bazeze pe performanţele reale;
- strategiile didactice să aibă la bază interrelaţionarea reciprocă;
- grupurile de lucru să fie eterogene;
- cadrul didactic să fie un facilitator al învăţării;
- elevii să înveţe căutând, descoperind, explorând nu numai singuri ci şi împreună;
- feedback-ul să fie continuu, rapid şi constructiv.(Oprea, C.L., 2009, p.21)

Metodele interactive de grup:

- sunt centrate pe elev şi pe activitate;
- comunicarea este multidirecţională;
- accentul cade pe dezvoltarea gândirii, pe formare de aptitudini şi deprinderi;
- evaluarea este formativă;
- încurajează participarea elevilor, iniţiativa, creativitatea acestora;
- existenţa parteneriatului: cadru didactic -elev.

Se prezintă mai jos câteva metode interactive utilizate în lecţia de matematică. Fiecare dintre ele înregistrează avantaje şi dezavantaje, important este însă momentul ales pentru desfăşurarea lor. Cadrul didactic este acela care are puterea decizională şi capacitatea de a alege ceea ce ştie că se poate desfăşura în propriul colectiv de elevi.

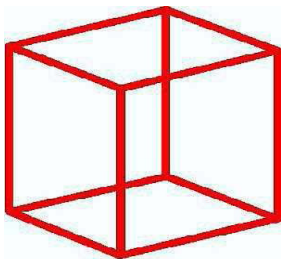
3.8.1. Metoda cubului

Este o metodă de explorare a unei situaţii matematice din diferite perspective cognitive. Cowan, G. şi Cowan, E., 1980 propun analiza unui concept sau a unei sintagme, proiectând-o pe şase feţe ale unui cub. Fiecare faţă oferă a altă perspectivă în abordarea conceptului, punând în evidenţă diferite operaţii mentale.

Etapele pentru organizarea unor activităţi utilizând metoda cubului sunt:

- alegerea unităţii de învăţare şi a activităţilor de învăţare;
- pregătirea materialului didactic: confecţionarea unui cub pe ale cărui feţe s-au notat şase dintre deprinderile care trebuie exersate: ***descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează.***
- organizarea colectivului de elevi prin împărţirea lui în 6 grupe, fiecare dintre ele examinând tema din perspectiva cerinţei de pe una dintre feţele cubului:

  Descrie: culorile, formele, mărimile etc.
  Compară: Ce este asemănător? Ce este diferit?
  Analizează: Spune din ce este alcătuit etc.
  Asociază: La ce te îndeamnă să te gândeşti?
  Aplică: Ce poţi face cu aceasta? La ce se poate folosi?
  Argumentează: Pro sau contra enumeră o serie de motive care vin în sprijinul afirmaţiei tale.
- valorificarea sarcinilor de grup: sarcina finalizată este prezentată de reprezentantul fiecărui grup întregului colectiv de elevi.
- afişarea formei finale pe tablă sau pe pereţii clasei. (Neagu, M., Mocanu. M. 2007, p. 48)



Această metodă se aplică unei clase de elevi împărţit în şase grupe. Fiecare grupă îşi alege un reprezentant (lider) care va da cu zarul-cubul (fiecărei feţe a cubului, cadrul didactic îi asociază o cerinţă, care trebuie neapărat să înceapă cuvintele: „descrie”, „compară”, „analizează”, „asociază”, „aplică”, „argumentează”), va descoperi sarcina grupei şi se va întoarce în grupul său cu materialele necesare rezolvării (fişe, materiale didactice, culori, etc).

Este preferabil ca elevul să urmeze ordinea indicată mai sus(în acest sens feţele cubului ar putea fi numerotate),dar nu este neapărat obligatoriu acest lucru. Se poate începe cu rezolvarea sarcinii indicate pe oricare faţă a cubului.

Modul de utilizare a metodei poate stimula creativitatea şi originalitatea organizării unei lecţii de către profesor ce-şi propune să atingă competenţe şi să formeze atitudini, valori, sentimente.

Analiză SWOT *:*

PUNCTE TARI	***PUNCTE SLABE***
+ permite diferenţierea sarcinilor de învăţare; + stimulează gândirea logică; + sporeşte eficienţa învăţării (elevii învaţă unii de la alţii); + poate fi aplicată în orice moment al lecţiei; + lucrul individual, în echipe, sau participarea întregii clase la realizarea cerinţelor "cubului" este o provocare ce determină o întrecere în a demonstra asimilarea corectă şi completă a cunoştinţelor; + se poate adapta, subtituind sarcinile propuse de autori cu altele în funcţie de context; + se pot folosi doar unele dintre feţe-pentru o bună încadrare în timp; + resurse materiale ieftine; + elevul participă activ în procesul de învăţare; + dezvoltă la elevi abilitatea de a prezenta şi de a comunica informaţia; + obişnuieşte pe elevi de a avea atitudine tolerantă faţă de opiniile altora; + contribuie la dezvoltarea creativităţii şi gândirii critice.	- durata mare de pregătire; - durata organizării pe echipe şi colectării feedback-ului este mare; - elevii buni nu sunt suficient motivaţi; - urmărirea activităţii din cadrul grupelor este dificilă din cauza sarcinilor diferite.
OPORTUNITĂŢI	***AMENINŢĂRI***
+ optimizarea metodei în urma experimentării acesteia la clasă: consemnarea de către profesor a eventualelor disfuncţionalităţi apărute; + îmbinarea cu alte metode interactive sau cu cele tradiţionale.	- neimplicarea unor elevi; -neîncadrarea în timp; -exacerbarea metodei; -agitaţia şi gălăgia specifice lucrului în echipă poate crea disconfort unor elevi; -stilul didactic al profesorului trebuie adaptat în funcţie de fiecare tip de elev: timid, agresiv, pesimist, nerăbdător, pentru fiecare găsind gestul, mimica, sfatul, orientarea, lauda, aprecierea potrivită.

(Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., 2002)

Această metodă se poate aplica la clasă în toate lecţiile de consolidare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor şi de recapitulare, datorită adaptabilităţii sale şi impactului pozitiv asupra elevilor.

Exemplu 1:

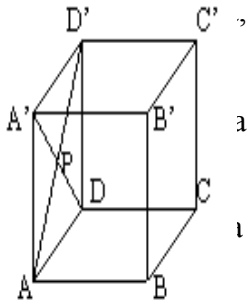
Tema: Recapitularea şi sistematizarea cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la ***POLIEDRE*** - clasa a VIII-a.

Sarcina didactică: Rezolvarea cerinţelor de pe fişele de lucru.

***Material didactic*:**

-un cub pe ale cărui feţe sunt scrise cuvintele: descrie, compară, a aplică, argumentează.

- fişe de lucru cu sarcini corespunzătoare fiecărei feţe a cubului.



Regula jocului: Împărţirea clasei în 6 grupe; fiecare analizând te a cerinţei de pe una din feţele cubului.

1.***Descrie*** poliedrele studiate, începând cu denumirea lor, apoi continu grafică atât a lor cât şi a desfăşurărilor lor plane, cu identificarea eleme (muchie laterală, latura bazei, apotema, diagonala, înălţimea, apotema încheind cu scrierea formei geometrice a bazei şi a unei feţe laterale pentru fiecare corp în parte.

2.*Compară* corpurile studiate între ele (cubul cu o prismă patrulateră regulată dreaptă şi cu un paralelipiped dreptunghic, piramidă triunghiulară regulată cu un trunchi de piramidă triunghiulară regulată, poliedrele oarecare şi cele regulate), găsind asemănări şi deosebiri, analogii plan – spaţiu.

3. ***Asociază*** a) fiecărui poliedru studiat câte două obiecte din mediul înconjurător, care să aibă formă asemănătoare acestuia;

b) printr-o săgeată, fiecărui poliedru studiat formulele de calcul pentru volum sau arie laterală, respectiv totală:

Volum trunchi de piramidă regulată	$\frac{A_b}{3} \cdot h$
Aria totală cub	$A_B + A_b + A_l$
Volum piramidă regulată	$4 \cdot l^2$
Diagonală cub	$L \cdot l \cdot h$
Volum cub	$A_l + 2 \cdot A_b$
Aria totală paralelipiped dreptunghic	$l \cdot \sqrt{3}$
Aria laterală trunchi de piramidă regulată	$(P_B + P_b) \cdot \frac{a_g}{2}$
Diagonală paralelipiped dreptunghic	$\sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$
Aria totală prismă regulată dreaptă	$6 \cdot l^2$
Volum prismă regulată dreaptă	$\frac{P_b}{2} \cdot A_p$
Aria laterală piramida regulată	l^3
Volum paralelipiped dreptunghic	$A_b \cdot h$
Aria totală piramidă regulată	$2(l \cdot h + l \cdot h + l \cdot l)$
Aria laterală prismă regulată dreaptă	$P_b \cdot h$
Aria laterală cub	$\frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$
Aria totală trunchi de piramidă regulată	$A_b + A_l$

3. ***Argumentează*** fiecare calcul efectuat în cadrul rezolvării problemei următoare:

În figura alăturată ABCDA'B'C'D' este o prismă patrulateră dreaptă, cu baza ABCD pătrat, în care AB = 5cm şi AA' = $2\sqrt{2}$ cm, iar A'D ∩ AD' = {P}.
Calculează: a) aria totală şi volumul prismei;
b)lungimea segmentului C'P;
c)cosinusul unghiului diedru dintre planele (A'B'C') şi (AD'C').

5. ***Analizează*** ce secţiune se poate realiza (axială, diagonală, paralelă cu baza) şi efectuează secţiunile respective pentru poliedrele: cub, paralelipiped dreptunghic, piramidă triunghiulară regulată şi trunchi de piramidă patrulateră regulată.

După ce ai realizat secţiunile cerute, completează tabelul următor:

	Forma secţiu-nii paralelă cu baza	Forma secţiunii diagonale	Corpuri obţinute după secţionarea paralelă cu baza
Cub			
Paralelipiped dreptunghic			
Piramidă patrulateră regulată			
Trunchi de piramidă triunghiulară regulată			

6. ***Aplică****:* formulele învăţate, calculează şi alege răspunsul corect.

1.Cubul cu diagonala de $5\sqrt{3}$ cm are volumul egal cu :

a) 375 cm^3 b) 125 cm^3 c) $125\sqrt{3}$ cm^3

2.Prisma hexagonală regulată dreaptă cu latura bazei de $3\sqrt{2}$ cm şi înălţimea de 4 cm are aria laterală egală cu :

a) $12\sqrt{2}$ cm^2 b) $18\sqrt{2}$ cm^2 c) $72\sqrt{2}$ cm^2

Adevărat sau fals?

3. Paralelipipedul dreptunghic cu dimensiunile de 2, 3 respectiv $\sqrt{2}$ are lungimea diagonalei de 4 cm.

4. Înălţimea unei piramide triunghiulare regulate cu volumul de $15\sqrt{3}\ cm^3$ şi latura bazei de 3 cm este de 20 cm.

5. Aplică toate cunoştinţele necesare pentru a răspunde la cerinţa problemei următoare:

Calculează aria totală a unui trunchi de piramidă patrulateră regulată cu L=12 cm,

l=4 cm şi h=3 cm.

Rezultatele obţinute se expun pe tablă sau pe pereţii clasei pentru a fi comentate.

După expirarea timpului de lucru de 30 min., se poate utiliza pentru evaluarea activităţii ***metoda Turul galeriei***.

Exemplu 2:
Unitatea de învăţare: Calcul de arii şi volume.

Tema: Recapitularea şi sistematizarea cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la ***CORPURI ROTUNDE*** - clasa a VIII-a.

Sarcina didactică: Rezolvarea cerinţelor de pe fişele de lucru.
***Material didactic*:**
-un cub pe ale cărui feţe sunt scrise cuvintele: descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează.
- fişe de lucru cu sarcini corespunzătoare fiecărei feţe a cubului.
Regula jocului: Împărţirea clasei în 6 grupe; fiecare analizând tema din perspectiva cerinţei de pe una din feţele cubului.
1. ***Descrie*** – fişa de lucru conţine cerinţele:
-Enumeră corpurile rotunde studiate.
-Realizează reprezentarea plană a corpurilor.
-Realizează sistematizat etapele generării unui cilindru şi a unui con.
-Descrie elementele unui cilindru şi ale unui con.
-Realizează un tabel cu datele lor.
-Descrie corpul de rotaţie obţinut prin rotirea unui trunghi dreptunghic în jurul ipotenuzei.
2. ***Compară*** şi stabileşte asemănările şi deosebirile dintre corpurile rotunde şi poliedrele regulate învăţate.
Se consideră o prismă patrulateră regulată ABCDEFGH cu lungimea laturii bazei de 6 cm şi muchia laterală egală cu 8 cm.Calculează volumul prismei şi apoi volumul cilindrului ale cărui baze sunt înscrise în bazele prismei şi înalţimea este egală cu înălţimea prismei. Compară rezultatele.
3. ***Analizează*** secţiunile paralele cu baza şi secţiunile axiale în corpurile rotunde studiate. Desenează şi coloreză aceste secţiuni pe corpurile rotunde învăţate. Completează tabelul:

Corpul studiat	Forma secţiunii paralele cu baza	Forma secţiunii axiale

Secţiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu latura de 4 cm.Află aria laterală şi volumul cilindrului.
Secţiunea axială a unui con circular drept are aria de 48 cm^2 şi înălţimea conului este de 6 cm. Află cosinusul unghiului dintre R şi G şi volumul conului.
4. ***Asociază*** fiecărui corp rotund formulele de calcul pentru arie şi volum. Identifică pe desene/obiecte cunoscute corpurile rotunde învăţate şi dă exemple din viaţa cotidiană de

obiecte care sunt corpuri rotunde.
Completează spaţiile libere cu răspunsul corect:
a) Un cilindru circular drept cu R=3cm şi h=8 cm are aria totală egală cu .....cm^2.
b) Un con circular drept cu R=8 cm şi $A_l=36\pi$ cm^2 are generatoarea egală cu .....cm.
c) O sferă cu R=5 cm are volumul egal cu .....cm^3.

5. ***Aplică*** formulele pentru arie şi volum învăţate pentru a alege răspunsul corect:

1) Un con circular drept cu R=10 cm şi h=24 cm are aria laterala egală cu:
a)240π b)260 c)240 d)260π

2) O sferă cu volumul de 288π cm^3 are raza egala cu:
a)6 b)6π c)$6\sqrt{6\pi}$ d)$6\sqrt{6}$

3) Un cilindru circular drept cu aria bazei 2π cm^2 şi G= 6 cm are volumul egal cu:
a) 4π b)12π c)12 d)4

4) Un trunchi de con cu r=3 cm, R=7 cm şi H=3 cm are aria laterală egală cu:
a)$30\sqrt{2\pi}$ b)50 c) 50π d)45π

6. ***Argumentează***. Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiilor. Justifică răspunsul.

1) Dacă raza unui cilindru circular drept este de 2 cm, atunci aria bazei este de 4 cm. (.....)

2) Dacă volumul unui con circular drept este de 12π cm^3, R=4 cm, atunci înălţimea este de 3 cm (.....)

3) Într-un con circular drept secţiunea paralelă cu baza prin mijlocul înălţimii formează două corpuri de volume egale (.....)

4) Dacă înălţimea unui cilindru circular drept este de 1 cm, atunci A_b=V (.....)

După expirarea timpului de 30 min, se aplică ***metoda Turul galeriei***. Cele şase coli primite la începutul lecţiei, completate, vor fi expuse pe pereţii clasei. Liderul fiecărei grupe prezintă sarcinile pe care le-au avut de realizat, modul cum au înţeles ei să le realizeze, după care, la semnalul profesorului, în mod organizat, se trece la vizionarea fiecărui poster în parte. Elevii pot face observaţii în scris, pot da note, pot adăuga sau pot pune întrebări. În grup, elevii vor analiza notele primite, vor corecta eventualele erori semnalate şi vor da răspunsuri la întrebările apărute.

Exemplifică: metoda cubului pentru o lecţie de recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la PATRULATERE, clasa a VII-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.8.1.

3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS)

Are la bază stimularea şi dezvoltarea capacităţilor elevilor de a comunica, prin întrebări şi răspunsuri, ceea ce tocmai au învăţat. Denumirea provine de la iniţialele cuvintelor ***RĂSPUNDE-ARUNCĂ-INTEROGHEAZĂ*** şi se desfăşoară astfel: la sfârşitul unei activităţi, cadrul didactic împreună cu elevii, investighează rezultatele obţinute în urma învăţării, printr-un joc de aruncare a unei mingi de la un copil la altul. Cel care aruncă mingea trebuie să pună o întrebare din lecţia învăţată celui care o prinde. Cel care prinde mingea răspunde la întrebare şi apoi aruncă mai departe altui coleg, punând o nouă întrebare. Evident cel care întreabă trebuie să cunoască şi răspunsul întrebării adresate. Elevul care nu cunoaşte răspunsul iese din joc, iar răspunsul va veni din partea celui care a pus întrebarea. Acesta are ocazia de a arunca încă o dată mingea şi, deci, de a mai pune o întrebare. În cazul în care cel care interoghează este descoperit că nu cunoaşte răspunsul la propria întrebare, este scos din joc, în favoarea celui căruia i-a adresat întrebarea. Eliminarea celor care nu

au răspuns corect sau a celor care nu au dat nici un răspuns, conduce treptat la rămânere în grup a celor mai bine pregătiţi.

Metoda R.A.I. :

-poate fi folosită la sfârşitul lecţiei, pe parcursul ei sau la începutul ei (în scopul descoperirii de către cadrul didactic a eventualelor lacune în cunoştinţele copiilor şi a reactualizării lor);

-este o metodă de a realiza un feedback rapid, într-un mod plăcut, energizant şi mai puţin stresant decât metodele clasice de evaluare;

-se desfăşoară în scopuri constatativ – ameliorative şi nu în vederea sancţionării;

-permite reactualizarea şi fixarea cunoştinţelor dintr-un domeniu, pe o temă dată;

-îmbină cooperarea cu competiţia;

-exersează abilităţile de comunicare interpersonală, capacităţile de a formula întrebări şi de a găsi cel mai potrivit răspuns;

-încurajează chiar şi pe cei mai timizi copii pentru că sunt antrenaţi în acest joc cu mingea şi astfel ei comunică cu uşurinţă şi participă cu plăcere la activitate.

Există un oarecare suspans care întreţine interesul pentru metoda R.A.I.. Tensiunea este dată de faptul că elevii nu ştiu la ce întrebări să se aştepte din partea colegilor, dar şi din faptul că nu ştiu dacă mingea le va fi adresată sau nu. Această metodă este un exerciţiu de promptitudine, atenţia participanţilor trebuind să rămână permanent trează şi distributivă. Metoda R.A.I. poate fi organizată cu toată clasa sau pe grupe mici, fiecare deţinând câte o minge. Membrii grupurilor se autoelimină treptat, rămânând cel mai bun din grup. Acesta intră în finala câştigătorilor de la celelalte grupe, jocul desfăşurându-se până la rămânerea în cursă a celui mai bine pregătit. Întrebările pe care le pun elevii colegilor lor se pot redacta pe bileţele, pe care aceştia să le extragă la începutul activităţii. În acest fel se câştigă timp, poate fi cuprinsă o arie mai largă de cunoştinţe şi se evită repetiţia. Cadrul didactic supraveghează desfăşurarea jocului şi în final lămureşte problemele la care nu s-au găsit soluţii. Metoda R.A.I. poate fi folosită şi pentru verificarea cunoştinţelor pe care copiii şi le-au dobândit independent. Accentul se pune pe ceea ce s-a învăţat şi pe ceea ce se învaţă în continuare prin intermediul creării de întrebări şi de răspunsuri. (**www.nefsegrant.siveco.ro**)

Puncte tari	Puncte slabe
-completează eventualele lacune în cunoştinţele elevilor ; -are rol de fixare şi consolidare a cunoştinţelor predate.	-elevii sunt tentaţi să-i scoată din „joc” pe unii colegi sau să se răzbune pe alţii, adresându-le întrebări prea dificile pentru ei.

Exemplu :

Unitatea de învăţare: Divizibilitatea numerelor naturale-recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor- clasa a VI-a.

***Sarcina didactică*:** Să formuleze întrebări clare pe înţelesul colegilor utilizând cunoştinţele referitoare la divizibilitatea numerelor naturale.

Material didactic: Minge

***Regula jocului* : -** un elev aruncă cu mingea altui elev, formulând o întrebare.

- cel care prinde mingea răspunde la întrebare, apoi o aruncă mai departe altui elev, punând o nouă întrebare.
- elevul care nu ştie răspunsul iese afară din joc, la fel şi cel care este descoperit că nu ştie răspunsul la propria întrebare.

***Exemple de întrebări*:**

Când spunem că numărul natural b divide numărul natural a?
Ce înseamnă că numărul natural b nu divide numărul natural a?
Cum procedăm pentru a afla dacă un număr natural a este divizibil cu un număr natural nenul b, fără a aplica definiţia?
Ce divizori are numărul natural 0?
Care sunt multiplii numărului natural 0?
Care este proprietatea de tranzitivitate a relaţiei de divizibilitate?
Care sunt divizorii improprii ai oricărui număr natural?
Ce se înţelege prin divizori proprii ai unui număr natural?
Ce proprietăţi ale relaţiei de divizibilitate cunoşti?
Care este criteriul de divizibilitate cu 2?
Care este criteriul de divizibilitate cu 5?
Care este criteriul de divizibilitate cu 10?
Care este criteriul de divizibilitate cu 3?
Care este criteriul de divizibilitate cu 9?
Produsul dintre cel mai mic număr par de două cifre şi cel mai mare număr impar de o cifră este divizibil cu 2?
Cel mai mare număr natural de trei cifre micşorat cu pătratul lui 2 este divizibil cu 5?
Ce cifră trebuie să adaugi la numărul 791 pentru a obţine un multiplu de 10?
Ce multipli de 5 cunoşti între 7643 şi 7700?
Spune patru multipli de 5 având suma cifrelor 3.
Ce este un număr prim?
Ce este un număr compus?
Cum se calculează c.m.m.m.c. a două sau mai multe numere naturale?
Cum se calculează c.m.m.d.c. a două sau mai multe numere naturale?

Ce se înţelege prin numere prime între ele?
Care este relaţia între c.m.m.d.c., c.m.m.m.c. şi produsul a două numere?

Recompensă: Fiecare elev va primi câte un ecuson pe care scrie: "Specialist în divizibilitate".VII-a.

Exemplifică: metoda R.A.I. pentru o lecţie de recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor având tema: Proprietăţi ale triunghiurilor- clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.2.

3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL)

Jigsaw (în engleză ***jigsaw puzzle*** înseamnă ***mozaic***) sau "***metoda grupurilor interdependente***" (Neculau Adrian, Boncu Şt., 1998, apud Oprea, C.L., 2003, p.7) este o strategie bazată pe învăţarea în echipă (team-learning). Fiecare elev are o sarcină de studiu în care trebuie să devină ***expert.*** El are în acelaşi timp şi responsabilitatea transmiterii informaţiilor asimilate, celorlalţi colegi.

În cadrul acestei metode rolul cadrului didactic este mult diminuat, el intervine semnificativ la începutul lecţiei când împarte elevii în grupurile de lucru şi trasează sarcinile şi la sfârşitul activităţii când va prezenta concluziile activităţii.

Există mai multe variante ale metodei mozaic, dar varianta standard a acestei metode se realizează în ***cinci etape***.

ETAPE ŞI FAZE:

1. ***Pregătirea materialului de studiu****:*

- Profesorul stabileşte ***tema de studiu*** şi o împarte în 4 sau 5 ***subteme***. Opţional, poate stabili pentru fiecare subtemă, elementele principale pe care trebuie să pună accentul elevul, atunci când studiază materialul în mod independent. Acestea pot fi formulate fie sub formă de întrebări, fie afirmativ, fie un text eliptic care va putea fi completat numai atunci când elevul studiază materialul.

- Realizează o ***fişă-expert*** în care trece cele ***4 sau 5 subteme propuse*** şi care va fi oferită fiecărui grup.

2. ***Organizarea colectivului în echipe de învăţare*** de câte ***4–5 elevi*** .

- Fiecare elev din echipă, primeşte un număr de la 1 la 4–5 şi are ca sarcină să studieze în mod independent, subtema corespunzătoare numărului său.

- El trebuie să devină expert în problema dată. De exemplu, elevii cu numărul 1 din toate echipele de învăţare formate, vor aprofunda subtema cu numărul 1. Cei cu numărul 2 vor studia subtema numărul 2, şi aşa mai departe.

Faza independentă:

- Fiecare elev studiază subtema lui, citeşte textul corespunzător. Acest studiu independent poate fi făcut în clasă sau poate constitui o temă de casă, realizată înaintea organizării mozaicului.

3. ***Constituirea grupurilor de experţi:***

După ce au parcurs faza de lucru independent, experţii cu acelaşi număr se reunesc, constituind ***grupuri de experţi*** pentru a dezbate problema împreună. Astfel, elevii cu numărul 1, părăsesc echipele de învăţare iniţiale şi se adună la o masă pentru a aprofunda subtema cu numărul 1. La fel procedează şi ceilalţi elevi cu numerele 2, 3, 4 sau 5. Dacă grupul de experţi are mai mult de 6 membri, acesta se divizează în două grupuri mai mici.

Faza discuţiilor în grupul de experţi**:**

Elevii prezintă un ***raport individual*** asupra a ceea ce au studiat independent. Au loc discuţii pe baza datelor şi a materialelor avute la dispoziţie, se adaugă elemente noi şi se stabileşte modalitatea în care noile cunoştinţe vor fi transmise şi celorlalţi membri din echipa iniţială. Fiecare elev este membru într-un grup de experţi şi face parte dintr-o echipă de învăţare. Din punct de vedere al aranjamentului fizic, mesele de lucru ale grupurilor de experţi trebuie plasate în diferite locuri ale sălii de clasă, pentru a nu se deranja reciproc. Scopul comun al fiecărui grup de experţi este să se instruiască cât mai bine, având responsabilitatea propriei învăţări şi a predării şi învăţării colegilor din echipa iniţială.

4. ***Reîntoarcerea în echipa iniţială de învăţare.***

Faza raportului de echipă:

Experţii transmit cunostinţele asimilate, reţinând la rândul lor cunoştinţele pe care le transmit colegii lor, experţi în alte subteme. Modalitatea de transmitere trebuie să fie scurtă, concisă, atractivă, putând fi însoţită de suporturi audio-vizuale, diverse materiale. Specialiştii într-o subtemă pot demonstra o idee, citi un raport, folosi computerul, pot ilustra ideile cu ajutorul diagramelor, desenelor, fotografiilor. Membrii sunt stimulaţi să discute, să pună întrebări şi să-şi noteze, fiecare realizându-şi propriul plan de idei.

5. ***Evaluarea***

Faza demonstraţiei:

Grupele prezintă rezultatele întregii clase. În acest moment elevii sunt gata să demonstreze ce au învăţat. Profesorul poate pune întrebări, poate cere un raport sau un eseu ori poate da spre rezolvare fiecărui elev o fişă de evaluare. Dacă se recurge la evaluarea orală, atunci fiecărui elev i se va adresa o întrebare la care trebuie să răspundă fără ajutorul echipei.

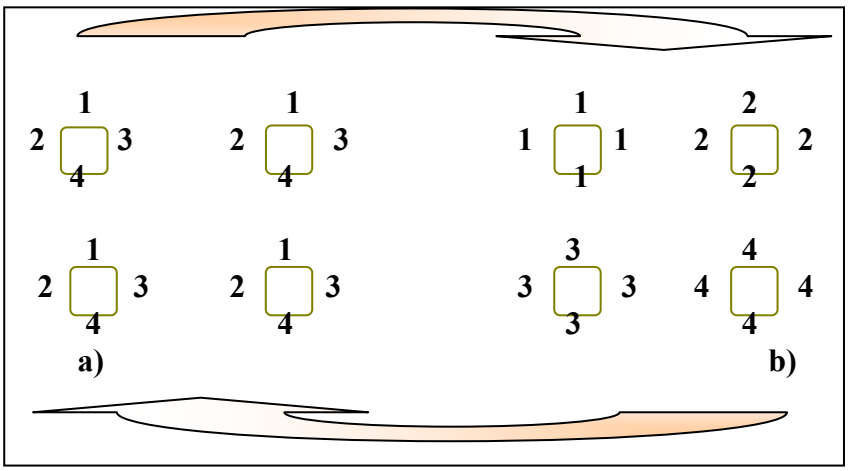


Fig. Reprezentarea spaţială a amplasării ***echipelor de învăţare*** (în faza raportului pe echipe) – **a)** şi a ***grupurilor de experţi*** (în faza discuţiilor) – **b)**.

Avantajele Jigsaw-ului:

– strategia mozaicului este focalizată pe dezvoltarea capacităţilor de ***ascultare, vorbire, cooperare, reflectare, gândire creativă şi rezolvare de probleme.*** Astfel, elevii trebuie să asculte activ comunicările colegilor, să fie capabili să expună ceea ce au învăţat, să coopereze în realizarea sarcinilor, să găsească cea mai potrivită cale pentru a-i învăţa şi pe colegii lor ceea ce au studiat;
– stimulează încrederea în sine a elevilor;
– dezvoltă abilităţi de comunicare argumentativă şi de relaţionare în cadrul grupului;
– dezvoltă gândirea logică, critivă şi independentă;
– dezvoltă răspunderea individuală şi de grup;
– optimizează învăţarea prin predarea achiziţiilor altcuiva.(Oprea, C., 2003, p.9)

Exemplu 1:
Etape:
1. *Pregătirea materialului de studiu*
a) *Stabilirea temei de studiu:* Grupuri-Exemple - lecţie de consolidare la clasa a XII-a.
b) Alegerea ***subtemelor*** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:

1 : Grupuri numerice.
2 : Grupuri de matrice.
3 : Grupuri de permutări de ordin n.
4 : Grupul claselor de resturi modulo n.

2. *Organizarea colectivului în echipe de învăţare de câte 4 elevi.*

Împărţirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceştia primind câte o fişă de învăţare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primeşte câte un număr de la 1 la 4 şi are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3

studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru şi modul în care se va desfăşura activitatea proiectată pentru lecţia următoare. Fiecare elev primeşte ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fişă de lucru şi să devină „expert" în domeniu.

3. *Constituirea grupurilor de experţi*

După parcurgerea fazei de lucru independent, experţii cu acelaşi număr se reunesc, constituind grupe de experţi pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuţiior în grupul de experţi în care elevii prezintă fiecare ceea ce ştie despre noţiunea avută spre studiu, au loc discuţii, se rezolvă sarcinile respective şi se stabileşte modalitatea în care noile cunoştinţe vor fi transmise şi celorlalţi membri din echipa iniţială.

4. *Reîntoarcerea în echipa iniţială de învăţare*

Are loc faza raportului de echipă în care experţii transmit cunoştinţele asimilate, reţinând la rândul lor cunoştinţele pe care le-au transmis colegii lor, experţii în alte subteme.

Membrii din echipele iniţiale de învăţare discută între ei, pun întrebări pentru a-şi clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarităţi, se adresează întrebări expertului. Dacă neclarităţile persistă se pot adresa întrebări şi celorlalţi membri din grupul de experţi pentru secţiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate" astfel cele patru secvenţe ale lecţiei. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învăţare, cât şi pentru transmiterea corectă şi completă a informaţiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstraţiei în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toţi participanţii. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă şi se rezolvă.

Fişa - expert:

Subtema 1: ***Grupuri numerice***

1. Prezentaţi proprietăţile operaţiilor uzuale cu numere reale şi cu numere întregi.
2. Daţi exemple de grupuri de numere reale şi întregi.
3. Rezolvaţi problema: Pe mulţimea numerelor întregi Z se defineşte aplicaţia: $x*y=x+y-2$. Să se arate că $(Z,*)$ este un grup comutativ.

Subtema 2: *Grupuri de matrice*

1.Definiţi noţiunea de matrice şi operaţiile cu matrice învăţate.

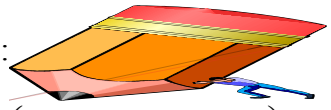
2.Daţi exemple de grupuri de matrice.

3.Arătaţi că mulţimea matricelor G= are o structură de grup în raport cu operaţia de înmulţire a matricelor.

Subtema 3: *Grupul de permutări de ordin n*

1.Definiţi permutarea de ordin n şi operaţia de compunere a permutărilor de ordin n .

2.Daţi exemple de grupuri de permutări de ordin n.

3.Arătaţi că mulţimea permutărilor: S={e,σ_1,σ_2,σ_3}, unde:  ,

$\sigma_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&4&2&5&3&1\end{pmatrix}$, $\sigma_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\1&5&4&3&2&6\end{pmatrix}$, $\sigma_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&3&5&2&4&1\end{pmatrix}$ împreună cu operaţia de compunere a permutărilor formează un grup.

Subtema 4: ***Grupul claselor de resturi modulo n***

1.Introduceţi relaţia de congruenţă modulo n şi proprietăţile acesteia.

2.Introduceţi clasele de resturi modulo n , mulţimea Z_n, operaţiile de adunare ⊕ şi de înmulţire ⊗ a claselor de resturi modulo n.

3.Demonstraţi că (Z_n,+) este grup comutativ, numit grupul aditiv al claselor de resturi modulo n.

Pentru n =2,3,4 întocmiţi tabla operaţiei de adunare.

Exemplu 2:

Etape:

1. ***Pregătirea materialului de studiu***

a) ***Stabilirea temei de studiu:*** Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic - lecţie recapitulativă la clasa a VII-a.

b) Alegerea ***subtemelor*** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:

1 : Teorema înălţimii, teorema catetei.
2 : Teorema lui Pitagora şi reciproca.
3 : Elemente de trigonometrie.
4 : Rezolvarea triunghiului dreptunghic.

2. ***Organizarea colectivului în echipe de învăţare de câte 4 elevi.***

Împărţirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceştia primind câte o fişă de învăţare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primeşte câte un număr de la 1 la 4 şi are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3 studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru şi modul în care se va desfăşura activitatea proiectată pentru lecţia următoare. Fiecare elev primeşte ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fişă de lucru şi să devină „expert" în domeniu.

3. ***Constituirea grupurilor de experţi***

După parcurgerea fazei de lucru independent, experţii cu acelaşi număr se reunesc, constituind grupe de experţi pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuţiior în grupul de experţi în care elevii prezintă fiecare ceea ce ştie despre noţiunea avută spre studiu, au loc discuţii, se rezolvă sarcinile respective şi se stabileşte modalitatea în care noile cunoştinţe vor fi transmise şi celorlalţi membri din echipa iniţială. Se pot folosi desene, simboluri matematice.

4. ***Reîntoarcerea în echipa iniţială de învăţare***

Are loc faza raportului de echipă în care experţii transmit cunoştinţele asimilate, reţinând la rândul lor cunoştinţele pe care le-au transmis colegii lor, experţii în alte subteme.

Membrii din echipele iniţiale de învăţare discută între ei, pun întrebări pentru a-şi clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarităţi, se adresează întrebări expertului. Dacă neclarităţile persistă se pot adresa întrebări şi celorlalţi membri din grupul de experţi pentru secţiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate" astfel cele patru secvenţe ale lecţiei. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învăţare, cât şi pentru transmiterea corectă şi completă a informaţiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstraţiei în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toţi participanţii. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă şi se rezolvă.

Exemplu 3:

Etape:

1. *Pregătirea materialului de studiu*

a) *Stabilirea temei de studiu:* Proiecţia unui punct/segment pe o dreaptă. Media geometrică a două numere reale pozitive.- lecţie de predare de noi cunoştinţe la clasa a VII-a.

Unitatea de învăţare: Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic.

b) Alegerea ***subtemelor*** de studiu corespunzătoare celor 3 echipe:

1 : Proiecţia unui punct pe o dreaptă.
2 : Proiecţia unui segment pe o dreaptă.
3 : Media geometrică a două numere reale pozitive.

2. *Organizarea colectivului în echipe de învăţare de câte 3 elevi.*

Împărţirea clasei în grupuri eterogene de 3 elevi, fiecare dintre aceştia primind câte o fişă de învăţare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primeşte câte un număr de la 1 la 3 şi are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), iar elevii cu numărul 3 studiază subtema 3).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru şi modul în care se va desfăşura activitatea proiectată pentru lecţia următoare. Fiecare elev primeşte ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fişă de lucru şi să devină „expert" în domeniu. Studiul se poate face şi direct în clasă.

3. *Constituirea grupurilor de experţi*

După parcurgerea fazei de lucru independent, experţii cu acelaşi număr se reunesc, constituind grupe de experţi pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuţiior în grupul de experţi în care elevii prezintă fiecare ceea ce ştie despre noţiunea avută spre studiu, au loc discuţii, se rezolvă sarcinile respective şi se stabileşte modalitatea în care noile cunoştinţe vor fi transmise şi celorlalţi membri din echipa iniţială.

3. *Reîntoarcerea în echipa iniţială de învăţare*

Are loc faza raportului de echipă în care experţii transmit cunoştinţele asimilate, reţinând la rândul lor cunoştinţele pe care le-au transmis colegii lor, experţii în alte subteme.

Membrii din echipele iniţiale de învăţare discută între ei, pun întrebări pentru a-şi clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarităţi, se adresează întrebări expertului. Dacă neclarităţile persistă se pot

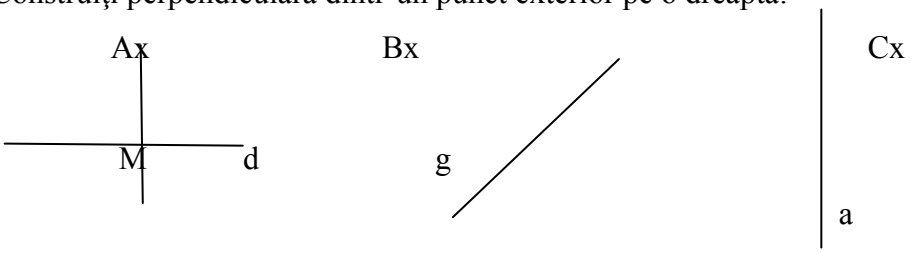
adresa întrebări şi celorlalţi membri din grupul de experţi pentru secţiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate" astfel cele trei secvenţe ale lecţiei. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învăţare, cât şi pentru transmiterea corectă şi completă a informaţiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstraţiei în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toţi participanţii. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă şi se rezolvă.

Subtema 1 :Proiecţia unui punct pe o dreaptă.

1) Construiţi perpendiculara dintr-un punct exterior pe o dreaptă:



Observaţie: Construind perpendiculara din punctul .....pe dreapta..... s-a constatat ca ea este unică!

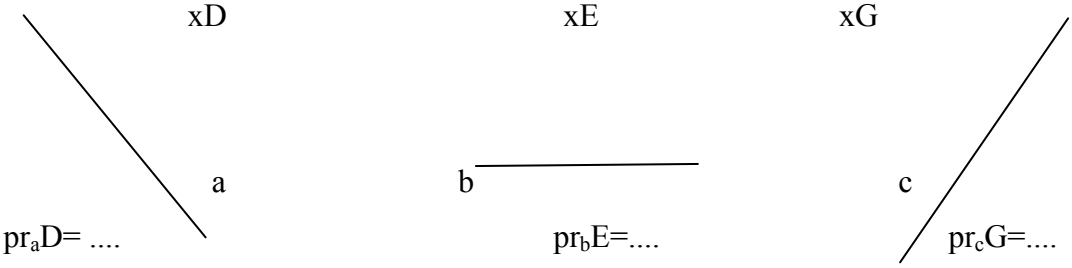
Punctul M se numeşte piciorul perpendicularei coborâtă din A pe d.

2) Se numeşte proiecţia ortogonală a unui punct pe o dreaptă piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.

Notaţie: pr_d A=M

Se citeşte:proiecţia punctului A pe dreapta d este punctul M.

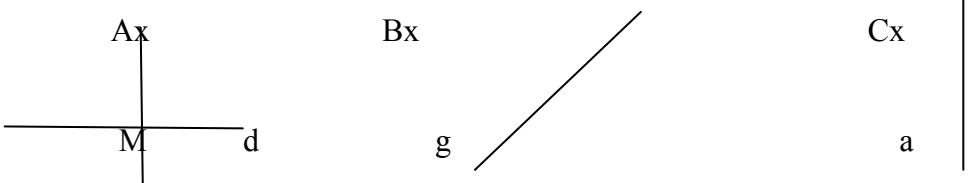
3)Construiţi proiecţiile punctelor D,E,G pe dreptele date şi notaţi-le!



pr_aD= .... pr_bE=.... pr_cG=....

Subtema 2 :Proiecţia unui segment pe o dreaptă.

1)Construiţi perpendiculara dintr-un punct exterior pe o dreaptă:



Observaţie: Construind perpendiculara din punctul .....pe dreapta..... am constatat ca ea este unică!

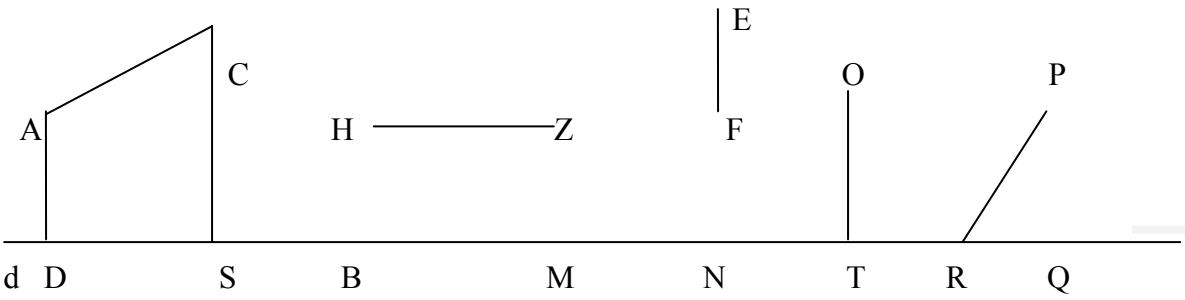
Punctul M se numeşte piciorul perpendicularei coborâtă din A pe d.

1) Se numeşte proiecţia ortogonală a unui punct pe o dreaptă piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.

Notaţie: pr_d A=M

Se citeţte:proiecţia punctului A pe dreapta d este punctul M.

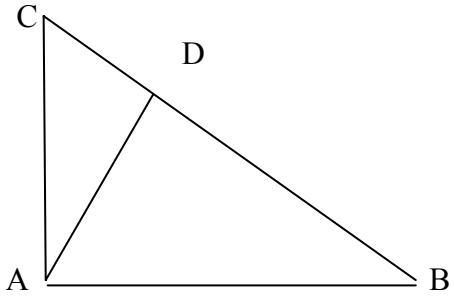
2) Se ştie că un segment este o porţiune dintr-o dreaptă mărginită la ambele capete. Segmentul este format dintr-o mulţime de puncte. Este suficient să se proiecteze capetele segmentului(două puncte) pe dreaptă pentru a obţine proiecţia segmentului pe dreaptă.



Notaţie: $pr_dAC=DS$
Se citeţte:proiectia segmentului AC pe dreapta d este segmentul DS.
3)Construiţi celelalte proiecţii din figura de mai sus şi notaţi-le! Ce observaţi?
pr_dAC=..... pr_dEF=..... pr_dPR=..... pr_dOT=..... pr_dHZ=.....
Observaţie: Proiecţia unui segment pe o dreaptă poate fi un .....sau un..... .

Subtema 3 : Media geometrică a două numere reale pozitive.

1) Fie proporţia $x/2=8/x$. Calculaţi x^2 şi aflaţi x .
Observaţie: Spunem că x=.... este medie proporţională (geometrică) a numerelor 2 şi 8.
2) Fiind date două numere reale pozitive b şi c, se numeşte medie geometrică (proporţională) a numerelor b şi c numărul $a=\sqrt{b\times c}$.
3)Calculaţi media geometrică (proporţională) a numerelor:
a)4 şi 9; b)4 şi 16; c)50 şi 2; d)4 şi 25.
4)



Dacă BD=16 cm şi DC=4 cm,efectuaţi:
a) BD×DC=.....
b) $\sqrt{BD\times DC}$ =.....

Exemplu 4:
Etape:
1. ***Pregătirea materialului de studiu***
a) ***Stabilirea temei de studiu:*** Tehnici de rezolvare a sistemelor de ecuaţii - lecţie de dobândire de noi cunoştinţe la clasa a IX-a.
b) Alegerea ***subtemelor*** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:
1 : Sisteme de ecuaţii liniare.
2 : Sisteme de ecuaţii formate dintr-o ecuaţie de gradul I şi una de gradul al II-lea.
3 : Sisteme simetrice.
4 : Sisteme omogene.
2. ***Organizarea colectivului în echipe de învăţare de câte 4 elevi.***
Împărţirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceştia primind câte o

fişă de învăţare numerotată de la 1 la 4. Fiecare elev din echipă primeşte câte un număr de la 1 la 4 şi are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3 studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat.

Profesorul va prezenta la tablă noţiuni teoretice referitoare la tehnicile de rezolvare a

sistemelor de ecuaţii

1. – sisteme de ecuaţii lineare-recapitulare.

2. – sisteme de ecuaţii formate dintr-o ecuaţie de gradul I şi una de gradul al II-lea.

3. – sisteme simetrice: -definiţia ecuaţiilor simetrice;
-definiţtia sistemului simetric;
-se aminteşte forma ecuaţiei de gradul al II-lea când se cunosc S şi P.

$$(z^2 - sz + p) = 0$$

4. – sisteme omogene: - forma generală a unui astfel de sistem;
- metoda de rezolvare în funcţie de natura termenilor liberi (discuţie pe 3 cazuri).

Se explică sarcinile de lucru şi modul în care se va desfăşura activitatea proiectată pentru lecţia următoare. Fiecare elev primeşte ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fişă de lucru şi să devină „expert" în domeniu.

3. *Constituirea grupurilor de experţi*

După parcurgerea fazei de lucru independent, experţii cu acelaşi număr se reunesc, constituind grupe de experţi pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuţiior în grupul de experţi în care elevii prezintă fiecare ceea ce ştie despre noţiunea avută spre studiu, au loc discuţii, se rezolvă sarcinile respective şi se stabileşte modalitatea în care noile cunoştinţe vor fi transmise şi celorlalţi membri din echipa iniţială.

4. *Reîntoarcerea în echipa iniţială de învăţare*

Are loc faza raportului de echipă în care experţii transmit cunoştinţele asimilate, reţinând la rândul lor cunoştinţele pe care le-au transmis colegii lor, experţii în alte subteme.

Membrii din echipele iniţiale de învăţare discută între ei, pun întrebări pentru a-şi clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarităţi, se adresează întrebări expertului. Dacă neclarităţile persistă se pot adresa întrebări şi celorlalţi membri din grupul de experţi pentru secţiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate" astfel cele patru secvenţe ale lecţiei. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învăţare, cât şi pentru transmiterea corectă şi completă a informaţiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstraţiei în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toţi participanţii. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă şi se rezolvă la tablă de către liderul grupului şi se discută cu profesorul şi restul colegilor.

Fişa - expert:

Subtema 1: Să se rezolve sistemele:

a) $\begin{cases} x+y=3 \\ x-4y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x+5y=3 \\ 4x-3y=7 \end{cases}$

Subtema 2: Să se rezolve sistemele:

a) $\begin{cases} x-3y=0 \\ 2x^2+6xy-9y^2=x+2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x^2-xy-y^2+2x-2y+6=0 \end{cases}$

Subtema 3: Să se rezolve sistemele:

a) $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$

Subtema 4: Să se rezolve sistemele:

a) $\begin{cases} 2x^2-3xy=0 \\ 4x^2-5xy-y^2=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+xy=10 \\ y^2+xy=15 \end{cases}$

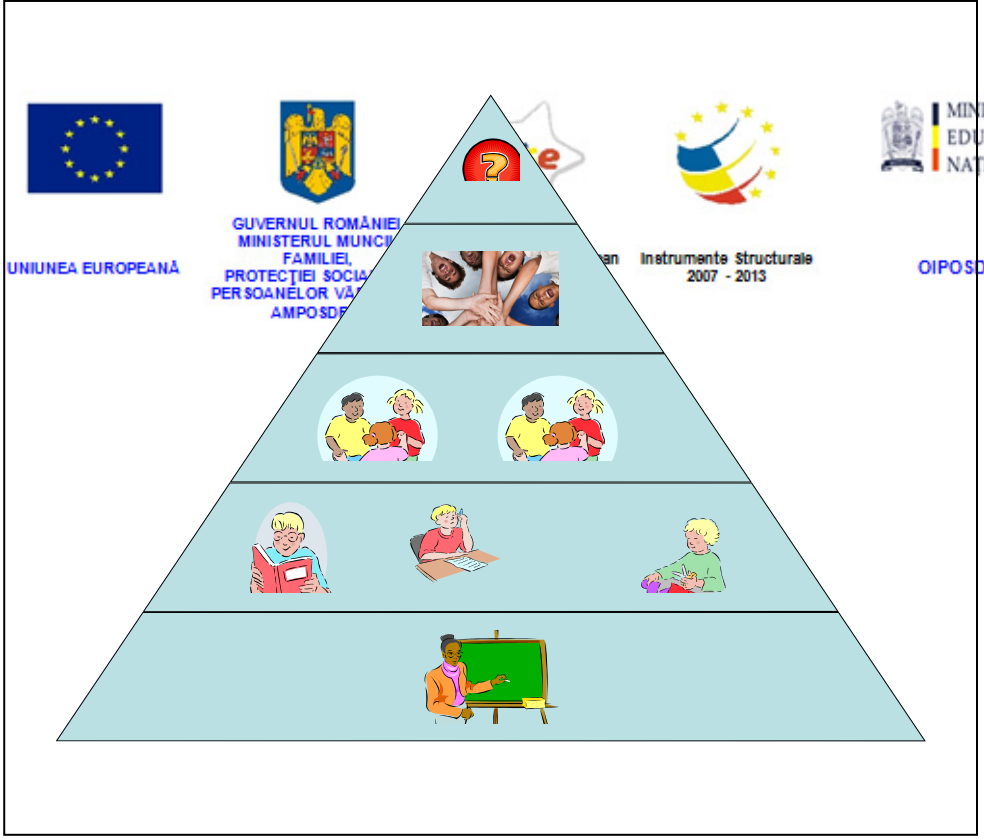
Exemplifică: metoda mozaicului pentru tema de studiu: Proprietăţi ale triunghiurilor-lecţie de consolidare a cunoştinţelor la clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.3.

3.8.4. Metoda PIRAMIDEI

Metoda piramidei sau ***metoda bulgărelui de zăpadă*** are la bază împletirea activităţii individuale cu cea desfăşurată în mod cooperativ, în cadrul grupurilor. Ea constă în încorporarea activităţii fiecărui membru al colectivului într-un demers colectiv mai amplu, menit să ducă la soluţionarea unei sarcini sau a unei probleme date.

Fazele de desfăşurare a metodei piramidei:



1. ***Faza introductivă:*** profesorul expune datele problemei în cauză;

2. ***Faza lucrului individual***: elevii lucrează pe cont propriu la soluţionarea problemei timp de cinci minute. În această etapă se notează întrebările legate de subiectul tratat.

3. ***Faza lucrului în perechi*****:** elevii formează grupe de doi elevi pentru a discuta rezultatele individuale la care a ajuns fiecare. Se solicită răspunsuri la întrebările individuale din partea colegilor şi, în acelaşi timp, se notează dacă apar altele noi.

3. ***Faza reuniunii în grupuri mai mari.*** De obicei se alcătuiesc două mari grupe, aproximativ egale ca număr de participanţi, alcătuite din grupele mai mici existente anterior şi se discută despre soluţiile la care s-a ajuns. Totodată se răspunde la întrebările rămase nesoluţionate.

5. ***Faza raportării soluţiilor în colectiv***. Întreaga clasă, reunită, analizează şi concluzionează asupra ideilor emise. Acestea pot fi trecute pe tablă pentru a putea fi vizualizate de către toţi participanţii şi pentru a fi comparate. Se lămuresc şi răspunsurile la întrebările nerezolvate până în această fază, cu ajutorul conducătorului (profesorul);

6. ***Faza decizională***. Se alege soluţia finală şi se stabilesc concluziile asupra demersurilor realizate şi asupra participării elevilor la activitate.

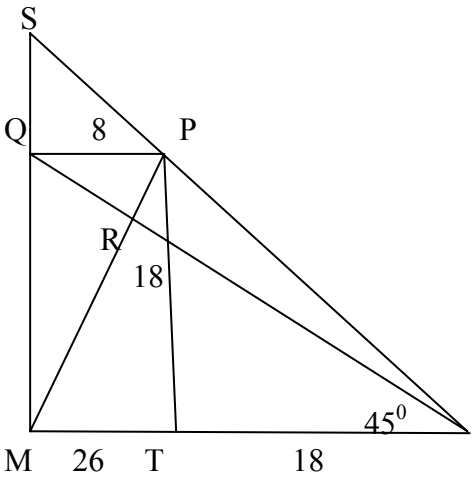
Ca şi celelalte metode care se bazează pe lucrul în perechi şi în colectiv, metoda piramidei are ***avantajele*** stimulării învăţării prin cooperare, al sporirii încrederii în forţele proprii prin testarea ideilor emise individual, mai întâi în grupuri mici şi apoi în colectiv. Dezvoltă capacitatea de a emite soluţii inedite la problemele şi sarcinile apărute, precum şi dezvoltarea spiritului de echipă şi întrajutorare.

Dezavantajele înregistrate sunt de ordin evaluativ, deoarece se poate stabili mai greu care şi cât de însemnată a fost contribuţia fiecărui participant. (Oprea, C.L., 2003, p. 31)

Această metodă poate fi utilizată în rezolvarea problemelor cu mai multe căi de rezolvare şi a căror rezolvare presupune rezolvarea mai multor operaţii.

Exemplu:
Tema: Trapezul – lecţie de consolidare a cunoştinţelor – la clasa a VII-a.

Etape:
1.*Faza introductivă*.
Se prezintă problema:
Se consideră un trapez dreptunghic MNPQ (MN||PQ), m($\sphericalangle M$) = m($\sphericalangle Q$) = 90^0, MN = 26 cm, PQ = 8 cm, m(<N)=45^0 şi MQ ∩NP = {R}. Calculaţi: MQ şi RP.
2.*Faza lucrului individual.*
Elevii au lucrat pe cont propriu la soluţionarea problemei timp de cinci minute.
3.*Faza lucrului în perechi.*
Elevii au format grupe de doi elevi, constituite din colegii de bancă, pentru a discuta rezultatele individuale la care a ajuns fiecare.
3.*Faza reuniunii în grupuri mai mari.*
S-au format, progresiv, grupe de câte 4, apoi de câte 8 elevi şi au discutat problema, au verificat soluţiile găsite.
5.*Faza raportării soluţiilor în colectiv*. Soluţiile găsite s-au scris pe tablă şi s-au verificat colectiv.
6.*Faza decizională.*
Se păstrează doar soluţiile care reprezintă rezolvarea corectă a problemei.



Varianta 1

Se construieşte $PT \perp MN, T \in [MN] \Rightarrow$
$PT \parallel QM$ şi $PT = QM$.
În ΔPTN ($m(\sphericalangle T) = 90^0$) şi $m(\sphericalangle N) = 45^0$
(ipoteză) $\Rightarrow m(\sphericalangle P) = 45^0 \Rightarrow \Delta PTN$ dr. is.
$\Rightarrow PT = TN. (QP \parallel MT)$ şi $[QP] \equiv [MT]$
$\Rightarrow MT = 8$ cm $\Rightarrow TN = MN - MT =$
$= 26 - 8 = 18$ cm $\rightarrow QM = PT =$18 cm.
În ΔPTM ($m(\sphericalangle T) = 90^0$) $\overset{T.P.}{\Rightarrow} PM^2 = PT^2 + MT^2 \Rightarrow$
PM=$2\sqrt{97}$ cm.

$\Delta PRQ \sim \Delta MRN$ (U.U) $\overset{T.F.A.}{\Rightarrow} \frac{QP}{MN} = \frac{RP}{RM} \Leftrightarrow \frac{QP}{QP+MN} = \frac{RP}{MP} \Leftrightarrow \frac{8}{34} = \frac{RP}{2\sqrt{97}} \Rightarrow RP = \frac{16\sqrt{97}}{3298}$ cm

Varianta 2.(de calcul al lui MQ)
Se consideră $MQ \cap NP = \{S\}$, ΔSMN dr.is. $\Rightarrow SM = MN = 26$ cm.
În ΔSMN ($QP \parallel MN$ ($MNPQ$ trapez)) $\overset{T.F.A.}{\Rightarrow} \frac{SQ}{SM} = \frac{QP}{MN} \Rightarrow \frac{SQ}{SM} = \frac{8}{26} \Leftrightarrow \frac{SQ}{26} = \frac{8}{26} \Rightarrow$
$\Rightarrow SQ = 8$ cm $\Rightarrow MQ = SM - SQ = 26 - 8 = 18$ cm.

Varianta 3. (de calcul al lui MQ)
Fie $MQ \cap NP - \{S\}$ $QP \parallel MN$ şi SN sec
$\Rightarrow \sphericalangle SPQ \equiv \sphericalangle SNM \Rightarrow m(\sphericalangle SPQ) = 45^0 \Rightarrow \Delta SQP$ dr.is. $\Rightarrow SQ = QP = 8$ cm.
ΔSMN dr.is. $\Rightarrow SM = MN = 26$ cm $\Rightarrow$
$MQ = SM - SQ = 26 - 8 = 18$ cm.

Exemplifică: metoda piramidei pentru tema: Limite de funcţii –clasa a XI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.3.

3.8.5. Metoda BRAINSTORMING

Brainstoming-ul este o metodă de stimulare a creativităţii ce constă în enunţarea spontană a cât mai multor idei pentru soluţionarea unei probleme într-o atmosferă lipsită de critică.

Folosirea acestei metode impune participarea activă a elevilor, dezvoltă capacitatea de a formula întrebări, de a argumenta, de a căuta şi găsi soluţii, de a lua decizii, în ceea ce priveşte alegerea unor căi de lucru; se exersează atitudinea creativă şi exprimarea personalităţii.

Metoda se desfăşoară în grupuri de 5-20 elevi. Durata optimă de timp pentru elevi este de 20 minute în funcţie de problema supusă dezbaterii şi de numărul de elevi care fac parte din grup.

Se impune respectarea unor cerinţe/reguli şi ele vizează:

- selectarea problemei propuse în discuţie (să reprezinte interes de studiu şi dezbatere din partea copiilor);
- crearea unui mediu educaţional corespunzător stimulării creativităţii;
- admiterea de idei în lanţ, pornind de la o idee se pot rezolva altele prin combinaţii, asociaţii;
- implicarea activă a tuturor participanţilor;
- înregistrarea exactă a ideilor în ordinea prezentată;
- amânarea aprecierilor şi a evaluării ideilor emise.

Etapele metodei:

- alegerea temei şi a sarcinii de lucru;
-solicitarea exprimării într-un mod cât mai scurt şi coret a frazelor, fără cenzură, a tuturor ideilor”trăsnite” ori neobişnuite, fanteziste, asa cum le vine în minte; într-un asfel de caz ne bazăm pe principiul“cantitate generează calitatea”; se pot face asociaţii în legătură cu afirmaţiile celorlalti, se pot prelua, completa sau transforma ideile de grup, dar sub niciun motiv, nu se vor admite referiri critice, nimeni nu are voie să facă observaţii negative;
-înregistrarea tuturor ideilor în scris sau video;
-anunţarea unei pauze pentru aşezarea ideilor (de la 1-2 zile pentru a vorbi între ei ori în familie să îşi lămurească opiniile personale);
-reluarea ideilor pentru a fi pentru a fi grupate pe categorii, simboluri cuvinte cheie, imagini care reprezintă posibile criterii, etc;
-analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior, la nivelul clasei;
-selecţionarea ideilor originale sau a celor apropiate de soluţii fezabile pentru problema sau tema pusă în discuţie;
-afişarea ideilor rezultate în forme cât mai variate şi originale: imagini, desene, cântece, joc de rol, colaje, etc.(Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., 2002).

Exemplu 1:

***Etape*:**

1. ***Alegerea temei:*** Proiecţii ortogonale pe un plan- Recapitulare - clasa a VIII-a .

Sarcina de lucru: Completaţi textul problemei următoare cu cât mai multe cerinţe adăugând sau nu alte informaţii în ipoteză.

Fie triunghiul ABC dreptunghic în A cu AB =12 m şi BC =15 m . În A se construieşte dreapta (d) $\perp$ (ABC) pe care se alege punctul D astfel încât DA =7 m.

2. ***Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid a cerinţelor compuse, fără***

cenzură a ideilor, aşa cum vin ele în minte. Nimeni nu are voie să facă observaţii negative.

3. Fiecare elev se gândeşte timp de 10 minute şi scrie cerinţele pe un bileţel primit anterior.

4. La expirarea celor 10 minute, toţi elevii clasei vin şi lipesc bileţelele pe planşa pe care era scris textul incomplet al problemei.

5. ***Analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior, la nivelul clasei***.

Exemple de cerinţe compuse:

1) Calculează lungimea laturii AC.
2) Calculează aria triunghiului ABC.
3) Calculează lungimea laturii DB.
4) Calculează distanţa de la punctul D la dreapta BC.
5) Calculează distanţa de la A la planul DBC.
6) Calculează măsura unui unghi plan al unghiului diedru determinat de planele (ABC) şi (DBC).
7) Calculează aria triunghiului DBC.
8) Dacă AE este înălţimea din A a triunghiului ABC atunci calculează lungimea segmentului AE.
9) Calculează distanţa de la punctul C la dreapta DB.
10)Calculează lungimea segmentului BE .
11)Exemplifică din textul problemei două plane perpendiculare.
12)Calculează măsura unghiului determinat de dreapta DB cu planul (ABC).

Exemplu 2:

Tema*: *Probleme celebre- Cerc de matematică –clasa a VII-a.

***Etape*:**

1.*Alegerea sarcinii de lucru. Problema piesei de 5 lei a lui Ţiţeica:* Trei cercuri $C(O_1,R)\cap C(O_2,R)\cap C(O_3,R)$ = { H }. Luându-le două câte două se obţin încă trei puncte de intersecţie A, B, C. Demonstraţi că cercul determinat de punctele A, B, C are raza egală cu R .

2.*Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid, a tuturor ideilor referitoare la strategiile de rezolvare a problemei. Sub niciun motiv nu se vor admite referiri critice.*

Pot apărea sugestii legate de realizarea figurii, de verificarea "pe desen" a unor proprietăţi necesare în demonstrarea concluziei problemei, de masurare a unor unghiuri sau segmente., etc.

3.*Înregistrarea tuturor ideilor în scris (pe tablă). Anunţarea unei pauze pentru aşezarea ideilor.*

Se notează pe tablă toate propunerile elevilor. În pauză se poate cere elevilor să mai reflecteze asupra lor şi să formuleze textul problemei.

4.*Reluarea ideilor emise şi gruparea lor pe categorii, simboluri, cuvinte cheie etc.*

Se extrag următoarele cuvinte cheie: cerc, congruenţă, paralelism, patrulatere: paralelograme, romburi.

5.*Analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior. Selectarea ideilor originale*.

Cu ajutorul întrebărilor de tipul:” Am putea rezolva problema folosind măsurători pe figură? Este util să studiem un caz particular al problemei? Ce anume trebuie sa

demonstrăm? Ce "căi" de demonstrare a concluziei aţi putea aborda? " se analizează pas cu pas, toate ideile propuse. Se vor selecta cele care corespund cerinţei iniţiale.

6.*Ca urmare a discuţiilor avute cu elevii, trebuie să rezulte strategia de rezolvare a problemei*. Aceasta poate fi sintetizată sub forma unor indicaţii de rezolvare de tipul: - construim figura;

- identificăm romburi care trec prin H;
- aplicăm proprietăţi ale romburilor pentru a identifica paralelograme;
- folosim triunghiuri congruente pentru a demonstra concluzia problemei.

Exemplifică metoda brainstorming pentru tema: Calcul de arii şi volume –clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.5

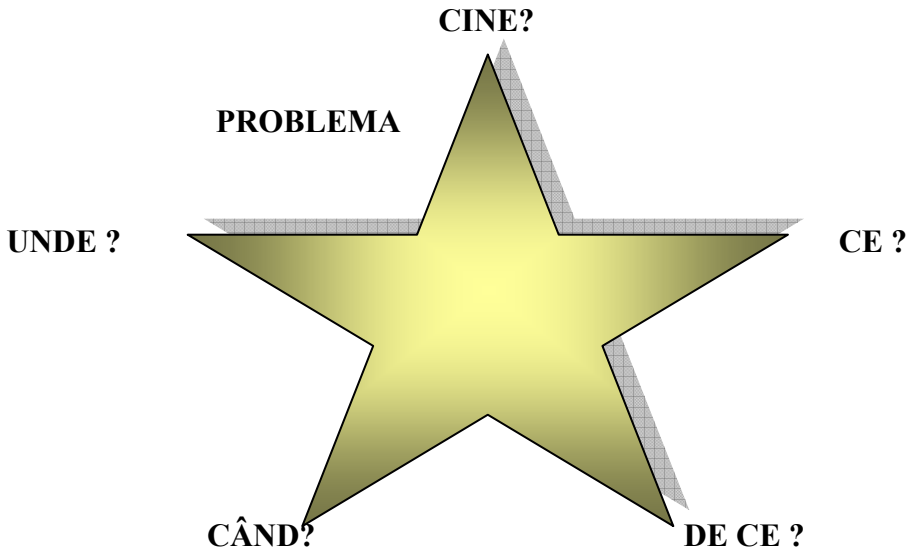
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ)

Starbursting (eng. "star" = stea; eng. "burst" = a exploda), este o metodă nouă de dezvoltare a creativităţii, similară metodei brainstorming. Începe din centrul conceptului şi se împrăştie în afară, cu întrebări, asemeni exploziei stelare.

Cum se procedează:

Se scrie ideea sau problema pe o foaie de hârtie şi se înşiră cât mai multe întrebări care au legătură cu ea. Un bun punct de plecare îl constituie cele de tipul: ***Ce?, Cine?, Unde?, De ce?, Când?.***

Lista de întrebări iniţiale poate genera altele, neaşteptate, care cer şi o mai mare concentrare.



Scopul metodei este de a obţine cât mai multe întrebări şi astfel cât mai multe conexiuni între concepte. Este o modalitate de stimulare a creativităţii individuale şi de grup. Organizată în grup, starbursting facilitează participarea întregului colectiv, stimulează crearea de întrebări la întrebări, aşa cum brainstormingul dezvoltă construcţia de idei pe idei.

Etape:

1. Propunerea unei probleme;
2. Colectivul se poate organiza în grupuri preferenţiale sau prin tragere la sorţi;

3. Grupurile lucrează pentru a elabora o listă cu cât mai multe întrebări şi cât mai diverse.
3. Comunicarea rezultatelor muncii de grup.
5. Evidenţierea celor mai interesante întrebări şi aprecierea muncii în echipă.

Facultativ, se poate proceda şi la elaborarea de răspunsuri la unele dintre întrebări.
Variante ale acestei metode:

Varianta 1

1. Împărţirea clasei în 5 grupe eterogene.
2. Alegerea, prin tragere la sorţi a unei întrebări din cele cinci sugerate.
3. Producerea de alte întrebări, în cadrul grupei, pornind de la întrebarea selectată.
4. Comunicarea rezultatelor muncii fiecărei grupe şi aflarea răspunsurilor la întrebări prin participarea tuturor elevilor.

Varianta 2

1. Împărţirea clasei în grupe eterogene.
2. Elaborarea unei liste de întrebări generate de cele cinci întrebări sugerate.
3. Comunicarea rezultatelor muncii fiecărei grupe şi aflarea răspunsurilor la întrebări prin participarea tuturor elevilor.

Metoda exploziei stelare poate fi combinată cu Ştiu/Vreau să ştiu/Am învăţat astfel: se foloseşte explozia stelară pentru a genera cât mai multe întrebări legate de temă. La cele la care se cunoaşte răspunsul, se răspunde pe loc, iar cele care implică noţiuni sau cunoştinţe noi se trec într-un tabel ca în metoda Ştiu/Vreau să ştiu/Am învăţat. Se face în acest mod un inventar al cunoştinţelor existente şi altul al celor de dorit să se ştie.

Exemplu:

Tema: Relaţii între puncte, drepte şi plane. Recapitulare - clasa a VIII-a.

Pornind de la ideea formulării de întrebări la întrebări, se organizează clasa în 4 grupe şi se parcurg următoarele ***etape:***

1. Se propune o temă: Relaţii între puncte, drepte şi plane.
2. Se împarte colectivul în grupe de câte 4 elevi.
3. Fiecare grup lucrează pentru a elabora o listă cu cât mai multe întrebări şi cât mai diverse.
3. Se comunică rezultatele muncii de grup şi se răspunde la întrebări.
5. Se evidenţiază cele mai interesante întrebări şi se apreciază munca în echipă.

Exemple de întrebări:

Ce poziţii relative ale unei drepte faţă de un plan cunoşti?
Ce poziţii relative a două plane cunoşti?
Unde în sala de clasă aţi identificat drepte paralele? Dar drepte perpendiculare pe un plan?
Când spunem că o dreaptă este perpendiculară pe un plan?
Cine doreşte să descrie şi să reprezinte piramida? Dar prisma?
Ce se înţelege prin tranzitivitatea relaţiei de paralelism între plane?
Cine continuă enunţul teoremei alăturate? Dacă un plan conţine două drepte concurente paralele cu un alt plan, atunci……
Ce legătură este între dreapta perpendiculară pe un plan şi distanţa de la un punct la un plan?
Ce cazuri de determinare a dreptei cunoşti?
Când spunem că o dreaptă este paralelă cu un plan?
Ce metodă întâlnim mai des în demonstrarea teoremelor de geometrie în spaţiu?

De ce afirmaţia de mai jos este falsă?

"Dându-se două plane paralele, orice dreaptă dintr-un plan este paralelă cu orice dreptă din al doilea plan."

Când spunem că două plane sunt paralele?

Ce descriere şi reprezentare are trunchiul de piramidă?

Unde apar diferenţe între definiţia piramidei triunghiulare regulate şi a tetraedrului regulat?

Ce cazuri de determinare a planului cunoşti?

Ce definiţie are unghiul a două drepte în spaţiu?

Unde ai mai întâlnit metoda reducerii la absurd?

Exemplifică: metoda starbursting pentru tema: Corpuri rotunde. Recapitulare - clasa a VIII-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.8.6.

3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI"

Este o metodă de brainstorming neliniară, menită să încurajeze elevii să gândească liber şi să stimuleze conexiunile de idei, o modalitate de a realiza asociaţii de idei sau de a oferi noi sensuri ideilor însuşite anterior. Poate fi folosită cu succes atât la începutul unei lecţii pentru reactualizarea cunoştinţelor predate anterior, cât şi în cazul lecţiilor de sinteză, de recapitulare, de sistematizare a cunoştinţelor. (Pfeifer, G., **www.pagini-şcolare.ro**)

Etape:

1. Se scrie un cuvânt, care urmează a fi cercetat, în mijlocul foii.

2. Elevii grupaţi în echipe de câte patru, sunt invitaţi să scrie cuvinte sau sintagme care le vin în minte în legătură cu tema propusă.

3.Cuvintele sau ideile vor fi legate prin linii de noţiunea centrală.

3.Activitatea se opreşte când se epuizează toate ideile sau s-a atins limita de timp indicată.

5. Se vor nota ideile în timpul alocat, de preferinţă 10-15 minute.

6. Fiecare grupă prezintă "ciorchinele" propriu.

7. Se analizează fiecare "ciorchine" şi se efectuează unul comun pe tablă, cu ajutorul cadrului didactic.

Există câteva ***reguli*** ce trebuie clar specificate elevilor şi care trebuie respectate în utilizarea tehnicii ciorchinelui:

1.Scrieţi tot ce vă trece prin minte referitor la tema / problema pusă în discuţie.

2.Nu judecaţi / evaluaţi ideile produse, ci doar notaţiile.

3.Nu vă opriţi până nu epuizaţi toate ideile care vă vin în minte sau până nu expiră timpul alocat; dacă ideile refuză să vină insistaţi şi zăboviţi asupra temei până ce vor apărea unele idei.

3.Lăsaţi să apară cât mai multe şi mai variate conexiuni între idei; nu limitaţi nici numărul ideilor, nici fluxul legăturilor dintre acestea.(**http://www.asociatia-profesorilor.ro/docs/articole** revista/ciorchinele.pdf)

Avantajele metodei:

Prin această tehnică se fixează mai bine ideile şi se stucturează informaţiile facilitându-se reţinerea şi înţelegerea acestora.

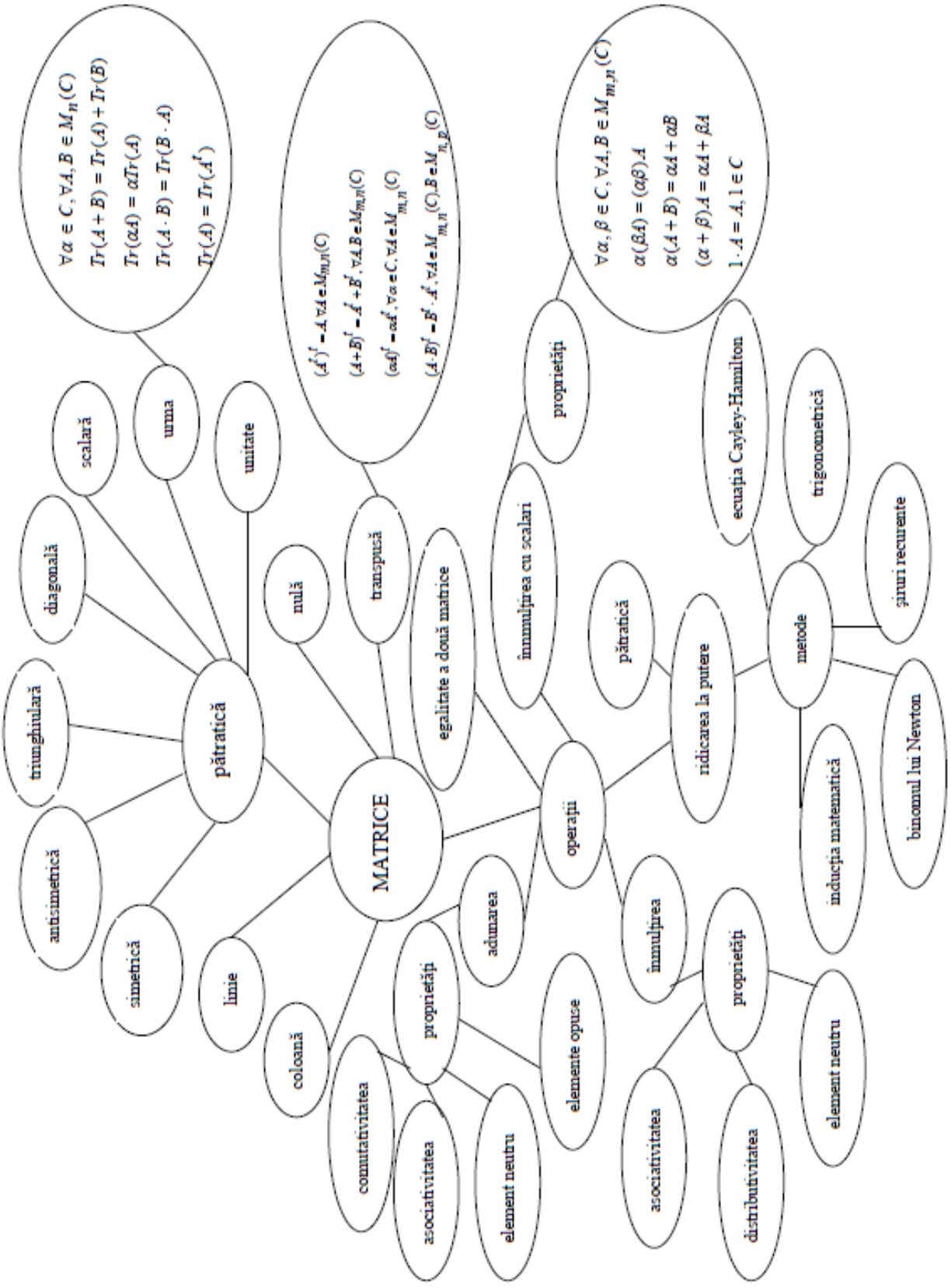
(http://scoala7tm.scoli.edu.ro/geom4/coliniar/metodica/ciorchin.html)

Ciorchinele este o tehnică flexibilă care poate fi utilizată individual, în perechi, în grupuri, frontal (Breban, S.; Gongea, E.; Ruiu, G.; Fulga, M., 2002).

Exemplu : Metoda ciorchinelui se poate aplica în cadrul unei lecţii de recapitulare la sfârşitul unităţii de învăţare "Matrice"***Tema*****:** „Matrice"- clasa a XI-a.

***Etape*:**

1.Elevii sunt împărţiţi în 5 grupe a câte 4, 5 sau 6 elevi fiecare.
2.Fiecare grupă primeşte câte o fişă în mijlocul căreia se află scris cuvântul : matrice.
3.Elevii scriu timp de 5 minute cât mai multe cuvinte sau sintagme care le vin în minte în legătură cu matricele (de exemplu: pătratică, nulă, unitate, operaţii, adunare, înmulţire, ridicare la putere, distributivitate, asociativitate, metode, etc.) şi leagă cuvintele sau ideile produse de acest cuvânt, prin trasarea unor linii (săgeţi) care evidenţiază conexiunile dintre idei.
4.Fiecare grupă prezintă ciorchinele realizat în faţa clasei şi acolo unde este nevoie se vine cu completări sau se corectează eventualele greşeli.Din exemplele de ciorchine prezentate de fiecare grupă se va realiza pe tablă ciorchinele final.
Un exemplu de ciorchine (Munteanu, D., E., 2010):


MATRICE
pătratică
scalară
diagonală
triunghiulară
antisimetrică
simetrică
urma
unitate
nulă
linie
coloană
transpusă
egalitate a două matrice
proprietăţi
comutativitatea
asociativitatea
element neutru
adunarea
operaţii
proprietăţi
elemente opuse
înmulţirea cu scalari
proprietăţi
pătratică
ridicarea la putere
înmulţirea
proprietăţi
asociativitatea
distributivitatea
ecuaţia Cayley-Hamilton
metode
trigonometrică
şiruri recurente
inducţia matematică
binomul lui Newton
element neutru

Exemplifică: metoda ciorchinelui pentru o lecţie de recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la poliedre, clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.7.

3.8.8. Tehnica DIAGRAMEI VENN

Tehnica ce poartă numele logicianului englez John Venn reprezintă o tehnică de organizare grafică a informaţiilor. Are rolul de a reprezenta sistematic, într-un mod cât mai creativ, asemănările şi deosebirile evidente dintre două categorii de operaţii matematice. Dă rezultate deosebite la activitatea în echipă. (Pfeifer, G. , **www.pagini-şcolare.ro**)

Diagrama reprezintă una sau mai multe mulţimi şi o relaţie logică între acestea. Mulţimile sunt reprezentate sub forma unor cercuri/elipse. Zona de suprapunere a doua cercuri/elipse (mulţimi) conţine elementele comune ambelor mulţimi, şi reprezintă o a treia mulţime. Cercurile/elipsele care nu se întretaie reprezintă mulţimi fără elemente comune (disjuncte).

Exersarea sarcinilor ce implică Diagrama Venn facilitează :

-Concentrarea atenţiei.

-Eficientizarea rezolvării unei probleme sau situaţii problemă.

-Formarea spiritului de analiză sistematică.

-Transferarea soluţiei la o altă situaţie asemănătoare.

Diagrama Venn are o scară largă de aplicabilitate, în orice etapă a lecţiei, la orice tip de lecţie, în cadrul tuturor modurilor de organizare a clasei (frontal, individual, în perechi, pe grupe).

Exemplu 1:

***Tema*:** Proprietăţi ale triunghiurilor - clasa a VI-a.

***Etape*:**

1.*Comunicarea sarcinii de lucru şi activitatea individuală*

Folosiţi diagrama Venn pentru a ilustra relaţiile între triunghiurile isoscele, triunghiurile echilaterale şi triunghiurile dreptunghice.Enunţaţi proprietăţi ale acestora.

Elevii lucrează independent.

2.*Activitatea în grup*

Se formează grupe a câte 4 elevi fiecare şi în fiecare grup, elevii completează diagrama Venn pentru cele trei figuri geometrice plane şi proprietăţile acestora, adăugând sau corectând informaţiile găsite independent. Între elevi are loc un schimb de informaţii, argumente, aprecieri, analize comparative şi se definitivează sarcina iniţială.

3. *Activitatea frontală*

Pe tablă se realizează diagrama Venn şi se completează cu idei de la toate grupele.

DIAGRAMA VENN

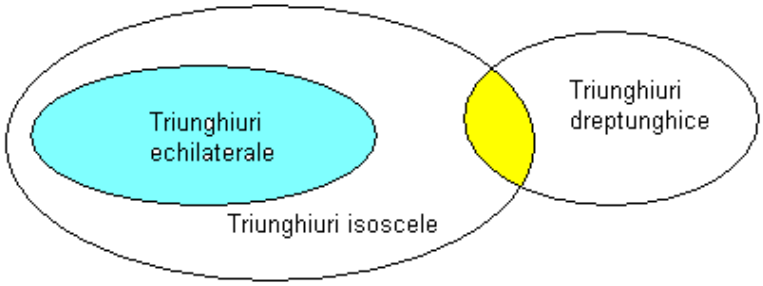


Diagrama Venn de mai sus arată trei intersecţii :

- culoarea galbenă arată mulţimea triunghiurilor dreptunghice isoscele (triunghiul dreptunghic isoscel este un caz particular de triunghi dreptunghic dar şi de triunghi isoscel),
- culoarea albastră arată incluziunea mulţimii triunghiurilor echilaterale în mulţimea triunghiurilor isoscele (triunghiul echilateral este un caz particular de triunghi isoscel),
- mulţimea triunghiurilor echilaterale nu se intersectează cu mulţimea triunghiurilor dreptunghice (în triunghiul dreptunghic ipotenuza este mai mare decât fiecare dintre celelalte două laturi).

Se repeată cu întreaga clasă proprietăţile celor trei clase de triunghiuri.

Exemplu 2:

***Tema*:** Patrulatere particulare: Dreptunghiul. Pătratul- Reactualizarea cunoştinţelor din ciclul primar- la clasa a VI-a.

***Etape*:**

1.*Comunicarea sarcinii de lucru şi activitatea individuală*

Stabiliţi asemănări şi deosebiri între pătrat şi dreptunghi. Elevii lucrează independent. Într-o elipsă scriu proprietăţi ale pătratului, iar în cealaltă, proprietăţi ale dreptunghiului. În intersecţia celor două elipse scriu proprietăţi comune celor două figuri geometrice plane.

2.*Activitatea în perechi*

Se păstrează aşezarea în bănci şi în fiecare pereche, elevii completează diagrama Venn pentru cele două figuri geometrice plane, adăugând sau corectând informaţiile găsite de ei.

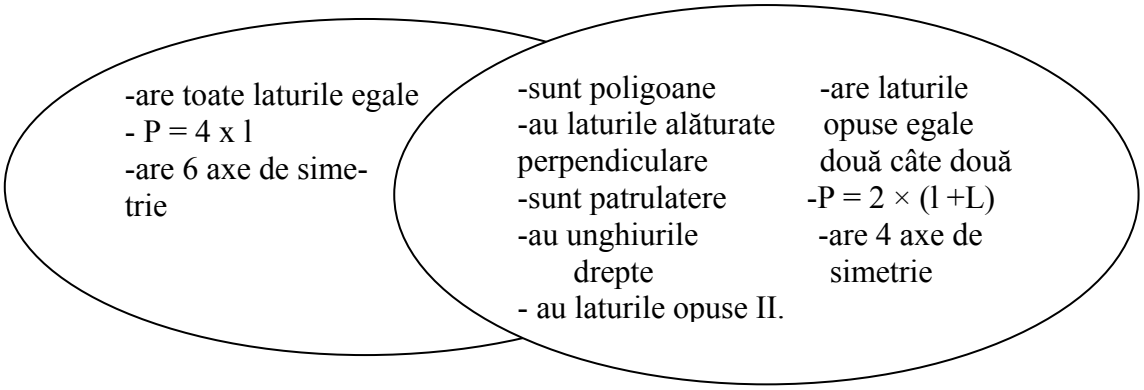
Între elevi are loc schimb de informaţii, argumente, aprecieri, analize comparative şi se definitivează sarcina iniţială.

3.*Activitatea frontală*

Pe tablă se realizează diagrama Venn şi se completează cu idei de la toate perechile:

DIAGRAMA VENN

PĂTRATUL DREPTUNGHIUL


-are toate laturile egale
- P = 4 x l
-are 6 axe de simetrie
-sunt poligoane
-au laturile alăturate perpendiculare
-sunt patrulatere
-au unghiurile drepte
- au laturile opuse II.
-are laturile opuse egale două câte două
-P = 2 × (l +L)
-are 4 axe de simetrie

Exemplifică: metoda diagramei Venn pentru tema: Pătratul şi rombul. Definiţii, proprietăţi- clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.8.

3.8.9. Metoda CADRANELOR

Metodă a gândirii critice, este o modalitate de rezumare şi sintetizare a unui conţinut informaţional solicitând participarea şi implicarea elevilor în înţelegerea lui adecvată. Metoda presupune trasarea a două axe principale perpendiculare în urma cărora apar ”patru cadrane”. În cadrul acestei metode se poate lucra individual sau cu clasa împărţită pe grupe şi atunci fiecare grupă va primi câte o fişă. Se pot propune diferite cerinţe în cadrul metodei cadranelor în funcţie de obiectivele urmărite în lecţia respectivă. Activitatea se poate desfăşura pe grupe sau ca activitate independentă. În cazul organizării pe echipe, fiecare grup va avea propriul cadran. La finalul exerciţiului dirijat de cadrul didactic, se vor prezenta variantele lucrate, fie într-un Tur al galeriei, fie prin completarea unui cadran la tablă. Lucrul individual, în echipe sau participarea întregii clase la realizarea “cadranului” este o provocare şi determină o întrecere în a demonstra asimilarea corectă şi completă a cunoştinţelor noi, conexiuni legate de termenul propus.

Metoda poate fi folosită la o lecţie de consolidare, dar şi ca evaluare, după o serie de activităţi ce au presupus aceaşi abordare. (Breben S,Gangea E.,Fulga M., 2002, apud **www.pagini-şcolare.ro**)

Se poate utiliza această metodă în lecţiile ce presupun rezolvare de probleme, deoarece stimulează atenţia şi gândirea şi conduce cu uşurinţă la sintetizarea informaţiilor, scoţând în evidenţă modul propriu de gândire şi înţelegere al elevului.

Exemplu 1:
***Tema*:** Probleme care se rezolvă prin ecuaţii.(Metoda figurativă-pentru verificare)- Lecţie de recapitulare şi sistematizare- clasa a VI-a.
***Etape*:**
1.Se constituie 6 grupe a câte 4 elevi fiecare.
2.Fiecare grupă primeşte câte o fişă de lucru pe care se află scris textul problemei care urmează să fie rezolvată.

FIŞA DE LUCRU NR.1
Suma a trei numere naturale consecutive este 315. Să se afle cele trei numere.

FIŞA DE LUCRU NR.2
Suma a trei numere este 418. Dacă primul număr este de două ori mai mare decât al treilea, iar al doilea cu 2 mai mic decât sfertul primului, află numerele.

FIŞA DE LUCRU NR.3
Într-o clasă sunt 23 elevi. Dacă ar mai veni 4 băieţi, atunci fetele ar fi de două ori mai multe decât băieţii. Află câţi băieţi şi câte fete sunt în acea clasă.

FIŞA DE LUCRU NR.4
Suma a trei numere este 660. Află numerele ştiind că al treilea este dublul primului număr, iar al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul.

FIŞA DE LUCRU NR.5
În doi saci sunt 150 kg făină. Dacă din primul sac se scot 3 kg şi se adaugă la al doilea, atunci în în primul sac sunt de două ori mai multe kg decât în al doilea. Câte kg de făină sunt în fiecare sac?

FIŞA DE LUCRU NR.6
Află numărul natural care, adunat cu sfertul său, este egal cu 250.

Sub textele problemelor sunt trasate cele două drepte perpendiculare pentru formarea celor patru cadrane. Elevii citesc cu atenţie textul problemei.

3.Se anunţă elevilor cerinţele corespunzătoare pentru completarea celor patru cadrane: Cadranul I: Scrie datele problemei prescurtat; Cadranul II: Notează necunoscuta problemei, scrie ecuaţia de rezolvare a problemei şi realizează reprezentarea grafică a problemei; Cadranul III: Rezolvă ecuaţia problemei şi redactează planul logic de rezolvare al problemei; Cadranul IV: Verifică şi scrie răspunsul problemei şi/sau scrie formulele numerică.

4.Se verifică modul de rezolvare al problemei prin citirea a ceea ce s-a scris în fiecare cadran şi corectarea eventualelor greşeli.

Metoda este eficientă deoarece delimitează clar în mintea elevului etapele pe care trebuie să le parcurgă pentru a obţine rezultatul problemei. Poate fi utilizată şi în compunerea de probleme: acoperind cadranul I şi descoperind doar cadranele II, III sau IV se poate cere elevilor să compună probleme asemănătoare (reprezentării grafice, sau planului de rezolvare).

Exemplificare a celor patru cadrane pentru FIŞA DE LUCRU NR.5

I. 150 kg făină.....-3 kg din I sac şi se pun în II.....I sac rămâne dublul cantităţii celui de al doilea.....? kg în fiecare sac	II. Se notează cu x cantitatea din sacul mai uşor. Ecuaţia problemei: 3x+9 = 150 -3 |…… …….....|....| +3 150 |…. x..|....|
IV. Verificare: 103 + 47 = 150 R: 103 kilograme	III. Rezolvare: 3x = 141 x =47 150 – 47 = 103

Formule numerice: (150 – 6) : 3 = 150 - (150 – 6) : 3 =	-suma segmentelor egale: 150 – 9 = 141 - sacul mai uşor: 141 : 3 = 47 (kilograme) - sacul mai greu: 150 - 47 = 103 (kilograme)

Exemplifică: metoda cadranelor pentru o lecţie de matematică ce presupune rezolvarea de probleme prin ecuaţii, clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.9.

3.8.10. Metoda ŞTIU/VREAU SĂ ŞTIU/AM ÎNVĂŢAT

KWL elaborată de Donna M. Ogle în 1986 , (Wilson, Nick et al., 2001 apud Neagu, M., Mocanu. M., 2007, p.49) este o metodă de învăţare prin descoperire prin care elevii realizează un inventar a ceea ce ştiu deja despre o temă şi apoi formulează întrebări legate de tema noua la care vor găsi răspunsuri prin valorificarea cunoştinţelor anterioare.

Etapele metodei :

- colectivul clasei se organizează în perechi/grupe şi fiecare pereche/grupă primeşte ca sarcină realizarea unei liste cu tot ceea ce ştie sau crede că ştie despre o anumită temă. În timp ce elevii realizează lista, profesorul desenează pe tablă un tabel pe care elevii îl vor completa întâi în perechi/grupe şi apoi la tablă;

Ştiu	***Vreau să ştiu***	***Am învăţat***
Informaţii pe care elevii le deţin cu privire la tema ce urmează să fie abordată.	Întrebări pe care elevii le au în legătură cu tema respectivă.	Informaţii dobândite după activitatea de învăţare.

- fiecare pereche/grupă va completa propriul tabel şi se vor nota apoi, în tabelul de pe tablă, în coloana din stânga, informaţiile cu care toată clasa este de acord ;
- elevii vor formula întrebările generate de noua temă, iar profesorul le va scrie în a doua coloana a tabelului. Aceste întrebări vor evidenţia nevoile de învăţare ale elevilor în legătură cu tema aflată în discuţie ;
- elevii citesc individual lecţia din manual, iar după lectură, se revine asupra întrebărilor din a doua coloana şi se analizează la care dintre întrebări s-a găsit răspunsul în text; răspunsurile elevilor vor fi notate în coloana AM ÎNVĂŢAT.
- elevii compară ceea ce cunoşteau deja în legătură cu tema respectivă (informaţiile din prima

coloană a tabelului) cu ceea ce ei au învăţat (informaţiile din a treia coloană a tabelului); unele dintre întrebările lor pot rămâne fără răspuns sau pot genera întrebări noi, în aceste cazuri, întrebările pot fi folosite ca punct de plecare pentru investigaţii personale.

– informaţiile cuprinse în coloana AM ÎNVĂŢAT vor fi structurate sub forma lecţiei noi.

Exemplu:

***Tema lecţiei*:** Grupuri- clasa a XII-a.

***Etape*:**

1.Se formează 5 grupe a câte 5 elevi fiecare. Elevii aleg câte un cartonaş pe care sunt scrise numere de la 1 la 5. Pe mesele de lucru se plasează de asemenea câte un cartonaş cu numere de la 1 la 5, astfel că, elevii care au ales cartonaşele cu numărul 1 formează grupa cu numărul 1 şi se aşează la masa de lucru unde se află cartonaşul cu numărul 1, elevii care au ales cartonaşele cu numărul 2 formează grupa cu numărul 2 şi se aşează la masa de lucru unde se află cartonaşul cu numărul 2 ş.a.m.d.

2.Elevii citesc textul problemei (*Pe mulţimea numerelor întregi Z se defineşte aplicaţia: x*y=x+y-2. Să se arate că (Z,*) este grup comutativ*) şi în cadrul grupului din care fac parte încearcă să stabilească ceea ce ştiu şi ceea ce vor să ştie. Apoi, se discută părerile elevilor, discuţia având loc frontal.

3.Elevii notează pe fişa de lucru ceea ce ştiu şi ceea ce vor să ştie în rubricile corespunzătoare.

4.Se completează rubrica „Am învăţat”. Aici, elevii scriu operaţiile şi rezultatele corespunzătoare fiecărei întrebări din rubrica „Vreau să ştiu”.

Ştiu	***Vreau să ştiu***	***Am învăţat***
• ce este o lege de compoziţie. • proprietăŢile generale ale legilor de compoziŢie: Fie G $\neq \phi$ şi * o lege de compoziţie pe G. - Asociativitatea (x*y)*z=x*(y*z), $\forall$x,y,z $\in$ G; - Elementul neutru $\exists e \in G$ a.î. $\forall x \in G$ să avem: e*x=x*e=x; - Elementul simetrizabil: Pentru fiecare x$\in G$, $\exists x' \in$G a.î. x*x'=x'*x=e; - Comutativitatea: x*y=y*x, $\forall$x,y, $\in$ G; • Ce este un grup; • Ce este un rup comutativ.	1.Dacă aplicaţia * este asociativă.	x*y=x+y-2 Verificăm dacă (x*y)*z= x*(y*z) (x*y)*z=(x+y-2)*z =x+y-2+z-2 =x+y+z-4 x*(y*z)=x*(y+z-2) =x+y+z-2-2 =x+y+z-4 $\Rightarrow$ x*y=x+y-2 este asociativă.
	2.Dacă aplicaţia * are element neutru.	Să arătăm că există e$\in \mathbb{Z}$ a.î. x*e=e*x=x, $\forall$x$\in$Z. Din x*e=x, $\forall$x$\in$Z rezultă x+e-2=x sau e=2$\in$Z. $\Rightarrow$x*y=x+y-2 are element neutru.
	3.Orice element din G este simetrizabil în raport cu *.	Fie x$\in$Z. Să arătăm că există x'$\in$Z pentru care x*x'=x'*x=e. Din x*x'=e $\Rightarrow$x+x'-2=2 sau x'=4-x $\in \mathbb{Z}$. Deci x'=4-x

		este simetricul lui x în raport cu *.
	4.Dacă aplicaţia * este comutativă.	Avem de demonstrat că x*y=y*x, $\forall x,y, \in Z$. Relaţia de demonstrat se rescrie x+y-2=y+x-2, , $\forall x,y, \in Z$, ceea ce este adevărat deoarece adunarea pe Z este comutativă (x+y=y+x)
		Din 1.,2.,3.,3.,$\Rightarrow$(Z,*) grup abelian.

Exemplu:

***Tema lecţiei*:** Teorema înălţimii şi teorema catetei- clasa a VII-a.

Tipul lecţiei: de predare de noi cunoştinţe.

Unitatea de învăţare: Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic.

***Etape*:**

1.Se formează 2 grupe de elevi. Elevii aleg câte un cartonaş pe care sunt scrise numerele 1 sau 2. Cu mesele unite se formează două puncte de lucru, pe care se plasează un cartonaş cu numerele 1 sau 2, astfel că, elevii care au ales cartonaşele cu numărul 1 formează grupa cu numărul 1 şi se aşează la masa de lucru unde se află cartonaşul cu numărul 1 şi elevii care au ales cartonaşele cu numărul 2 formează grupa cu numărul 2 şi se aşează la masa de lucru unde se află cartonaşul cu numărul 2.

2. Elevii citesc textele problemelor din fişele de lucru:

Fişa nr 1

Fie ΔABC dreptunghic cu $m(<A)=90^0$ şi AD perpendiculara din A pe BC.
Ar putea avea loc relaţiile:
a)BD/AB=AB/BC
b)AD/DC=BD/AD ?

Fişa nr 2

1) În ΔABC, $m(<A)=90^0$, AD $\perp$ BC , BD=5cm, BC=12cm, calculează AB.

2) În ΔABC, $m(<A)=90^0$, AD $\perp$ BC, DC=4 cm, BD=9 cm, calculează AD.

3) În ΔMNP, $m(<N)=90^0$, NR $\perp$ MP, NR=12 cm, RP=8cm, calculează MR.

4) În ΔABC, $m(<A)=90^0$, AD $\perp$ BC, AD=15cm, DC=10 cm, calculează BC.

5) În ΔEFG, $m(<F)=90^0$, FO $\perp$ EG, OE=a, OG=a , calculează EG,FE,FG.

şi în cadrul grupului din care fac parte încearcă să stabilească ceea ce ştiu şi ceea ce vor să ştie.

3.Elevii notează pe fişa de lucru ceea ce ştiu şi ceea ce vor să ştie în rubricile corespunzătoare.

4.Se completează rubrica „Am învăţat”. Aici, elevii scriu operaţiile şi rezultatele corespunzătoare fiecărei întrebări din rubrica „Vreau să ştiu”. Timp de lucru: 10-15 minute.

După expirarea timpului se lucrează la tablă şi se confruntă rezolvările.

Ştiu	***Vreau să ştiu***	***Am învăţat***
Proiecţia unui punct pe o dreaptă. Media geometrică (proporţională). Teorema fundamentală a asemănării.	Fie ΔABC dreptunghic cu m(<A)=90^0 şi AD perpendiculara din A pe BC. Ar putea avea loc relaţiile: a)BD/AB=AB/BC b)AD/DC=BD/AD Ce exprimă ele? Cine sunt segmentele din relaţiile de mai sus?	Strategie de lucru : 1)construim figura; 2)recunoaştem triunghiurile posibil asemenea; 3)demonstrăm asemănarea folosind un criteriu de asemănare; 4)alegem rapoartele convenabile; 5)căutam să dăm o altă formă relaţiilor şi să denumim segmentele din relaţii. $AB^2=BD\times BC$ sau $AB=\sqrt{BD\times BC}$ (teorema catetei). $AD^2=BD\times DC$ sau $AD=\sqrt{BD\times DC}$ (teorema înălţimii). BD,DC=proiecţiile catetelor AB şi AC pe ipotenuza BC. AD=înălţimea dusă din vârful A pe ipotenuză.

Exemplifică: metoda Ştiu/Vreau să ştiu/Am învăţat pentru lecţia cu tema: Adunarea numerelor întregi- clasa a VI-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.8.10.

3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI

Turul galeriei este o metodă interactivă de învăţare bazată pe colaborarea între elevi, care sunt puşi în ipostaza de a găsi soluţii de rezolvare a unor probleme. Această metodă presupune evaluarea interactivă şi profund formativă a produselor realizate de grupuri de elevi.

Astfel, ***turul galeriei*** constă în următoarele ***etape:***

1. Elevii, în grupuri de trei sau patru, rezolvă o problemă (o sarcină de învăţare) susceptibilă de a avea mai multe soluţii (mai multe perspective de abordare).
2. Produsele muncii grupului se materializează într-o schemă, diagramă, inventar de idei etc. notate pe o hârtie (un poster).
3. Posterele se expun pe pereţii clasei, transformaţi într-o veritabilă galerie.
4. La semnalul cadrului didactic, grupurile trec pe rând, pe la fiecare poster pentru a examina soluţiile propuse de colegi. Comentariile şi observaţiile vizitatorilor sunt scrise pe posterul analizat.
5. După ce se încheie turul galeriei (grupurile revin la poziţia iniţială, înainte de plecare) fiecare echipă îşi reexaminează produsul muncii lor comparativ cu ale celorlalţi şi discută

observaţiile şi comentariile notate de colegi pe propriul poster. (Leonte R., 2007, apud **www.pagini-scolare.ro**)

Observaţie: Metoda Turul galeriei poate fi folosită împreună cu alte metode interactive, în faza de prezentare a produselor (rezultatelor muncii echipelor). Elevii oferă şi primesc un feedback referitor la munca lor şi au şansa de a compara produsul muncii lor cu al altor echipe, într-un mod organizat şi productiv.

Avantajele metodei:

-atrage şi stârneşte interesul elevilor care interacţionează;
-promovează autoevaluarea şi interevaluarea obiectivă;
-reduce fenomenul blocajului emoţional.

Exemplu de aplicare a metodelor: Mozaicul şi Turul galeriei

***Tema*:** „ Proprietăţi ale determinanţilor”- clasa a XI-a.

***Etape*:**

1.Se formează 3 grupe eterogene.

2.Se trage la sorţi una dintre fişele numerotate: 1, 2, 3.

***Fişa nr. 1* :** . Să se calculeze determinanţii:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

P1) Dacă elementele de pe o linie (sau coloană) sunt toate zero, atunci determinantul este egal cu zero.

***Fişa nr. 2* :** Să se calculeze determinanţii:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & x & ka \\ b & y & kb \\ c & z & kc \end{vmatrix}$$

P2) Dacă elementele de pe două linii (sau coloane) sunt proporţionale, atunci determinantul este egal cu zero.

***Fişa nr. 3* :** Să se calculeze determinanţii:

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & x & a \\ b & y & b \\ c & z & c \end{vmatrix}$$

P3) Dacă elementele de pe două linii (sau coloane) sunt identice, atunci determinantul este egal cu zero.

Ca sarcină de lucru, elevii vor calcula valoarea determinanaţilor, prin una din metodele învăţate şi apoi vor compara rezultatele obţinute la fiecare dintre cei doi determinanţi. (Se verifică totodată şi modul în care şi-au însuşit cele trei metode de calcul ale determinanţilor: REGULA TRIUNGHIULUI, REGULA LUI SARRUS SAU DESCOMPUNEREA DUPĂ O LINIE SAU COLOANĂ)

-Se cere apoi ca elevii din fiecare grup să privească cu atenţie determinanţii şi să observe caracteristicile comune ale celor doi determinanţi (asemănările dintre elementele de pe linie (linii) sau coloană (coloane) a celor doi determinanţi).

-Fiecare echipă desemnează un reprezentant care va scrie pe tablă rezultatele găsite şi va preciza care au fost constatările pe care le-a făcut echipa din care face parte.

-Toţi elevii vor fi atenţi pentru a vedea ce a avut fiecare echipă de lucru, la ce rezultate s-a ajuns şi care au fost caracteristicile comune celor doi determinanţi avuţi spre rezolvare.

-La final, se vor nota în caiete enunţurile proprietăţilor determinate de către elevi.

Exemplu de aplicare a metodelor: Turul galeriei şi Ciorchinelui

***Tema*:** „ Triunghiul isoscel, echilateral şi dreptunghic”- clasa a VI-a.

***Etape*:**

1.Se formează 3 grupe eterogene.

2.Se trage la sorţi una dintre fişele numerotate: 1, 2, 3.

***Fişa nr. 1* :** 1. Construiţi triunghiul isoscel MNP , cunoscând lungimea bazei NP = 4 cm, înălţimea corespunzătoare bazei MA = 5 cm, unde $A \in [NP]$.

2. Enunţaţi şi scrieţi cu ajutorul simbolurilor matematice proprietăţile triunghiului isoscel.

3. Realizaţi un ciorchine pe planşă având ca nucleu triunghiul isoscel.

***Fişa nr. 2* :** 1. Construiţi triunghiul echilateral EFG , cunoscând lungimile laturilor $EF = FG = 4{,}5$ cm şi $m(\angle F) = 60^0$.

2.Enunţaţi şi scrieţi cu ajutorul simbolurilor matematice proprietăţile triunghiului echilateral.

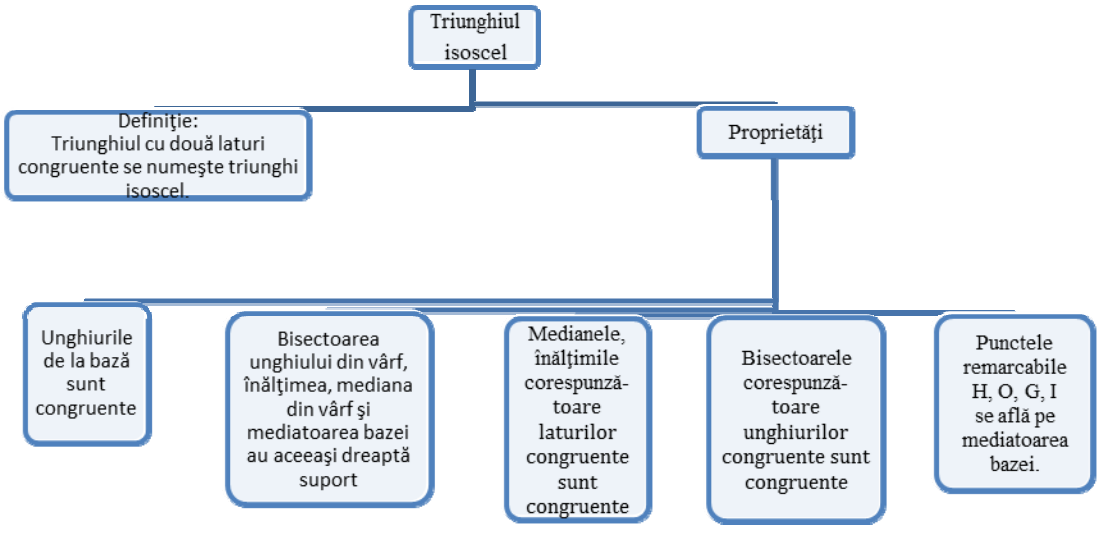
3. Realizaţi un ciorchine pe planşă având ca nucleu triunghiul echilateral.

***Fişa nr. 3* :** 1. Construiţi triunghiul dreptunghic CDE , cunoscând lungimea laturii DE = 5 cm , $m(\angle D) = 90^0$ şi $m(\angle E) = 40^0$.

2.Enunţaţi şi scrieţi cu ajutorul simbolurilor matematice proprietăţile triunghiului dreptunghic.

3. Realizaţi un ciorchine pe planşă având ca nucleu triunghiul dreptunghic.

Exemplu de ciorchine corespunzător fişei nr.1:


Triunghiul isoscel
Definiţie: Triunghiul cu două laturi congruente se numeşte triunghi isoscel.
Proprietăţi
Unghiurile de la bază sunt congruente
Bisectoarea unghiului din vârf, înălţimea, mediana din vârf şi mediatoarea bazei au aceeaşi dreaptă suport
Medianele, înălţimile corespunză-toare laturilor congruente sunt congruente
Bisectoarele corespunză-toare unghiurilor congruente sunt congruente
Punctele remarcabile H, O, G, I se află pe mediatoarea bazei.

To Do: Exemplifică metoda Turul galeriei pentru Tema: „Patrulatere”- clasa a VII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.11.

3.8.12. Metoda CVINTETUL

Este o poezie în 5 versuri care care pune accentul pe forţa creativă a elevului. Ea impune sintetizarea unor informaţii, conţinuturi în exprimări clare care descriu sau prezintă reflecţii asupra

temei date sau subiectului dat.Este o poezie a cărei construcţie are la bază anumite reguli pe care elevii trebuie să le respecte, iar timpul de întocmire este de 5-7 minute.

Se poate porni de la un subiect (un cuvânt-cheie din lecţia zilei respective sau din lecţia anterioară), iar elevii, în timpul dat, trebuie să dovedească capacitatea lor de a crea şi de a fi receptivi la cele discutate în clasă. E o metodă eficientă care combină utilul cu plăcutul.

Regulile de întocmire ale unui cvintet:

-primul vers: 1 cuvânt care precizează ***subiectul;***

-al II-lea vers:2 cuvinte care ***descriu*** subiectul;

-al III-lea vers:3 cuvinte care exprimă ***acţiuni***;

-al IV-lea vers:1propoziţie, formată din patru cuvinte care exprimă ***o idee, o definiţie*** sau ***sentimente*** faţă de subiect;

-al V-lea vers:1 cuvânt care exprimă ***esenţa*** subiectului.

Metoda poate fi folosită fie la captarea atenţiei (5 minute)- pentru a recapitula ceea ce se cunoaşte despre tema dată, fie la feedback - pentru a verifica ceea ce s-a învăţat.

Exemple de cvintete:

Geometria	***Necunoscuta***
Dificilă, atractivă	Căutată, neştiută
Gândeşti, desenezi, calculezi	Determini, calculezi, verifici
Dezvoltă gândirea tuturor elevilor	Se determină făcând proba
Creativă.	Ecuaţie.

Pătratul
Patrulater, paralelogram
Măsoară, desenează, calculează
Are toate laturile egale
Simetrie.

Exemplifică: metoda cvintetul pentru captarea atenţiei în cadrul unei lecţii de recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la Triunghiul isoscel, clasa a VI-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.8.12.

3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE)

Tehnica florii de nufăr presupune deducerea de conexiuni între idei, concepte, pornind de la o temă centrală. Problema sau tema centrală determină cele 8 idei secundare care se construiesc în jurul celei principale, asemeni petalelor florii de nufăr.

Etape:

1. Construirea diagramei, conform figurii prezentate;

2. Scrierea temei centrale în centrul diagramei;

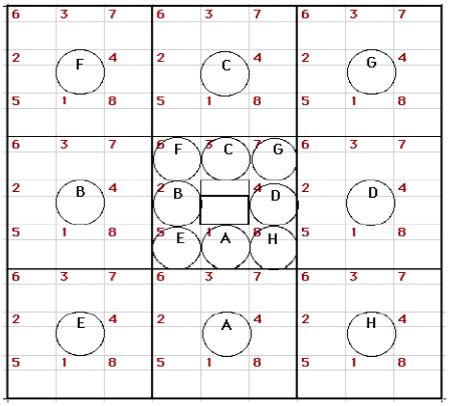
3. Participanţii se gândesc la ideile sau aplicaţiile legate de tema centrală. Acestea se trec în cele 8 "petale" (cercuri) ce înconjoară tema centrală, de la A la H, în sensul acelor de ceasornic.

4. Folosirea celor 8 idei deduse, drept noi teme centrale pentru celelalte 8 cadrane. ("flori de nufăr").

5. Etapa construirii de noi conexiuni pentru cele 8 noi teme centrale şi consemnarea lor în diagramă. Se completează în acest mod cât mai multe cadrane. ("flori de nufăr").

6. Etapa evaluării ideilor. Se analizează diagramele şi se apreciază rezultatele din punct de vedere calitativ şi cantitativ. Ideile emise se pot folosi ca sursă de noi aplicaţii şi teme de studiu în lecţiile viitoare.

Tehnica Lotus stimulează munca colaborativă în echipă şi efortul creativ al fiecărui membru al grupului în soluţionarea sarcinii date. Există şi o oarecare competiţie între grupe, în sensul găsirii celei mai potrivite idei (care poate fi supusă discuţiei în etapa nr. 5), în rapiditatea cu care lucrează un grup faţă de altul, cu toate că acestea nu se înscriu în dezideratele metodei. Scopul central este participare tuturor elevilor la un exerciţiu creator şi, în unele cazuri, la găsirea unei soluţii la o problemă dată. Elevii lucrează cu plăcere în cadrul acestei tehnici, mai ales dacă grupurile au fost alese preferenţial. (adaptat după "*Thinkpak*" de Michael Michalko, 1994, apud Oprea, C.L., 2003, p.15).



LOTUS DE GRUP
Varianta nr.1
Etape:
1.Cadrul didactic anunţă tema centrală.
2.Elevii au câteva minute de gândire în mod individual, după care se va proceda la completarea orală a celor 8 idei secundare ale temei centrale, pe baza dialogului şi consensului desfăşurat între elevi şi profesor. Ideile secundare se trec în diagramă.
3.Colectivul se împarte apoi în 8 grupe de câte 3, 4 sau 5 elevi fiecare, în funcţie de numărul de elevi din clasă. Acolo unde un grup este deficitar din punct de vedere al numărului de elevi, cadrul didactic va participa ca membru al acelui grup.
4.Ideile secundare devin teme centrale pentru fiecare din cele 8 grupuri constituite. Astfel, fiecare grup lucrează independent, la dezvoltarea uneia dintre ele, exerciţiu creator la care participă toţi membrii grupului.

De exemplu: - grupul A are de găsit 8 idei pentru tema A;
- grupul B are de găsit 8 idei pentru tema B etc.

5.Prezentarea în faţa colectivului a rezultatelor fiecărui grup în parte. Completarea diagramei pe baza ideilor expuse de fiecare grup şi a discuţiilor purtate între membrii grupurilor în scopul clarificării şi corectării. (Oprea, C.L., 2009, p.207)
6.Evaluarea muncii colaborative în grup, aprecierea participării şi folosirea rezultatelor obţinute în activităţile următoare.

Tehnica Lotus stimulează munca colaborativă în echipă şi efortul creativ al fiecărui membru al grupului în soluţionarea sarcinii date. Există şi o oarecare competiţie între grupe, în sensul găsirii celei mai potrivite idei (care poate fi supusă discuţiei în etapa nr.5), în rapiditatea cu care lucrează un grup faţă de altul, cu toate că acestea nu se înscriu în dezideratele metodei. Scopul central este participarea tuturor elevilor la un exerciţiu creator şi, în unele cazuri, la găsirea unei soluţii la o problemă dată. Elevii lucrează cu plăcere în cadrul acestei tehnici, mai ales dacă grupurile au fost alese preferenţial.

Varianta nr.2
Etape:
1. Cadrul didactic sau elevii propun tema centrală.
2. Moment de lucru independent: fiecare elev se gândeşte la ideile conexe.
3. Discutarea ideilor obţinute şi trecerea lor în diagramă. (Oprea, C.L., 2009, p.208)
4. Constituirea grupurilor. De data aceasta nu mai este necesar să se constituie numărul fix de 8 grupe, ci a unora similare ca număr de elevi sau ca posibilităţi creative.
5. Fiecare grup îşi aduce contribuţia la întreaga diagramă, având în vedere dezvoltarea, atât cât poate, a fiecăreia dintre cele 8 noi teme centrale stabilite. Astfel, având o limită de timp, membrii grupului A, de exemplu, vor elabora pe rând, cât mai multe idei (maxim 8 idei) pentru temele A, B, C, D, E, F, G, H, trecându-le în diagrama pe care fiecare grup o are la dispoziţie.
6. la un semn (dat de cadrul didactic), diagramele se schimbă între grupuri, în sensul acelor de ceasornic. Locurile (cercurile) din diagramă rămase goale de la grupul precedent au şansa de a fi completate acum. Rotirea diagramelor se face până când acestea ajung la grupul iniţial.
7. În final se citesc diagramele şi se apreciază rezultatele.

Dacă diagrama este completată în întregime (toate cele 8 cadrane), rezultă un număr de 64 de idei noi, conexe, care împreună cu cele 8 teme din care decurg, alcătuiesc 72 de idei generate de tema centrală.

În stabilirea temei centrale se poate pleca de la una propusă de cadrul didactic sau de către elevi: Tema poate fi anunţată sau nu în lecţia premergătoare. În cazul în care ea este dinainte cunoscută de către elevi, aceştia sunt motivaţi să lucreze singuri acasă înainte, căutând variante, culegând materiale pentru a găsi cât mai multe soluţii. (Oprea, C.L., 2009, p.209)

Exemplu :
***Etape*:**
1.În cadrul lecţiei cu ***tema:*** Unităţi de măsură - clasa a V-a, se poate alege această temă ca temă centrală pentru aplicarea acestei metode.
2.După aflarea temei fiecare elev se gândeşte independent la ideile conexe acestei teme centrale.
3.Are loc apoi discutarea ideilor la care s-au gândit elevii şi se trec în diagramă cele potrivite temei centrale, respectiv: 1. unităţi de măsură pentru timp, 2. unităţi de măsură pentru arie, 3. unităţi de măsură pentru volum, 3. unităţi de măsură pentru capacitate, 5. unităţi de măsură pentru masă, 6. unităţi monetare, 7.transformări între unităţile de măsură, 8. rezolvări de probleme corespunzătoare temei.
4.În această etapă se constituie grupurile. Se pot forma 8 grupe de câte 3, 4, sau 5 elevi. Cele opt grupe se formează prin numărare de la 1 la 8. Elevii cu numărul 1 au format grupa 1, elevii cu numărul 2 – grupa 2,..., iar elevii cu numărul 8 – grupa 8.
5.Timp de 10 minute, fiecare grup îşi aduce contribuţia la completarea a cât mai multor exemple, exerciţii, sau probleme corespunzătoare celor 8 idei secundare.
6.La semnalul :“două bătăi din palme”, se trece la prezentarea în faţa colectivului a rezultatelor fiecărui grup în parte, la completarea diagramei pe baza ideilor expuse de fiecare grup şi a discuţiilor purtate între membrii grupurilor în scopul clarificării şi corectării.
7.În această ultimă etapă se apreciază rezultatele.

Pe parcursul completării de către elevi a diagramelor, profesorul urmăreşte activitatea acestora şi unde este cazul îi îndrumă pentru a putea participa toţi elevii la această activitate creatoare.

Exemplifică: Tehnica Lotus pentru o lecţie cu tema: Poliedre, clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.13.

3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂŢĂRII RECIPROCE

Prin metoda predării-învăţării reciproce elevii sunt puşi în situaţia de a fi ei înşişi profesori, de a explica colegilor diverse subiecte teoretice.

Elevii sunt împărţiţi în grupe de câte 4, în care fiecare are un rol bine definit.

Rezumatorul - cel care face un scurt rezumat al textului citit;

Întrebătorul – cel care pune întrebări clarificatoare;

Clarificatorul – el trebuie să aibă o viziune de ansamblu şi să încerce să răspundă întrebărilor grupului;

Prezicătorul - cel care îşi va imagina, în colaborare cu ceilalţi care va fi cursul evenimentelor.

Metoda este foarte potrivită la matematică pentru studierea textelor ştiinţifice. Elevii aceleiaşi grupe vor colabora în înţelegerea textului şi în rezolvarea sarcinilor de lucru, urmând ca frontal să se concluzioneze soluţiile.

Grupele pot avea texte diferite pe aceeaşi temă, sau pot avea fragmente ale aceluiaşi text. Ei pot lucra pe fişe diferite, urmând ca în completarea lor să fie o strânsă colaborare sau pot lucra pe o singură fişă pe care fiecare să aibă o sarcină precisă.

Avantajele acestei metode sunt : stimulează şi motivează; ajută elevii în învăţarea metodelor şi tehnicilor de lucru cu textul, tehnici de muncă intelectuală pe care le poate folosi apoi şi în mod independent; dezvoltă capacitatea de exprimare, atenţia, gândirea cu operaţiile ei şi capacitatea de ascultare activă; stimuleaza capacitatea de concentrare asupra textului de citit şi priceperea de a selecţiona esenţialul.

Exemplu:

Tema: Poliedre: descriere, reprezentare în plan, desfăşurări – Piramida – clasa a VIII-a.

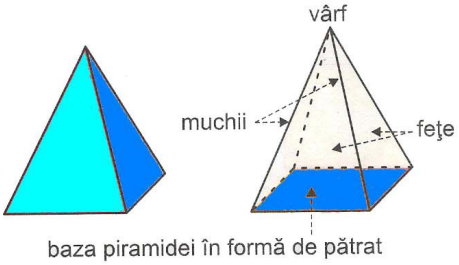
Elevii, împărţiţi în grupe de câte 4 elevi, vor primi pe fişe conţinutul ce îl vor avea de învăţat:

Fişă de lucru - Piramida

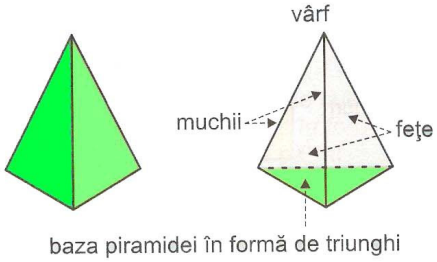
Priviţi cu atenţie imaginile!

Corpurile de mai sus se numesc piramide.

Elementele componente ale piramidei sunt:



Piramida are 4 feţe şi 8 muchii.



Piramida are 3 feţe şi 6 muchii.

Fiecare faţă a piramidei are formă de triunghi.

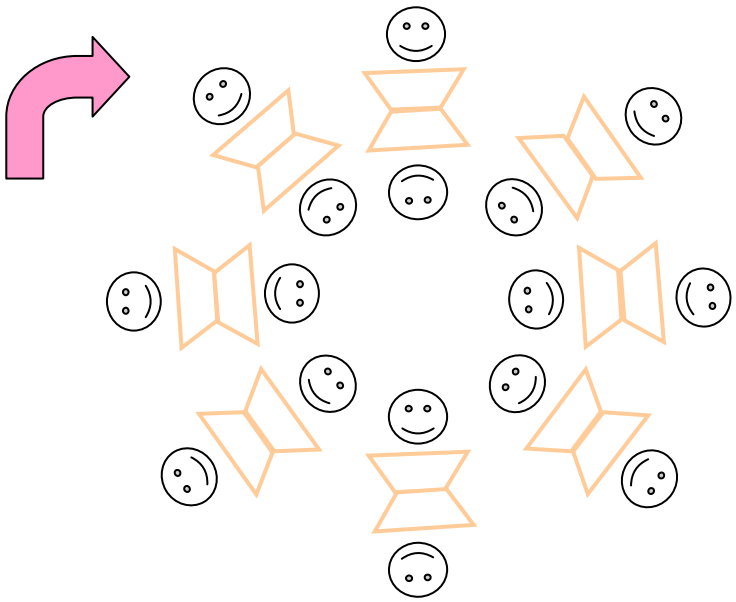
Piramida cu bază în formă de triunghi are:
3 feţe laterale;
6 muchii;
4 vârfuri.
Piramida cu bază în formă de pătrat are:
4 feţe laterale;
8 muchii;
5 vârfuri.
Rezumatorul: Formulează propoziţii referitoare la elementele componenete ale piramidei.
Întrebătorul: Pune întrebări colegilor din grupă referitoare la desfăşurările piramidelor desenate şi notează (desenează) apoi pe fişa sa răspunsurile lor.
Clarificatorul: Întocmeşte o listă de cuvinte şi expresii necunoscute, se foloseşte de cunoştinţele sale sau ale celor din grupa sa pentru a le clarifica.
Prezicătorul: Va identifica piramide în mediul încojurător sau printre obiectele cunoscute lor.

Exemplifică: în cadrul metodei predării-învăţării reciproce pentru lecţia: Figuri geometrice spaţiale, fişa de lucru: Paralelipipedul dreptunghic –clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.14.

3.8.15. Metoda "SCHIMBĂ PERECHEA" (SHARE- PAIR CIRCLES)

Share – Pair Circles este o metodă de lucru pe perechi. Se împarte clasa în două grupe egale ca număr de participanţi. Se formează două cercuri concentrice, elevii fiind faţă în faţă pe perechi.



Cadrul didactic pune o întrebare sau dă o sarcină de lucru în perechi. Fiecare pereche discută şi apoi comunică ideile. Cercul din exterior se roteşte în sensul acelor de ceasornic, realizându-se astfel schimbarea partenerilor în pereche. Elevii au posibilitatea de a lucra cu fiecare membru al clasei. Fiecare se implică în activitate şi îşi aduce contribuţia la rezolvarea sarcinii.

Etapele:

1. ***Etapa organizării colectivului în două grupe egale.***

Fiecare elev ocupă un scaun, fie în cercul din interior, fie în cercul exterior. Cadrul didactic poate să lase elevilor libertatea se a-şi alege locul sau poate organiza colectivul punând elevii să numere din doi în doi. Astfel, cei cu numărul 1 se vor aşeza în cercul interior cu faţa la exterior, iar cei cu numărul 2 în cercul exterior cu faţa către elevii din cercul interior. Stând faţă în faţă, fiecare elev are un partener. Dacă numărul de elevi este impar, la activitate poate participa şi cadrul didactic sau doi elevi pot lucra în "tandem".

2. ***Etapa prezentării şi explicării problemei:***

Cadrul didactic oferă cazurile pentru studiu, problemele de rezolvat sau situaţiile didactice şi explică importanţa soluţionării.

3. ***Etapa de lucru în perechi:***

Elevii lucrează doi câte doi pentru câteva minute. Apoi elevii din cercul exterior se mută un loc mai la dreapta pentru a schimba partenerii, realizând astfel o nouă pereche. Jocul se continuă până când se ajunge la partenerii iniţiali sau se termină întrebările.

3. ***Etapa analizei ideilor şi a elaborării concluziilor*****:**

În acest moment, clasa se regrupează şi se analizează ideile emise. Cadrul didactic face împreună cu elevii o schemă a concluziilor obţinute.

Teme de studiu**:**

- se pot da elevilor întrebări cu răspunsuri eliptice care se vor completa pe rând de către fiecare pereche, iar la final se vor analiza toate răspunsurile şi se vor face corectări şi completări.
- perechile pot rezolva câte o problemă de pe o fişă dată până la epuizarea sarcinii, iar în final se vor citi rezolvările. Se poate da următoarea comandă (după ce elevii şi-au ocupat locurile în cercurile concentrice): „Toţi elevii rezolvă punctul nr.1 din fişă, timp de 5 minute." Are loc apoi schimbarea perechilor şi se dă următoarea comandă: „Toate perechile se concentrează la punctul nr. 2 din fişă." Şi aşa mai departe, până când se termină fişa de lucru. Se reface colectivul şi se analizează pe rând răspunsurile date.

Avantajele metodei Share – Pair Circles:

− este o metodă interactivă de grup, care stimulează participarea tuturor elevilor la activitate;
− elevii au posibilitatea de a lucra cu fiecare dintre membrii colectivului;
− stimulează cooperarea în echipă, ajutorul reciproc, înţelegerea şi toleranţa faţă de opinia celuilalt;
− este o metodă uşor de aplicat la orice vârstă şi adaptabilă oricărui domeniu şi obiect de învăţământ;
− dezvoltă inteligenţa logică-matematică (capacitatea de a analiza logic problemele, de a realiza operaţii matematice şi a investiga ştiinţific sarcinile, de a face deducţii), inteligenţa interpersonală ce creează oportunităţi în munca colectivă. (Oprea, C.L., 2009, p.200)

Lucru în perechi. Copiii lucrează doi câte doi pentru câteva minute.

Copilul aflat în cercul interior spune soluţia de rezolvare iar celălalt aduce completări încercând să rezolve cerinţa. Apoi copiii din cercul exterior se mută un loc mai la dreapta pentru a schimba partenerii, realizând astfel o nouă pereche. Jocul se continuă până când se ajunge la partenerii iniţiali sau se termină.

Analiza ideilor şi a elaborării concluziilor. În acest moment, copiii se regrupează şi se vor analiza pe rând rezolvările problemelor.

Exemplu:

Tema: Proporţionalitate directă/proporţionalitate inversă - clasa a VI-a.

Etapele metodei:

1. ***Etapa organizării colectivului în două grupe egale***

Elevii au numărat din doi în doi. Cei cu numere pare se aşează în cercul interior cu faţa la exterior, iar cei cu numere impare în cercul exterior cu faţa către elevii din cercul interior.

2. ***Etapa prezentării şi explicării problemei***

Prezentarea ***fişei de lucru:***

1. Verifică dacă numerele următoare sunt direct/invers proporţionale cu următoarele numere: 3, 6, 15 cu 18, 36, 90.
   4, 16, 20 cu 24, 96, 100.
   6, 9, 18 cu 12, 4, 8.
   3, 3/2, 1 cu 2, 1, 0,(6).
   6 ; 18 ; 3,6 cu 12 ; 4 ; 20.
2. Pentru o arie dată, ce fel de mărimi sunt lungimea şi lăţimea?
3. Pentru o distanţă dată, ce fel de mărimi sunt viteza şi timpul?
3. Stabileşte care dintre următoarele perechi de mărimi sunt direct proporţionale:
   a) Lungimea laturii unui pătrat şi aria sa.
   b) Preţul unei cărţi şi numărul de pagini.
   c) Lungimea şi aria unui dreptunghi, când lăţimea sa este constantă.
   d) Timpul de săpare a unui şanţ şi lungimea acestuia.
   e) Timpul în care terminăm de citit o carte şi numărul de pagini al cărţii.
5. Un magazin a făcut o reducere de 70% pentru preţul fiecărui articol. Arată că preţul iniţial şi cel obţinut după reducere sunt mărimi direct proporţionale.

3. ***Etapa de lucru în perechi***

Elevii din cercul interior şi-au notat numele pe pagină sus, iar elevii din cercul exterior şi-au notat numele în dreptul execiţiului pe care l-au rezolvat împreună cu unul dintre elevii din cercul interior. Timp de 3 minute s-a lucrat în perechi prima sarcină de pe fişa de lucru, iar apoi la semnalul: „Schimbă perechea!”, elevii din cercul exterior s-au deplasat un loc în sensul acelor de ceasornic şi au realizat o altă pereche cu care au rezolvat sarcina următoare.

Perechile s-au schimbat până când s-au rezolvat toate sarcinile de pe fişa de lucru, şi deci până când s-a ajuns la partenerul de la început – perechea iniţială.

3. ***Etapa analizei ideilor şi a elaborării concluziilor***

În această etapă s-a realizat corectarea rezultatelor obţinute la diversele execiţii şi probleme, s-au dat explicaţii cu privire la modul de rezolvare a acestora.

Exemplifică metoda: Schimbă perechea pentru lecţia: Ecuaţii logaritmice - clasa a X-a. ***R:*** Revezi paragraful 3.8.15.

3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup

Mozaicul –fişa expert, ecusoane pentru fiecare echipă, fişă de evaluare;
Explozia stelară-o steluţă mare şi 5 steluţe mici;
Lotus-8 flori de nufăr mici şi o floare de nufăr mare;
Diagrama Venn- o diagramă Venn mare din carton şi 4, 5 sau 6 mici;
Turul galeriei- 5, 6 sau 7 foi de carton , sau de bloc de desen, sau foi A4;
Ciorchinele-discuri de mai multe mărimi şi culori, săgeţi;

Cubul-un cub, 6 fişe lucru cu: descrie, compară, analizează, argumentează, asociază, aplică, însoţite de sarcinile corespunzătoare feţei cubului, ecusoane pentru elevi conţinând cuvintele de pe feţele cubului;
Cadranele - o foaie de carton A1 pe care sunt reprezentate cele 4 cadrane, 4, 5, 6 fişe de lucru cu probleme, având fiecare de asemenea reprezentate cele 4 cadrane;
Ştiu/vreau să ştiu/am învăţat - o foaie de carton A1 pe care se realizează tabelul cu cele trei rubrici.
Răspunde –Aruncă-Interoghează- o minge, ecusoane inscripţionate;
Metoda piramidei sau ***bulgărele de zăpadă*** - o foaie de carton A1 pe care se realizează o piramidă.
Predarea-învăţarea reciprocă - fişe de lucru cu întrebări, ecusoane.

Să ne reamintim...

Metode şi tehnici active şi interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecţiile de matematică: ***Brainstorming, Cadranele, Ciorchinele, Cubul, Cvintetul, Diagrama Venn, Explozia stelară, Lotus, Mozaicul***, ***Piramida***, ***Predarea-învăţarea reciprocă***, ***R.A.I., Schimbă perechea, Ştiu/vreau să ştiu/am învăţat, Turul galeriei.***

3.9. Rezumat

În această unitate de învăţare se dobândesc cunoştinţe referitoare la metodele de predare – învăţare a matematicii în şcoală.

Se precizează conceptele: metodă de învăţământ, tehnică, învăţare prin cooperare, interactivitate, metode interactive.

Se expun metodele de predare – învăţare specifice matematicii. Astfel, se analizează şi se exemplifică demonstraţia matematică prin analiză şi sinteză, demonstraţia matematică prin reducere la absurd şi demonstraţia matematică prin inducţie matematică.

Se prezintă metodele pedagogice tradiţionale de predare: expunerea sistematică a cunoştinţelor; metoda conversaţiei; metoda exerciţiului; metoda muncii cu manualul şi cu alte auxiliare matematice.

Se analizează şi se exemplifică metodele pedagogice moderne de predare – învăţare: problematizarea; învăţarea prin descoperire; modelarea matematică; metoda învăţării pe grupe; algoritmizarea; instruirea programată; softuri educaţionale.

Se descriu metodele activ-participative utilizate în lecţia de matematică: investigaţia, proiectul.

Se prezintă metodele şi tehnicile active şi interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecţiile de matematică ale elevilor din învăţământul preuniversitar. Se descrie şi se exemplifică fiecare metodă interactivă de grup utilizată în lecţiile de matematică: Brainstorming, Cadranele, Ciorchinele, Cubul, Cvintetul, Diagrama Venn, Explozia stelară, Lotus, Mozaicul, Piramida, Predarea-învăţarea reciprocă, R.A.I., Schimbă perechea, Ştiu/vreau să ştiu/am învăţat, Turul galeriei. În final se enumeră materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup.

3.10. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Exemplifică metoda: Schimbă perechea-pentru lecţia cu tema: Limite de şiruri-clasa a XI-a.

2. Exemplifică: metoda Cubului urmată de metoda Turul galeriei-pentru o lecţie de recapitulare şi sistematizare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor referitoare la: Determinanţi -clasa a XI-a.

3. Exemplifică: metoda Mozaicului - pentru tema de studiu: Binomul lui Newton - clasa a X-a .

3. Exemplifică: metoda Cadranelor pentru o lecţie de matematică ce presupune rezolvarea unei probleme de geometrie- clasa a VI-a.

3.11. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

Revezi: exemplele din paragraful 3.8.

Resurse necesare:

*** Manualele şcolare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.

*** Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării. Programă şcolară MATEMATICĂ clasele a V-a, a VI-a, a VII-a, aVIII-a, Bucureşti, 2009.

*** Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării. Programă şcolară MATEMATICĂ clasa a IX-a . Ciclul inferior al liceului, Bucureşti, 2009.

*** Ministerul Educaţiei şi Cercetării. Consiliul Naţional pentru Curriculum. Programe şcolare pentru ciclul superior al liceului. MATEMATICĂ, clasa a XII-a, Bucureşti, 2006.

*** Ministerul Educaţiei şi Cercetării. Consiliul Naţional pentru Curriculum. Programe şcolare pentru clasa a X-a. Ciclul inferior al liceului. MATEMATICĂ, Bucureşti, 2004.

*** Ministerul Educaţiei şi Cercetării. Consiliul Naţional pentru Curriculum. Programe şcolare pentru ciclul superior al liceului. MATEMATICĂ, clasa a XI-a, Bucureşti, 2006.

Unitatea de învăţare 4. Mijloace didactice utilizate în lecţia de matematică

Cuprins

4.1. Introducere 135
4.2. Competenţe 135
4.3. Mijloace didactice 135
4.4. Locul şi rolul mijloacelor didactice în conştientizarea noţiunilor matematice 138
4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică 142
4.6. Rezumat 156
4.7. Test de autoevaluare 156
4.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 156
Temă de control 1 156

4.1. Introducere

Predarea matematicii în învăţământul preuniversitar şi însuşirea ei de către elevi depinde de mijloacele didactice pe care profesorul le utilizează în predarea ei.

Dacă în lecţia de matematică cadrul didactic valorifică cât mai deplin mijloace didactice variate, ingenios confecţionate, atractive, aceasta va conduce atât la creşterea "simpatiei" elevilor faţă de această disciplină, cât şi la realizarea eficientă a obiectivelor lecţiei şi implicit la obţinerea progresului la matematică.

În această unitate de învăţare se prezintă noţiunile teoretice de bază referitoare la mijloacele didactice utilizate în lecţia de matematică.

4.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

-să precizeze conceptul de mijloc didactic;
-să explice factorii determinanţi în activitatea de confecţionare a mijloacelor didactic cu elevii;
-să prezinte locul şi rolul mijloacelor didactice în conştientizarea noţiunilor matematice;
-să enumere mijloacele didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

4.3. Mijloace didactice

Mijloacele didactice reprezintă ansamblul instrumentelor materiale, naturale, tehnice etc., selectate şi adaptate pedagogic la nivelul metodelor şi al procedeelor de instruire pentru realizare eficientă a sarcinilor proiectate la nivelul activităţii de predare-învăţare-evaluare. (Cristea, S., 1998) Ele amplifică valoarea metodelor şi împreună cu acestea contribuie la realizarea obiectivelor educaţiei.

Mijloacele didactice sunt instrumente care facilitează transmiterea informaţiei ca act al predării, sprijinind şi stimulând în acelaşi timp activitatea de învăţare. Ele, însă, nu se substituie activităţii de predare, ci doar amplifică şi diversifică funcţiile acesteia printr-o mai bună ordonare şi valorificare a informaţiei transmise. Oricât s-ar perfecţiona aceste mijloace, ele nu vor putea înlocui activitatea profesorului, ci doar îl vor ajuta pentru a-şi îndeplini mai bine sarcinile ce-i revin.

În afara ***funcţiei informative*** (de transmitere de cunoştinţe), mijloacele didactice au şi o ***funcţie formativă***, ajutându-i pe elevi să se familiarizeze cu mânuirea şi selectarea unor instrumente absolut necesare înţelegerii noţiunilor ce urmează a fi predate. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.42)

Mijloacele didactice acoperă întregul înţeles al instrumentaţiei didactice în scopul realizării obiectivelor educaţionale.

Realizarea unei eficienţe sporite a mijloacelor didactice în procesul instructiv-educativ depinde şi de măiestria cu care cadrul didactic reuşeşte să integreze efectiv aceste mijloace în cadrul formelor de organizare.

Procesul de integrare a acestor mijloace de învăţământ solicită cadrului didactic o pregătire activă complexă, care începe cu mult înainte de desfăşurarea activităţii propriu-zise şi se încheie o dată cu stabilirea concluziilor desprinse din evaluarea acesteia, pe baza cărora se vor adopta apoi măsuri pentru optimizarea activităţii didactice. Înainte de începerea activităţii didactice este necesar să se stabilească şi să se formuleze clar obiectivele urmărite prin folosirea mijloacelor de învăţământ.

Mijloacele didactice pot fi definite şi ca auxiliare prin care se poate mări valoarea formativă sau informativă a metodelor didactice în procesul de învăţământ, ele cuprinzând: scheme, hărţi, planşe, filme, diapozitive, poze, etc.

Adoptând atitudinea unui observator discret, aparent pasiv, profesorul poate, dacă a ales cu grijă mijloacele didactice, să creeze o situaţie în care grupul se autoinstruieşte, să dezvolte la membrii săi spiritul critic, care îi va permite să obţină învăţăminte pentru situaţii reale de viaţă.

Exerciţiile bazate pe jocurile didactice, pe utilizarea unui calculator electronic, sunt eficiente: elevii acţionează ei înşişi, sunt antrenaţi să participe, să facă apel la propria lor experienţă;

Mijloacele didactice folosite în abordarea interdisciplinară a problematicii predate, permite cadrelor didactice să lărgească câmpul de cunoştinţe al elevilor.

Cerinţele esenţiale - ***tehnice, sociale*** şi ***psihopedagogice*** - factori determinanţi în activitatea de confecţionare a mijloacelor didactice cu elevii.(Jinga, I., Istrate, E., 2001; Panţuru,S., Păcurar, D.C.,1997)

1) ***Cerinţe sociale***

Preocuparea cadrelor didactice de a lega noţiunile teoretice de formarea deprinderilor practice la elevi, face să apară necesitatea confecţionării cu elevii de material didactic nou, a reparării şi întreţinerii celui existent.

Acţiunea de autodotare a dus la crearea în şcoli a numeroase noi laboratoare audio-vizuale, la crearea şi la îmbogăţirea sortimentelor de material didactic.

Ea înseamnă nu numai producerea de valori materiale, deoarece autodotarea interesează nu numai sub aspect economic, ci mai mult sub aspect educativ, pentru că se urmăreşte pregătirea oamenilor capabili să făurească obiecte utile.

Scopul final al activităţii de confecţionare a materialului didactic cu elevii este pregătirea tânărului pentru viaţă, viaţa făcându-l apt să trăiască în sânul societăţii ca om instruit, cu spirit creator şi cu personalitate profesională.

2) ***Cerinţe tehnice***

Şcoala are nevoie de material didactic cu caracteristici tehnice şi didactice superioare, cu gabarite şi performanţe care trebuie să răspundă exigenţelor modernizării întregului învăţământ matematic.

Plecând de la această cerinţă, în realizarea diferitelor dispozitive şi aparate, s-a urmărit ca mijlocul didactic confecţionat cu elevii să întrunească anumite ***cerinţe tehnice***:

-să fie cât mai simplu, spre a fi cât mai uşor intuit;

-să fie cât mai comod de mânuit (mijlocul didactic să fie demontabil);
-să aibă un anumit dinamism, care să stimuleze interesul elevului pentru studiu;
-să promoveze concepţia modernă dinamică asupra matematicii, în locul concepţiei tradiţionale cu caracter static;
-să fie astfel construit încât să atragă privirea elevului, să-l determine să-şi pună întrebări şi să-l ajute să le afle răspunsul;
-modelul trebuie să fie fidel; se înţelege prin aceasta că trebuie să existe între model şi original analogii destul de numeroase, pentru ca sugestiile făcute de funcţionarea modelului să fie valabile pentru original;
-mijlocul didactic confecţionat să fie adaptat, în limita posibilităţilor, la elementele moderne, care au fost introduse în programele şi manualele şcolare şi să contribuie eficient la construirea unei tehnologii didactice moderne;
-mijlocul didactic confecţionat trebuie însoţit de cataloage, instrucţiuni şi normative cu privire la valoarea intuitivă, metodica folosirii, prezentarea şi întreţinerea lui.

3) ***Cerinţe psihopedagogice***

În misiunea sa delicată de a conduce elevul de la cunoştinţe intuitive la cunoştinţe logice, cadrul didactic se sprijină adesea pe folosirea judicioasă a mijloacelor didactice. Profesorul simte nevoia să confecţioneze singur, sau, pe baza concepţiei lui, împreună cu elevii, diferite dispozitive, aparate, planşe, scheme etc., menite să determine o mai bună însuşire a noţiunilor predate.

Dacă profesorul pleacă de la concepţia că matematica este o colecţie de structuri (axiomatice), atunci munca sa de predare cu siguranţă va fi influenţată de această concepţie.

În cazul când acesta stăruie asupra concepţiei că matematica nu se manifestă decât în legătură cu situaţiile vieţii practice, materia va fi probabil prezentată ca un amestec de experienţe şi de procese de gândire asupra acestor experimente. Cadrul didactic trebuie să folosească aceste concepţii în mod echilibrat, fără să absolutizeze una în dauna celeilalte.

Rolul profesorului la matematică constă în a conduce elevul să treacă de la cunoştinţele căpătate pe planul intuitiv la cunoştinţele organizate la nivelul logic.

Modernizarea conţinutului şi spiritului matematicii elementare necesită o revizuire completă, o nouă optică în ceea ce priveşte materialele şi mijloacele folosite în clasă. Folosirea desenului, a modelului spaţial, a filmului etc., trebuie făcută judicios, la locul şi timpul potrivit din lecţie.

Utilizarea abuzivă, fără discernământ, a materialului didactic la lecţie constituie un pericol, dezvoltă la elevi intuiţia în dauna logicii; prin logică, demonstrezi, prin intuiţie inventezi.

Pe langă funcţia informativă (de transmitere de cunoştinţe), ele au şi o funcţie formativă, familiarizând elevii cu mânuirea, selectarea unor instrumente indispensabile pentru descrierea şi înţelegerea de noi aspecte ale realităţii.

Mijloacele didactice se pot grupa în ***două mari categorii***: (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.42)

- ***ce cuprind mesaj didactic*** (manuale, culegeri, modele, planşe, tabele cu formule, scheme structurale, seturi de teste);
- ***care facilitează transmiterea mesajelor didactice*** (computerul, internet).

Mijloacele de didactice se dovedesc utile atâta timp cât sunt integrate în contextul lecţiilor; suplimentează explicaţiile verbale, cărora le oferă mai mult suport vizibil, intuitiv; îi familiarizează pe elevi cu o realitate mai greu accesibilă pe cale directă; consolidează cunoştinţe şi deprinderi; eficientizează folosirea timpului de instruire.

Să ne reamintim...

- ***Mijloacele didactice*** pot fi definite ca un ansamblu de instrumente materiale produse, adaptate şi selecţionate în mod intenţionat pentru a servi nevoilor organizării şi desfăşurării procesului de învăţământ. Ele amplifică valoarea metodelor şi împreună cu acestea contribuie la realizarea obiectivelor educaţiei.
- ***Cerinţele*** esenţiale - ***tehnice, sociale şi psihopedagogice*** - sunt în interacţiune şi interdependenţă şi constituie ***factori determinanţi în activitatea de confecţionare a mijloacelor didactice cu elevii***.

To Do:

Prezintă cerinţele tehnice - unul dintre factorii determinanţi în activitatea de confecţionare a materialului didactic cu elevii.

R: Revezi paragraful 4.3.

4.4. Locul şi rolul mijloacelor didactice în conştientizarea noţiunilor matematice

Matematica modernă, deşi aparent abstractă, se cere a fi folosită prin bogate mijloace concrete care să implice gândirea logică în operaţii efectuate cu obiectele. Mai mult decât în oricare domeniu, mijloacele didactice utilizate în învăţarea matematicii trebuie ca atât prin structura, cât şi prin modul lor de folosire, să conţină elemente care să stimuleze operaţiile intelectuale, să sugereze generalizări, să mobilizeze elevii în actul cunoaşterii.

Dezvoltarea gândirii intuitive în şcoală constituie una din problemele cele mai importante ale educaţiei intelectuale a elevilor, întrucât fără capacitate intuitivă nu este posibilă invenţia şi descoperirea.Gândirea intuitivă la rândul ei trebuie completată cu gândirea logică şi analitică a procesului învaţării. În şcoală e necesar să se favorizeze manifestarea gândirii intuitive, dar în acelaşi timp elevii să fie iniţiaţi în sistemul logic de cunoaştere.(Golu, P., Verza, E., Zlate, M., 1995)

În practica şcolară, trecerea la o nouă calitate a muncii este condiţionată de perfecţionarea şi modernizarea metodelor, iar valoarea unei metode este adeseori dată de valoarea procedeelor de aplicare care trebuie ordonate într-un tot unitar în care îşi găseşte locul cuvenit, desigur, folosirea celui mai adecvat şi eficient material didactic-inuitiv, care nu trebuie impus şi nici limitat.

Fiecare profesor trebuie să-şi selecteze acel material, care, potrivit colectivului de elevi, poate asigura randamentul şcolar. Nu un material intuitiv încărcat şi greu de mânuit duce la eficienţă ci un material simplu, dar cu înalt grad de operativitate.

Imaginea joacă un anumit rol în intuirea soluţiilor matematice, dar nu un rol decisiv.

Profesorul poate folosi seturi tematice de exerciţii, gradate după dificultate. La acestea se anexează seturi diferite ce cuprind indicaţiile de rezolvare, răspunsurile sau chiar rezolvările complete ale exerciţiilor iniţiale, material la care elevul poate apela după caz.

În definirea noţiunilor (mai ales în cadrul analizei matematice), reprezentările intuitive se dovedesc deosebit de folositoare dacă sunt utilizate înainte de a da definiţii formalizate.

În activitatea de predare, este recomandat ca profesorul să întrebuinţeze anumite planşe care să faciliteze accesul la informaţie al elevului. Ele trebuie să fie corect realizate, să evidenţieze esenţialul şi să poată fi văzute din orice colţ al clasei.

Exemplu (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.43)

Planşe cu:

- grafice de funcţii elementare;
- clasificarea şirurilor (din punctul de vedere al monotoniei, mărginirii, convergenţei) folosind reprezentarea pe axă şi graficul, cu menţionarea unor termeni ai şirurilor alese, poziţia unor puncte de pe grafic şi definiţia formalizată;
- grafice ale unor funcţii cu ajutorul cărora se poate introduce noţiunea de continuitate (folosind planşa, elevii să poată preciza care funcţii sunt continue într-un punct dat şi care nu, să determine punctele de discontinuitate ale unei funcţii, să poată prelungi prin continuitate o funcţie);
- interpretarea geometrică a derivatelor laterale;
- limite fundamentale de şiruri şi de funcţii, derivate, primitive;
- aplicaţiile integralelor definite;
- operaţii şi relaţii cu mulţimi;
- tipuri de ecuaţii algebrice;
- structuri algebrice;
- formule trigonometrice;
- corpuri geometrice;
- patrulatere, relaţii metrice, etc;

În ultima perioadă, computerele şi tehnica informaţională au devenit un mijloc didactic foarte utilizat. Studiile pedagogice au dovedit eficienţa materialelor de instruire interactive, multimedia, arătând că ele stimulează creativitatea şi facilitează învăţarea prin exersare, descoperire, nu prin memorare.

Specialiştii companiei SIVECO Romania S.A., sprijiniţi de pedagogi, psihologi şi metodişti cu experienţă au dezvoltat un sistem complet de instruire asistată de calculator, ***AeL Educational***. Această platformă de eLearning este un sistem integrat de predare-învăţare şi gestiune a conţinutului, bazat pe principii educaţionale moderne. Ea oferă suport pentru predare şi învăţare, pentru testare şi evaluare, pentru administrarea conţinutului, monitorizarea procesului de învăţământ. În prezent, există implementări AeL în învăţământul preuniversitar, universitar şi la corporaţii, pentru nevoile de instruire internă. Sistemul poate fi utilizat de către toţi participanţii la actul educaţional (profesori, elevi, părinţi, realizatori de conţinut educaţional, etc.). Aceştia au astfel acces la materiale interactive de tip multimedia, ghiduri interactive, exerciţii, imulări, jocuri educaţionale. Dintre principalele caracteristici ale acestui sistem, se menţionează:

- profesorul poate controla şi monitoriza procesul educativ;
- sistemul poate fi folosit atât în activitatea dirijată cât şi în cea independentă, fiind un instrument complementar (nu alternativ) metodelor clasice de predare;
- în procesul de predare-învăţare, sunt integrate mijloace informatice moderne în acord cu principiile psiho-pedagogice;
- stimulează la elevi competiţia, creativitatea, lucrul în echipă.

Confecţionarea materialului didactic cu elevii contribuie la educarea lor prin muncă şi pentru muncă.

În activitatea practică de confecţionare a mijloacelor didactice se realizează obiectivele educaţionale privitoare la dezvoltarea spiritului aplicativ, a aptitudinilor creatoare, îndemânarea, gustul pentru frumos, formarea personalităţii în acţiune etc. Elevilor, care ştiu că au de lucrat ceva folositor şi văd cu proprii lor ochi că ceea ce au făcut se utilizează la lecţii, le sporeşte încrederea în forţele proprii şi se descoperă pe ei înşişi. Aceasta este o cerinţă esenţială a educării prin muncă.

De asemenea, se manifestă la elevi atât colectivismul, cât şi grija pentru gospodărirea şi păstrarea mijloacelor didactice.

Exemplu ***Sugestii de proiectare, confecţionare şi utilizare a unor materiale didactice, în concordanţă cu obiectivele urmărite şi cu nivelul de achiziţii anterioare ale elevilor.*** (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.44 - 47)

Materialele prezentate pot fi realizate din hârtie. Exemplele de activităţi de învăţare şi sugestiile privind confecţionarea materialului didactic necesar sunt grupate în funcţie de obiectivele vizate.

A. Demonstrarea şi verificarea unor proprietăţi geometrice

Obiective vizate:

- Formarea de abilităţi matematice, prin folosirea unui suport intuitiv uşor de manevrat şi uşor de procurat.

Exemplu: Cereţi elevilor să decupeze din hârtie sau din carton câte un triunghi ascuţitunghic, iar apoi să construiască înălţimile (respectiv bisectoarele, medianele) triunghiului doar prin îndoirea figurii din hârtie. Solicitaţi justificarea construcţiei făcute, apoi cereţi-le să formuleze observaţii în legătură cu figura formată;

- Verificarea practică a unor proprietăţi la care s-a ajuns în urma unui raţionament matematic.

***Exemplu*:** Cereţi elevilor să decupeze din hârtie sau din carton un pătrat, un paralelogram şi un romb. Solicitaţi verificarea următoarelor proprietăţi, folosind îndoirea figurilor realizate:

- diagonalele pătratului sunt axe de simetrie;
- diagonalele pătratului sunt bisectoarele unghiurilor;
- paralelogramul are centru de simetrie;
- diagonalele rombului sunt axe de simetrie.

Exemple de probe de evaluare în care este utilizat materialul didactic:

Exemplul 1. (clasa a VI-a, semestrul al II-lea):

1. Prin îndoirea unei foi dreptunghiulare de hârtie, construiţi un triunghi isoscel pe care îl notăm ABC ($AB = AC$).
2. Construiţi bisectoarea AD a triunghiului, folosind doar îndoituri din hârtie. Justificaţi corectitudinea construcţiei.
3. Construiţi linia mijlocie MN (cu $M \in AB$ şi $N \in AC$) a triunghiului folosind doar îndoituri ale figurii. Demonstraţi corectitudinea construcţiei.
4. Verificaţi practic şi demonstraţi că MN trece prin mijlocul bisectoarei AD .
5. Construiţi înălţimea CE folosind îndoirea figurii din hârtie, apoi construiţi linia mijlocie paralelă cu BA. Enunţaţi, verificaţi şi demonstraţi o proprietate a acestor segmente.

Exemplul 2. (clasa a VII-a, semestrul I):

1. Considerăm că am decupat anterior două paralelograme. Descrieţi modul în care obţinem din acestea un romb, respectiv un trapez.
2. Folosind simboluri matematice, scrieţi câteva proprietăţi ale acestora.
3. Verificaţi aceste proprietăţi folosind îndoituri ale figurii obţinute şi descrieţi în scris aceste verificări.
4. Construiţi, folosind îndoituri ale hârtiei, linia mijlocie a trapezului. Măsuraţi linia mijlocie şi segmentul determinat de diagonalele trapezului pe aceasta. Comparaţi aceste lungimi cu suma, respectiv diferenţa bazelor trapezului. Stabiliţi şi demonstraţi formulele de calcul ale celor două segmente în funcţie de lungimile bazelor.

5. Marcaţi un punct pe latura rombului. Folosiţi îndoiri ale hârtiei pentru a construi simetricul acestui punct faţă de centrul rombului. Verificaţi practic, apoi demonstraţi riguros că cele două puncte de pe laturi şi două dintre vârfurile opuse ale rombului formează un aralelogram.

Exemplul 3. (clasa a VII-a, semestrul I):

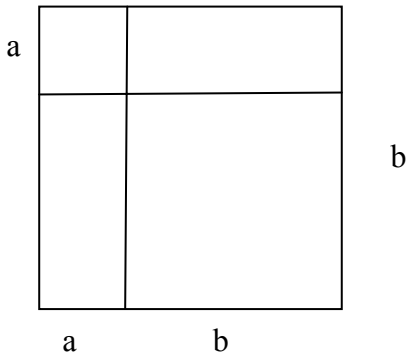
1. Dintr-o foaie de hârtie dreptunghiulară, decupaţi un triunghi dreptunghic isoscel. Argumentaţi în scris construcţia făcută.
2. Construiţi liniile mijlocii ale triunghiului, doar prin îndoirea hârtiei.
3. Precizaţi ce proprietăţi au două dintre liniile mijlocii.
4. Verificaţi prin îndoirea figurii proprietatea: lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea ipotenuzei.
5. Se ştie că aria unui pătrat este egală cu pătratul lungimii laturii pătratului. Verificaţi prin îndoirea triunghiului dreptunghic isoscel că aria acestuia este jumătate din pătratul lungimii unei catete.

B. Utilizarea unor construcţii din hârtie în scopul ilustrării unor teoreme sau formule.

Obiective vizate:

- Interpretarea geometrică a unor formule algebrice.

***Exemplu*:** Pentru a interpreta geometric formula $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, decupaţi din carton două pătrate şi două dreptunghiuri si aşezaţi-le pentru a forma un pătrat după cum urmează:



- Precizarea unor proprietăţi prin observarea corpurilor geometrice.

Exemplul 1. Cereţi elevilor să construiască din carton mai multe cuburi de laturi egale. Folosiţi astfel de cuburi pentru a forma un cub cu latura de două ori mai mare. Solicitaţi precizarea relaţiei dintre latura cubului şi volum, înainte de actualizarea formulei de calcul a volumului.

Exemplul 2. Construiţi din carton trei tetraedre ce formează prin asamblare o prismă triunghiulară. Comparaţi bazele şi înălţimile tetraedrelor, apoi cereţi elevilor să găsească formula de calcul pentru volumul piramidei. ***Considerăm că formula pentru volumul piramidei nu se poate înţelege fără un astfel de suport intuitiv.***

Exemplu de probă de evaluare (clasa a VI-a, semestrul al II-lea):

1. Decupaţi din carton 2 dreptunghiuri având dimensiunile 0,5 cm şi 1 cm, respectiv, 0,5 cm şi 0,25 cm, un pătrat cu latura de 0,5 cm şi două pătrate cu latura de 0,25 cm. Arătaţi că, prin alăturarea lor, se obţine un pătrat.
2. Calculaţi ariile figurilor iniţiale şi aria pătratului obţinut. Folosind aceste rezultate, deduceţi apoi egalitatea:
$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 = 1 – 1/16$.
3. Ce construcţie asemănătoare ar trebui realizată pentru a calcula:
$1/2 + 1/4 + ... + = 1/2^n$?

Sarcina principală în predarea geometriei este de a-l pune pe elev, în prezenţa problemelor, să desfăşoare o activitate vie şi proprie de descoperire

În afara mijloacelor didactice descrise, o deosebită valoare didactică o au şi desenele făcute de profesor pe tablă cu cretă colorată. Ele se pot realiza succesiv pe măsura avansării explicaţiilor în timpul orei. Se pot reda prin desen unele probleme fără text sau unele jocuri matematice.

Mijloacele didactice sunt folosite de multe ori în etapa de captare a atenţiei, însă acesta este de un real ajutor şi în celelalte etape ale lecţiei, la predarea sau fixarea cunoştinţelor.

Utilizarea mijloacelor didactice intuitiv în procesul de învăţământ contribuie la stimularea atenţiei, la însuşirea şi memorarea temeinică a cunoştinţelor, la formarea unei gândiri clare şi profunde, la apropierea şcolii de viaţă, de practică.

4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică

Materiale matematică clasele V-VIII
Materiale EDU

-Aritmetică recreativă.
-Matematică fără calcule.
-Matematică pe calculator opţional clasa a VIII-a.
-Model de teză clasa a V-a semestrul I.
-Model de teză clasa a VI-a semestrul I.
-Model de teză clasa a V-a semestrul II.
-Planificare anuală clasa aV-a.
-Planificare anuală clasa aVI-a.
-Planificare anuală clasa aVII-a.
-Planificare anuală clasa aVIII-a.
-Planificare anuală clasele V-VIII.
-Planificare opţional.
-Rebusuri matematice.
-Varietăţi matematice.

http://www.materiale-didactice.ro/index.php/matematica

Alte materiale
http://www.didactic.ro/materiale-didactice/129967_predarea-interactiva-a-matematicii-in-gimnaziu

PLANŞE

-Algoritm de rezolvare (Ecuaţii de gradul I).
-Aria suprafeţelor poligonale.
-Calculul ariei suprafeţei şi a volumelor corpurilor.
-Calculul perimetrului şi ariei suprafeţei, figuri geometrice.
-Cercul.
-Cilindrul circular drept.Sfera.
-Ecuaţii şi sisteme cu o necunoscută-Elemente de trigonometrie.
-Formule de calcul prescurtat-Arii(duo).
-Funcţia de gradul al doilea.
-Funcţia lineară(transformări).
-Funcţia modul (Valoare absolută).
-Funcţii de gradul II cu o necunoscută-Transformări geometrice.
-Linii importante în triunghi.

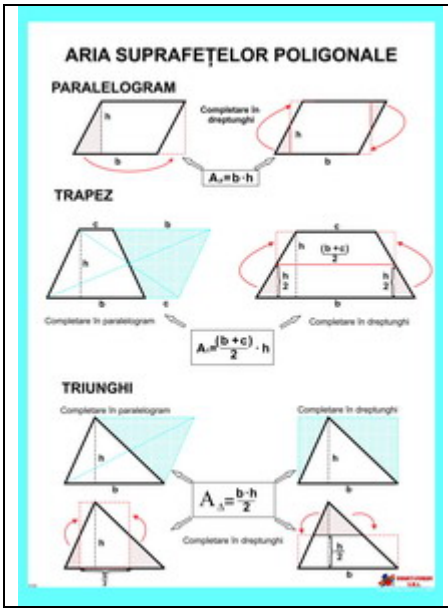
-Mulţimi (Noţiuni de teoria mulţimilor).
-Mulţimi/Funcţii (duo).
-Noţiuni geometrice.
-Numere reale/Funcţii (2) (duo).
-Pătrate şi radicali(tabele de uz general).
-Patrulatere.

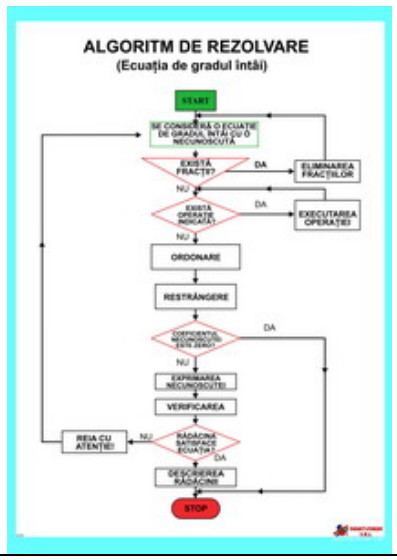
FIGURI GEOMETRICE 3D

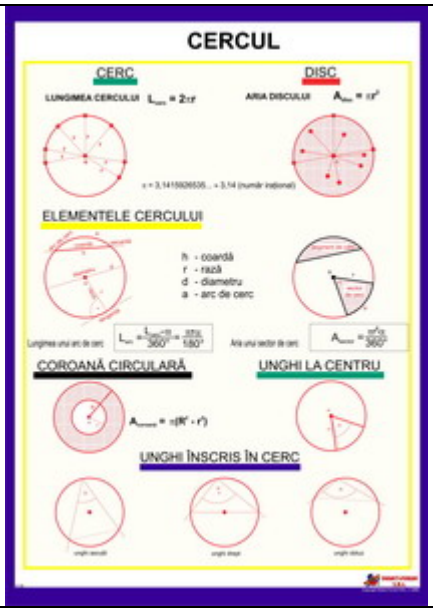
-Beţisoare şi legături 25cm.
-Cilindru.
-Con.
-Con în secţiune triunghiulară.
-Cub în secţiune pătratică.
-Cub în secţiune triunghiulară.
-Paralelipiped dreptunghic.
-Piramida hexagonală regulată.
-Piramida pentagonală regulată.
-Piramida triungiulară regulată.
-Prisma triunghiulară regulată.
-Prisma hexagonală.
-Prisma hexagonală în secţiune dreptunghiulară.
-Set corpuri geometrice.
-Set corpuri geometrice/forme desfăşurate.

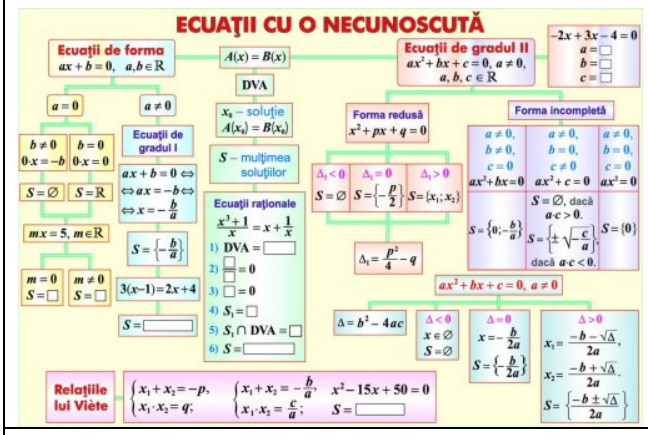
SOFT EDUCAŢIONAL

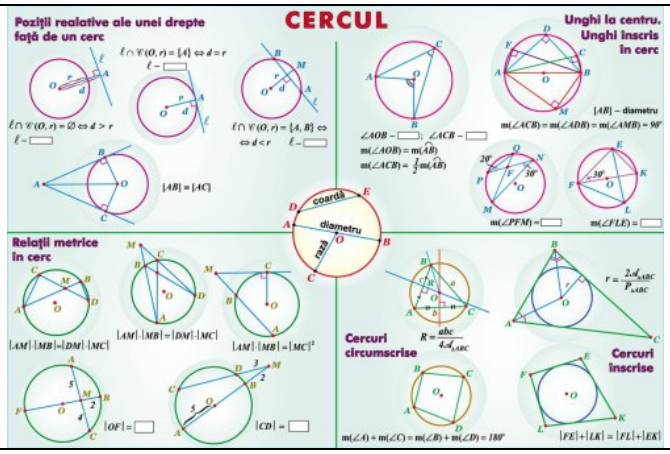
-Culegere Electronică interactivă clasa aV-a.
-Culegere Electronică interactivă clasa aVI-a.
-Culegere Electronică interactivă clasa aVII-a.
-Culegere Electronică interactivă clasa aVIII-a..
-Culegere Matematică Gimnaziu.

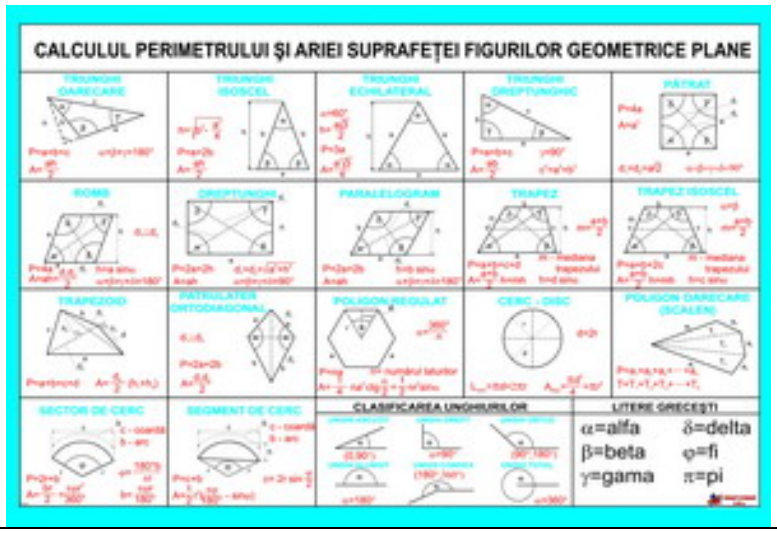


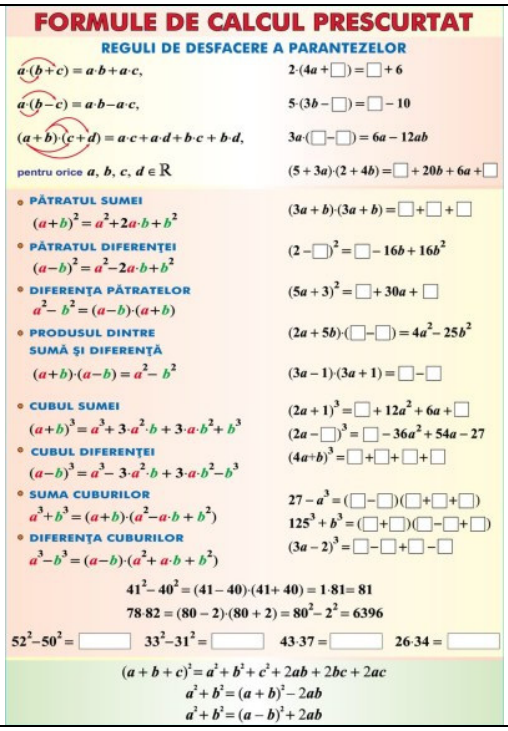


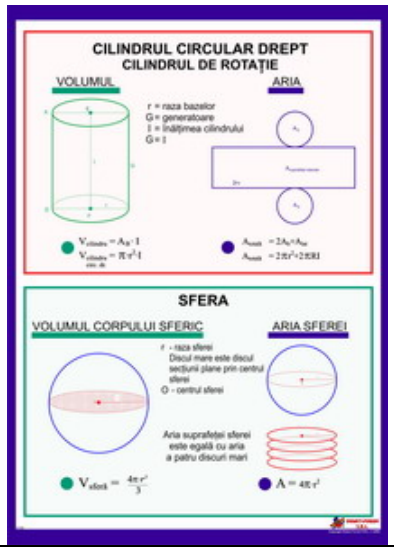


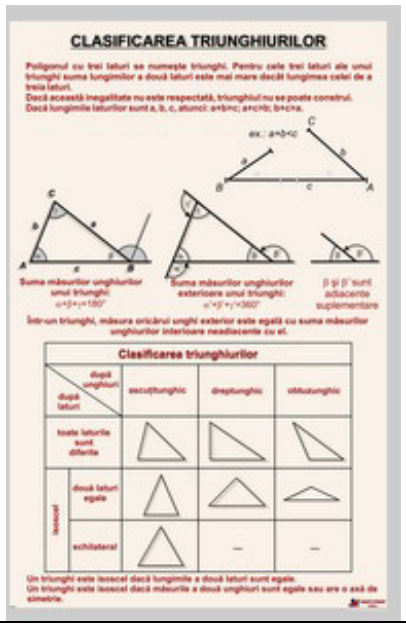

ECUAŢII CU O NECUNOSCUTĂ
Ecuaţii de forma
Ecuaţii de gradul I
Ecuaţii de gradul II
Forma redusă
Forma incompletă
Ecuaţii raţionale
DVA
S – mulţimea soluţiilor
Relaţiile lui Viète

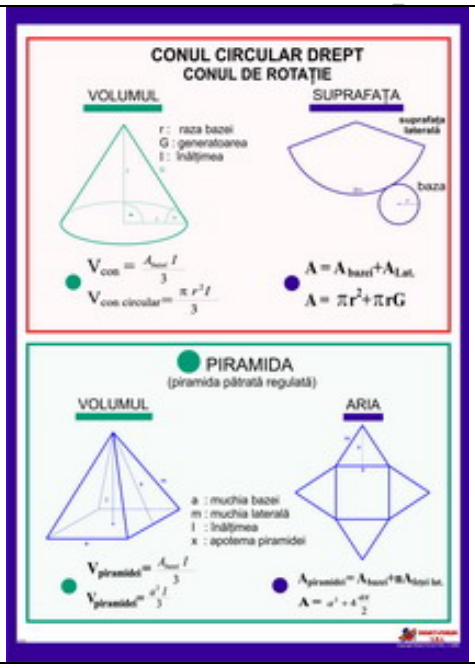

CERCUL
Poziţii reale ale unei drepte faţă de un cerc
Unghi la centru. Unghi înscris în cerc
Relaţii metrice în cerc
coardă
diametru
rază
Cercuri circumscrise
Cercuri înscrise

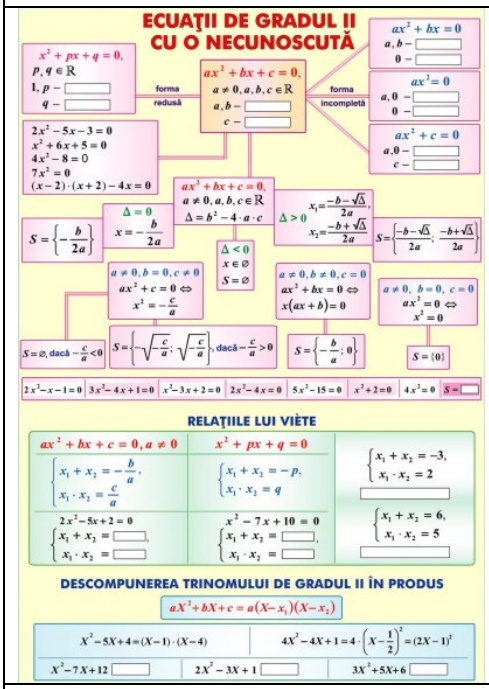

CALCULUL PERIMETRULUI ŞI ARIEI SUPRAFEŢEI FIGURILOR GEOMETRICE PLANE
CLASIFICAREA UNGHIURILOR
LITERE GRECEŞTI
α=alfa
β=beta
γ=gama
δ=delta
φ=fi
π=pi

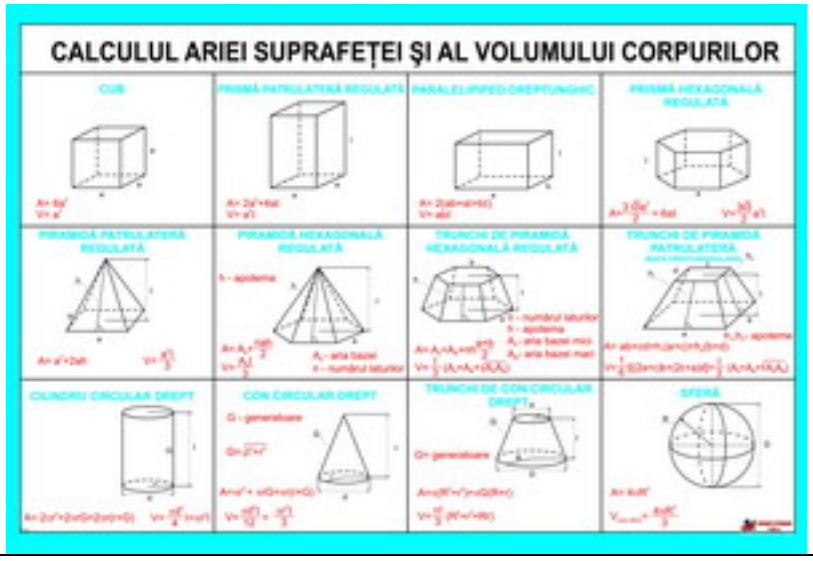

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT
REGULI DE DESFACERE A PARANTEZELOR
PĂTRATUL SUMEI
PĂTRATUL DIFERENŢEI
DIFERENŢA PĂTRATELOR
PRODUSUL DINTRE SUMĂ ŞI DIFERENŢĂ
CUBUL SUMEI
CUBUL DIFERENŢEI
SUMA CUBURILOR
DIFERENŢA CUBURILOR

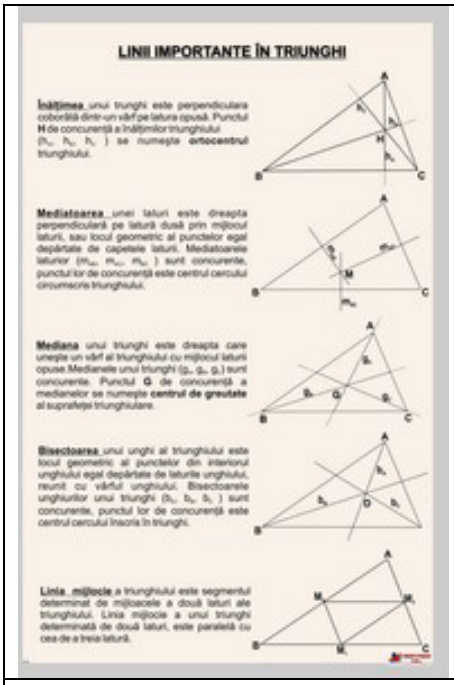

CILINDRUL CIRCULAR DREPT
CILINDRUL DE ROTAŢIE
VOLUMUL
ARIA
SFERA
VOLUMUL CORPULUI SFERIC
ARIA SFEREI

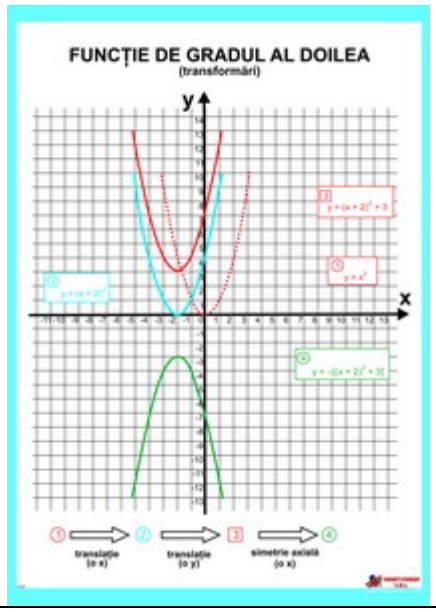

CLASIFICAREA TRIUNGHIURILOR
Clasificarea triunghiurilor

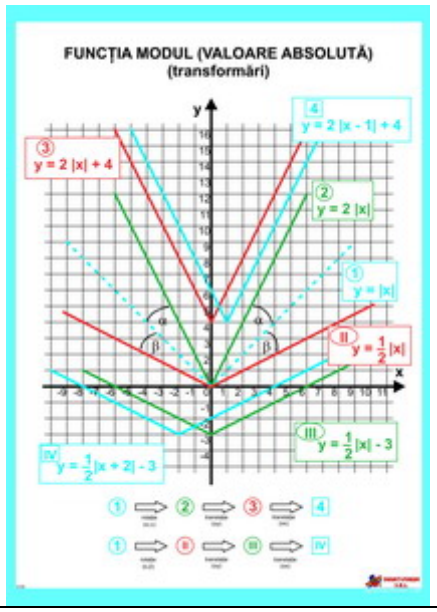

CONUL CIRCULAR DREPT
CONUL DE ROTAŢIE
VOLUMUL
SUPRAFAŢA
PIRAMIDA
(piramida pătrată regulată)
VOLUMUL
ARIA


ECUAŢII DE GRADUL II
CU O NECUNOSCUTĂ
RELAŢIILE LUI VIÈTE
DESCOMPUNEREA TRINOMULUI DE GRADUL II ÎN PRODUS


CALCULUL ARIEI SUPRAFEŢEI ŞI AL VOLUMULUI CORPURILOR


LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI
Înălțimea unui triunghi este perpendiculara coborâtă dintr-un vârf pe latura opusă. Punctul H de concurență a înălțimilor triunghiului (h_a, h_b, h_c) se numește ortocentrul triunghiului.
Mediatoarea unei laturi este dreapta perpendiculară pe latură dusă prin mijlocul laturii, sau locul geometric al punctelor egal depărtate de capetele laturii. Mediatoarele laturilor (m_a, m_b, m_c) sunt concurente, punctul lor de concurență este centrul cercului circumscris triunghiului.
Mediana unui triunghi este dreapta care unește un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse. Medianele unui triunghi (g_a, g_b, g_c) sunt concurente. Punctul G de concurență a medianelor se numește centrul de greutate al suprafeței triunghiulare.
Bisectoarea unui unghi al triunghiului este locul geometric al punctelor din interiorul unghiului egal depărtate de laturile unghiului, reunit cu vârful unghiului. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi (b_a, b_b, b_c) sunt concurente, punctul lor de concurență este centrul cercului înscris în triunghi.
Linia mijlocie a triunghiului este segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului. Linia mijlocie a unui triunghi determinată de două laturi, este paralelă cu cea de a treia latură.





INECUAŢII CU O NECUNOSCUTĂ

Mulţimea	Intervale de numere: se scrie	Intervale de numere: se reprezintă pe axă	Figura geometrică	Mulţimea	Intervale de numere: se scrie	Intervale de numere: se reprezintă pe axă	Figura geometrică
$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ a\le x\le b\}$	$[a;b]$		$[AB]$	$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ x>a\}$	$(a;+\infty)$		$(AB$
$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ a\le x<b\}$	$[a;b)$		$[AB)$	$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ x\ge a\}$	$[a;+\infty)$		$[AB$
$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ a<x\le b\}$	$(a;b]$		$(AB]$	$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ x<b\}$	$(-\infty;b)$		$(BA$
$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ a<x<b\}$	$(a;b)$		(AB)	$\{x \mid x\in\mathbb{R},\ x\le b\}$	$(-\infty;b]$		$[BA$
				$\{x \mid x\in\mathbb{R}\}$	$(-\infty;+\infty)$		AB

Proprietăţi ale relaţiilor de inegalitate

$a\in\mathbb{R},\ b\in\mathbb{R},\ c\in\mathbb{R}$

$a<b \Leftrightarrow a+c<b+c$, pentru orice $c\in\mathbb{R}$	$5<7 \Leftrightarrow 5+3\square 7+3$
$a<b \Leftrightarrow a\cdot c<b\cdot c$, pentru orice $c>0$	$3<4 \Leftrightarrow 3\cdot 1{,}2\square 4\cdot 1{,}2$
$a<b \Leftrightarrow a\cdot c>b\cdot c$, pentru orice $c<0$	$1<5 \Leftrightarrow 1\cdot(-4)\square 5\cdot(-4)$
$a<b \Leftrightarrow \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, pentru orice $a>0,\ b>0$	$4<6 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\square\frac{1}{6}$

Inecuaţii de gradul I cu o necunoscută

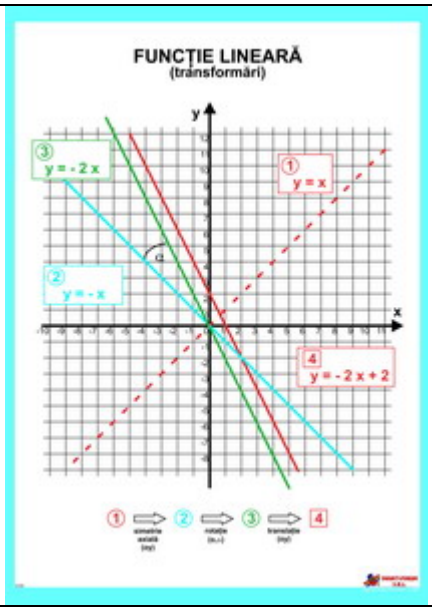
$ax+b>0,\quad ax+b\ge 0,\quad ax+b<0,\quad ax+b\le 0,\quad a\ne 0,\quad a,b\in\mathbb{R}$

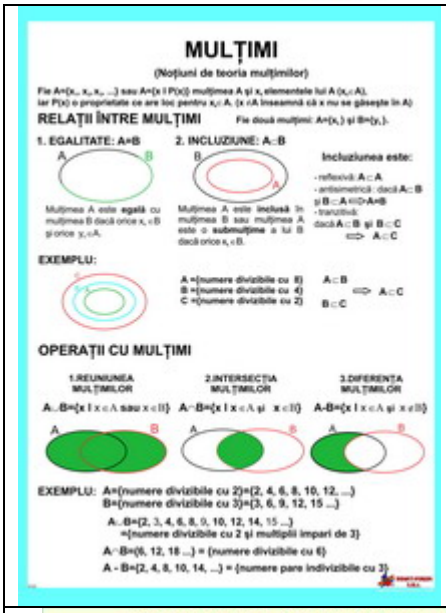
$ax+b>0 \Leftrightarrow ax>-b$	$a>0$	$x>-\frac{b}{a}$	$x\in\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$, $S=\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$
	$a<0$	$x<-\frac{b}{a}$	$x\in\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$, $S=\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$

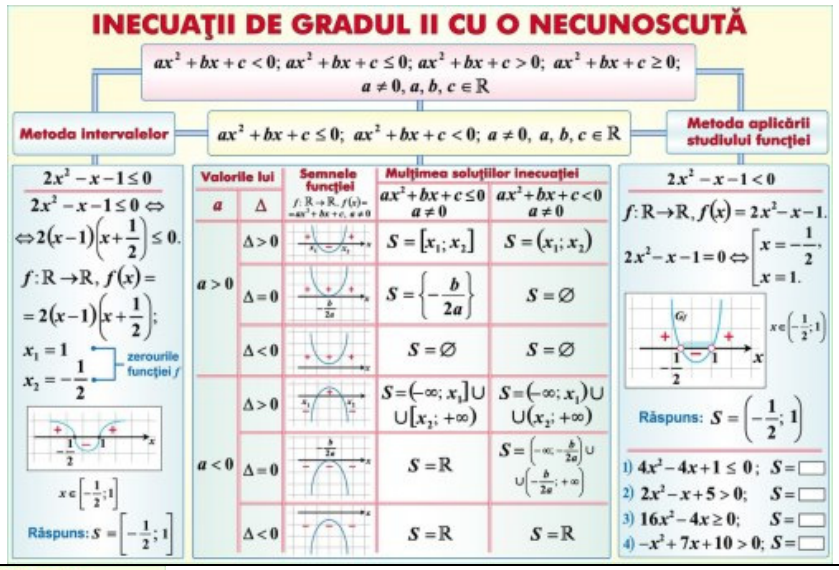
$4x+10>0 \Leftrightarrow$ ____ $\quad -2x+4\le 0 \Leftrightarrow$ ____ $\quad 3x-2<0 \Leftrightarrow$ ____ $\quad -3x+9\ge 0 \Leftrightarrow$ ____

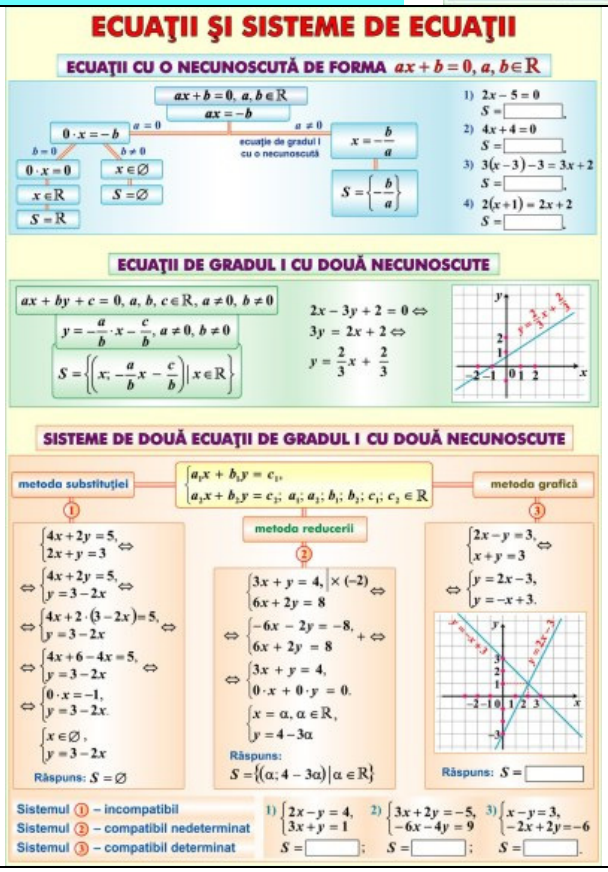
$3\cdot(x-1)>3x+5 \Leftrightarrow 3x-3>3x+5 \Leftrightarrow 3x-3x>5+3 \Leftrightarrow 0\cdot x>8;\ x\in\varnothing$. Răspuns: $S=\varnothing$

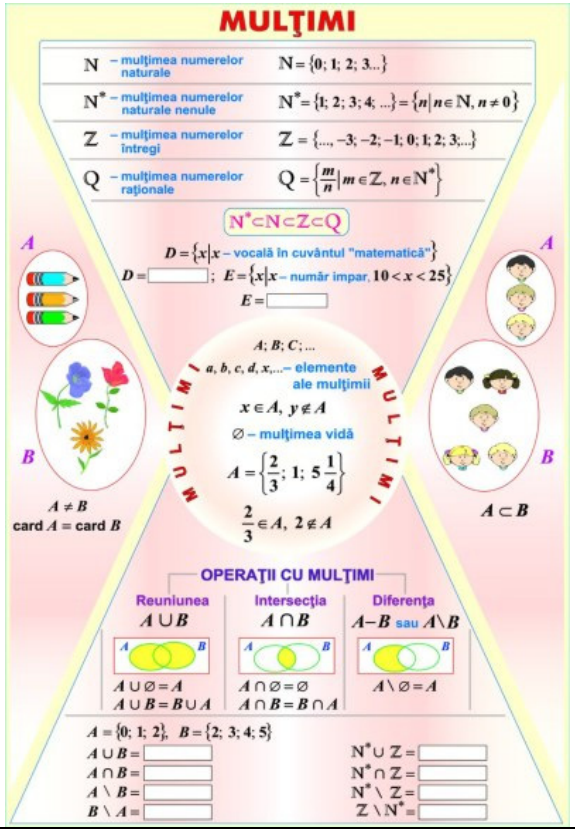
$2\cdot(x-2)\le 2x+3 \Leftrightarrow 2x-4\le 2x+3 \Leftrightarrow 2x-2x\le 3+4 \Leftrightarrow 0\cdot x\le 7;\ x\in\mathbb{R}$. Răspuns: $S=\mathbb{R}$

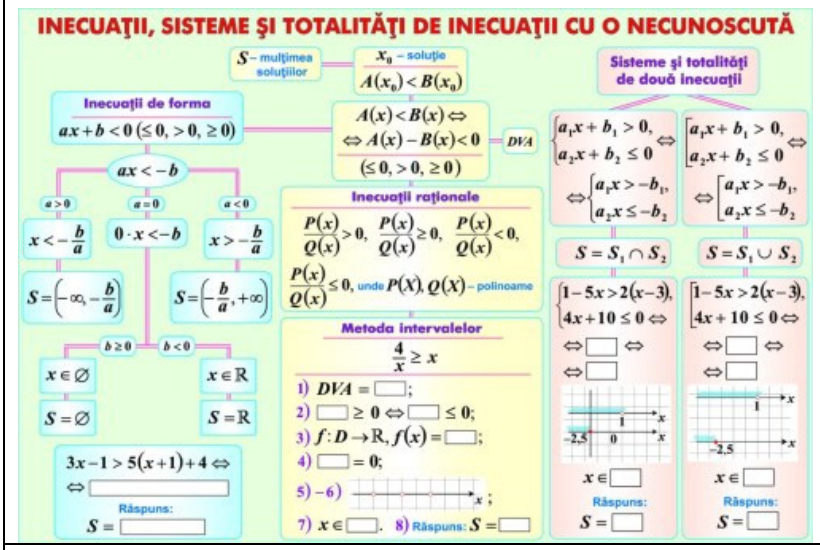


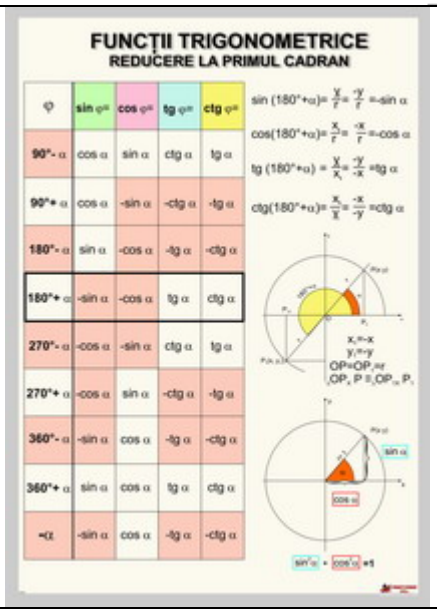

MULȚIMI
(Noțiuni de teoria mulțimilor)
RELAȚII ÎNTRE MULȚIMI
1. EGALITATE: A=B
2. INCLUZIUNE: A⊂B
Incluziunea este:
EXEMPLU:
OPERAȚII CU MULȚIMI
1.REUNIUNEA MULȚIMILOR
2.INTERSECȚIA MULȚIMILOR
3.DIFERENȚA MULȚIMILOR
EXEMPLU: A={numere divizibile cu 2}={2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}
B={numere divizibile cu 3}={3, 6, 9, 12, 15 ...}

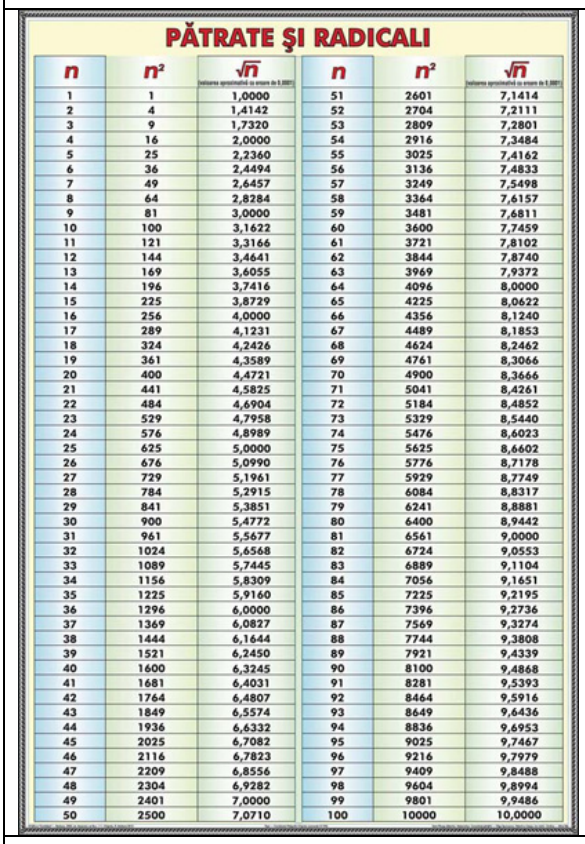

INECUAȚII DE GRADUL II CU O NECUNOSCUTĂ
$ax^2+bx+c<0;\ ax^2+bx+c\le 0;\ ax^2+bx+c>0;\ ax^2+bx+c\ge 0;$
$a\ne 0,\ a,\ b,\ c\in\mathbb{R}$
Metoda intervalelor
Metoda aplicării studiului funcției
$2x^2-x-1\le 0$
$2x^2-x-1\le 0\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\le 0.$
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=$
$=2(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right);$
$x_1=1$
$x_2=-\frac{1}{2}$
zerourile funcției f
$x\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$
Răspuns: $S=\left[-\frac{1}{2};1\right]$
Valorile lui
Semnele funcției
Mulțimea soluțiilor inecuației
$ax^2+bx+c\le 0$ $a\ne 0$
$ax^2+bx+c<0$ $a\ne 0$
$a>0$
$\Delta>0$ $S=[x_1;x_2]$ $S=(x_1;x_2)$
$\Delta=0$ $S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$ $S=\varnothing$
$\Delta<0$ $S=\varnothing$ $S=\varnothing$
$a<0$
$\Delta>0$ $S=(-\infty;x_1]\cup[x_2;+\infty)$ $S=(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$
$\Delta=0$ $S=\mathbb{R}$ $S=\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)\cup\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$
$\Delta<0$ $S=\mathbb{R}$ $S=\mathbb{R}$
$2x^2-x-1<0$
$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x^2-x-1.$
$2x^2-x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2},\\ x=1.\end{array}\right.$
$x\in\left(-\frac{1}{2};1\right)$
Răspuns: $S=\left(-\frac{1}{2};1\right)$
1) $4x^2-4x+1\le 0;$ $S=$
2) $2x^2-x+5>0;$ $S=$
3) $16x^2-4x\ge 0;$ $S=$
4) $-x^2+7x+10>0;$ $S=$

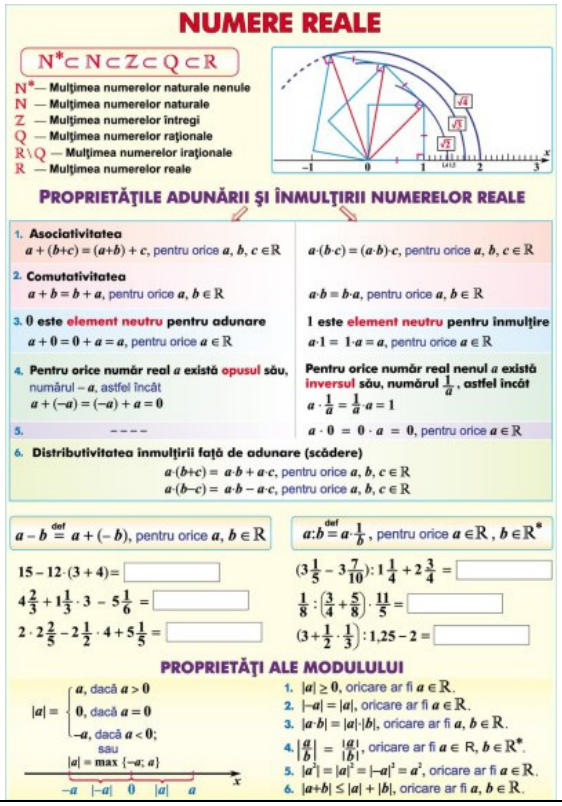

ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII
ECUAȚII CU O NECUNOSCUTĂ DE FORMA $ax+b=0,\ a,b\in\mathbb{R}$
$ax+b=0,\ a,b\in\mathbb{R}$
$ax=-b$
$0\cdot x=-b$
$a=0$
$a\ne 0$
ecuație de gradul I cu o necunoscută
$x=-\frac{b}{a}$
$b=0$
$b\ne 0$
$0\cdot x=0$
$x\in\mathbb{R}$
$S=\mathbb{R}$
$x\in\varnothing$
$S=\varnothing$
$S=\left\{-\frac{b}{a}\right\}$
1) $2x-5=0$ $S=$
2) $4x+4=0$ $S=$
3) $3(x-3)-3=3x+2$ $S=$
4) $2(x+1)=2x+2$ $S=$
ECUAȚII DE GRADUL I CU DOUĂ NECUNOSCUTE
$ax+by+c=0,\ a,b,c\in\mathbb{R},\ a\ne 0,\ b\ne 0$
$y=-\frac{a}{b}\cdot x-\frac{c}{b},\ a\ne 0,\ b\ne 0$
$S=\left\{\left(x;-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}\right)\middle|\ x\in\mathbb{R}\right\}$
$2x-3y+2=0\Leftrightarrow$
$3y=2x+2\Leftrightarrow$
$y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$
SISTEME DE DOUĂ ECUAȚII DE GRADUL I CU DOUĂ NECUNOSCUTE
metoda substituției
metoda reducerii
metoda grafică
$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\ a_2x+b_2y=c_2;\end{cases}\ a_1;a_2;b_1;b_2;c_1;c_2\in\mathbb{R}$
$\begin{cases}4x+2y=5,\\ 2x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y=5,\\ y=3-2x\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2\cdot(3-2x)=5,\\ y=3-2x\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}4x+6-4x=5,\\ y=3-2x\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}0\cdot x=-1,\\ y=3-2x.\end{cases}$
$\begin{cases}x\in\varnothing,\\ y=3-2x\end{cases}$
Răspuns: $S=\varnothing$
$\begin{cases}3x+y=4,\ |\times(-2)\\ 6x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}-6x-2y=-8,\\ 6x+2y=8\end{cases}+\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+y=4,\\ 0\cdot x+0\cdot y=0.\end{cases}$
$\begin{cases}x=\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R},\\ y=4-3\alpha\end{cases}$
Răspuns: $S=\{(\alpha;4-3\alpha)|\ \alpha\in\mathbb{R}\}$
$\begin{cases}2x-y=3,\\ x+y=3\end{cases}\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3,\\ y=-x+3.\end{cases}$
Răspuns: $S=$
Sistemul ① – incompatibil
Sistemul ② – compatibil nedeterminat
Sistemul ③ – compatibil determinat
1) $\begin{cases}2x-y=4,\\ 3x+y=1\end{cases}$ $S=$
2) $\begin{cases}3x+2y=-5,\\ -6x-4y=9\end{cases}$ $S=$
3) $\begin{cases}x-y=3,\\ -2x+2y=-6\end{cases}$ $S=$

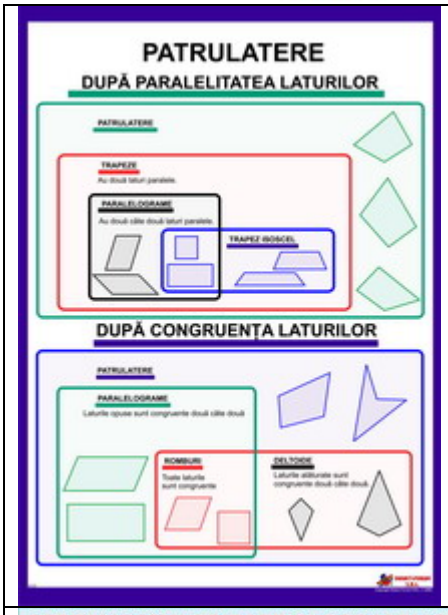

MULȚIMI
N – mulțimea numerelor naturale $\mathbb{N}=\{0;1;2;3...\}$
$\mathbb{N}^*$ – mulțimea numerelor naturale nenule $\mathbb{N}^*=\{1;2;3;4;...\}=\{n|\ n\in\mathbb{N},\ n\ne 0\}$
Z – mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}=\{...,-3;-2;-1;0;1;2;3;...\}$
Q – mulțimea numerelor raționale $\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n}|\ m\in\mathbb{Z},\ n\in\mathbb{N}^*\right\}$
$\mathbb{N}^*\subset\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$
$D=\{x|\ x$ – vocală în cuvântul "matematică"$\}$
$D=$
$E=\{x|\ x$ – număr impar, $10<x<25\}$
$E=$
$A;\ B;\ C;...$
$a,\ b,\ c,\ d,\ x,...$ – elemente ale mulțimii
MULȚIMI
$x\in A,\ y\notin A$
$\varnothing$ – mulțimea vidă
$A=\left\{\frac{2}{3};\ 1;\ 5\frac{1}{4}\right\}$
$\frac{2}{3}\in A,\ 2\notin A$
$A\ne B$
card A = card B
$A\subset B$
OPERAȚII CU MULȚIMI
Reuniunea $A\cup B$
Intersecția $A\cap B$
Diferența $A-B$ sau $A\setminus B$
$A\cup\varnothing=A$
$A\cup B=B\cup A$
$A\cap\varnothing=\varnothing$
$A\cap B=B\cap A$
$A\setminus\varnothing=A$
$A=\{0;1;2\},\ B=\{2;3;4;5\}$
$A\cup B=$
$A\cap B=$
$A\setminus B=$
$B\setminus A=$
$\mathbb{N}^*\cup\mathbb{Z}=$
$\mathbb{N}^*\cap\mathbb{Z}=$
$\mathbb{N}^*\setminus\mathbb{Z}=$
$\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}^*=$

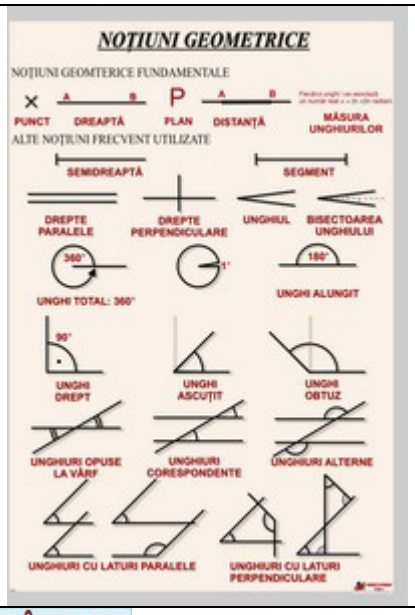

INECUAŢII, SISTEME ŞI TOTALITĂŢI DE INECUAŢII CU O NECUNOSCUTĂ
S – mulţimea soluţiilor
x0 – soluţie
A(x0) < B(x0)
Inecuaţii de forma
ax + b < 0 (≤ 0, > 0, ≥ 0)
A(x) < B(x) ⇔
⇔ A(x) − B(x) < 0
(≤ 0, > 0, ≥ 0)
DVA
ax < −b
a > 0
a = 0
a < 0
x < −b/a
0 · x < −b
x > −b/a
S = (−∞, −b/a)
S = (−b/a, +∞)
b ≥ 0
b < 0
x ∈ ∅
x ∈ R
S = ∅
S = R
3x − 1 > 5(x + 1) + 4 ⇔
Răspuns:
S =
Inecuaţii raţionale
P(x)/Q(x) > 0, P(x)/Q(x) ≥ 0, P(x)/Q(x) < 0,
P(x)/Q(x) ≤ 0, unde P(X), Q(X) – polinoame
Metoda intervalelor
4/x ≥ x
1) DVA = ;
2) ≥ 0 ⇔ ≤ 0;
3) f : D → R, f(x) = ;
4) = 0;
5) – 6)
7) x ∈ . 8) Răspuns: S =
Sisteme şi totalităţi de două inecuaţii
a1x + b1 > 0, a2x + b2 ≤ 0
⇔ a1x > −b1, a2x ≤ −b2
a1x + b1 > 0, a2x + b2 ≤ 0
⇔ a1x > −b1, a2x ≤ −b2
S = S1 ∩ S2
S = S1 ∪ S2
1 − 5x > 2(x − 3), 4x + 10 ≤ 0
1 − 5x > 2(x − 3), 4x + 10 ≤ 0
x ∈
x ∈
Răspuns:
S =
Răspuns:
S =

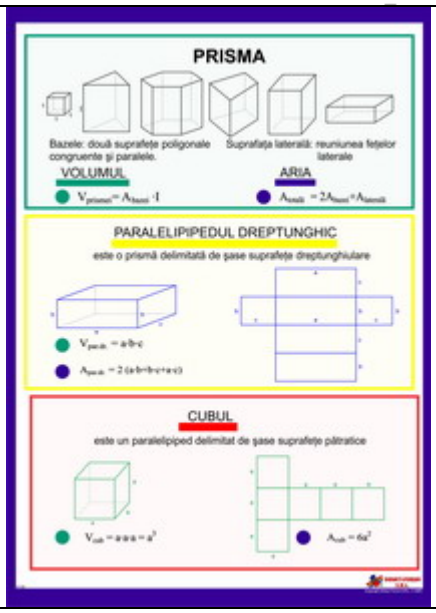

FUNCŢII TRIGONOMETRICE
REDUCERE LA PRIMUL CADRAN
φ
sin φ
cos φ
tg φ
ctg φ
90° − α
90° + α
180° − α
180° + α
270° − α
270° + α
360° − α
360° + α
−α
sin (180° + α) = −sin α
cos (180° + α) = −cos α
tg (180° + α) = tg α
ctg (180° + α) = ctg α
sin² α + cos² α = 1

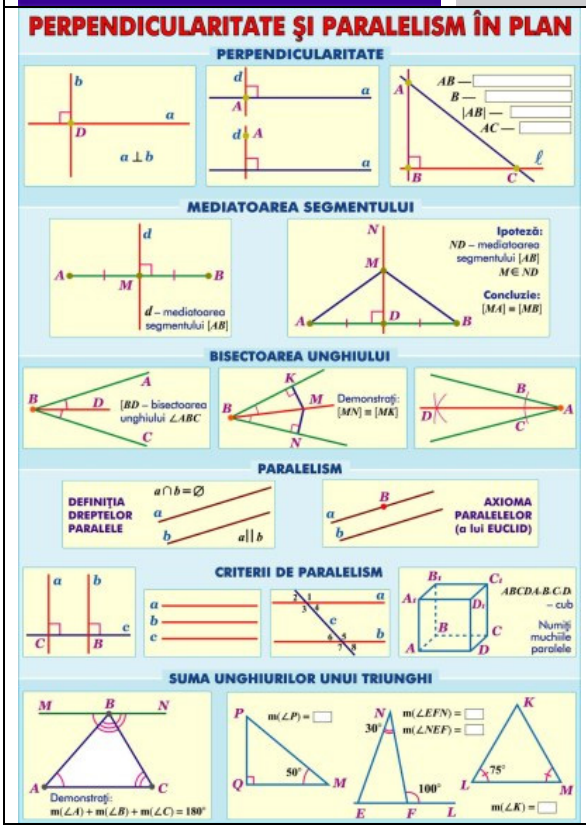

PĂTRATE ŞI RADICALI
n
n²
√n
1 1 1,0000
2 4 1,4142
3 9 1,7320
4 16 2,0000
5 25 2,2360
6 36 2,4494
7 49 2,6457
8 64 2,8284
9 81 3,0000
10 100 3,1622
11 121 3,3166
12 144 3,4641
13 169 3,6055
14 196 3,7416
15 225 3,8729
16 256 4,0000
17 289 4,1231
18 324 4,2426
19 361 4,3589
20 400 4,4721
21 441 4,5825
22 484 4,6904
23 529 4,7958
24 576 4,8989
25 625 5,0000
26 676 5,0990
27 729 5,1961
28 784 5,2915
29 841 5,3851
30 900 5,4772
31 961 5,5677
32 1024 5,6568
33 1089 5,7445
34 1156 5,8309
35 1225 5,9160
36 1296 6,0000
37 1369 6,0827
38 1444 6,1644
39 1521 6,2450
40 1600 6,3245
41 1681 6,4031
42 1764 6,4807
43 1849 6,5574
44 1936 6,6332
45 2025 6,7082
46 2116 6,7823
47 2209 6,8556
48 2304 6,9282
49 2401 7,0000
50 2500 7,0710
51 2601 7,1414
52 2704 7,2111
53 2809 7,2801
54 2916 7,3484
55 3025 7,4162
56 3136 7,4833
57 3249 7,5498
58 3364 7,6157
59 3481 7,6811
60 3600 7,7459
61 3721 7,8102
62 3844 7,8740
63 3969 7,9372
64 4096 8,0000
65 4225 8,0622
66 4356 8,1240
67 4489 8,1853
68 4624 8,2462
69 4761 8,3066
70 4900 8,3666
71 5041 8,4261
72 5184 8,4852
73 5329 8,5440
74 5476 8,6023
75 5625 8,6602
76 5776 8,7178
77 5929 8,7749
78 6084 8,8317
79 6241 8,8881
80 6400 8,9442
81 6561 9,0000
82 6724 9,0553
83 6889 9,1104
84 7056 9,1651
85 7225 9,2195
86 7396 9,2736
87 7569 9,3274
88 7744 9,3808
89 7921 9,4339
90 8100 9,4868
91 8281 9,5393
92 8464 9,5916
93 8649 9,6436
94 8836 9,6953
95 9025 9,7467
96 9216 9,7979
97 9409 9,8488
98 9604 9,8994
99 9801 9,9486
100 10000 10,0000

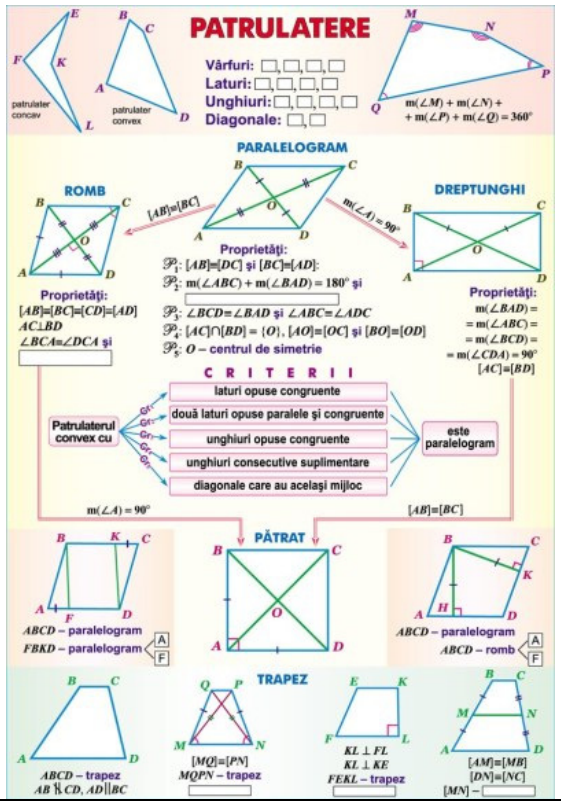

NUMERE REALE
N* ⊂ N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R
N* — Mulţimea numerelor naturale nenule
N — Mulţimea numerelor naturale
Z — Mulţimea numerelor întregi
Q — Mulţimea numerelor raţionale
R \ Q — Mulţimea numerelor iraţionale
R — Mulţimea numerelor reale
PROPRIETĂŢILE ADUNĂRII ŞI ÎNMULŢIRII NUMERELOR REALE
1. Asociativitatea
a + (b + c) = (a + b) + c, pentru orice a, b, c ∈ R
a · (b · c) = (a · b) · c, pentru orice a, b, c ∈ R
2. Comutativitatea
a + b = b + a, pentru orice a, b ∈ R
a · b = b · a, pentru orice a, b ∈ R
3. 0 este element neutru pentru adunare
a + 0 = 0 + a = a, pentru orice a ∈ R
1 este element neutru pentru înmulţire
a · 1 = 1 · a = a, pentru orice a ∈ R
4. Pentru orice număr real a există opusul său, numărul − a, astfel încât
a + (−a) = (−a) + a = 0
Pentru orice număr real nenul a există inversul său, numărul 1/a, astfel încât
a · 1/a = 1/a · a = 1
5. ----
a · 0 = 0 · a = 0, pentru orice a ∈ R
6. Distributivitatea înmulţirii faţă de adunare (scădere)
a · (b + c) = a · b + a · c, pentru orice a, b, c ∈ R
a · (b − c) = a · b − a · c, pentru orice a, b, c ∈ R
a − b = def a + (− b), pentru orice a, b ∈ R
a : b = def a · 1/b, pentru orice a ∈ R, b ∈ R*
15 − 12 · (3 + 4) =
4 2/3 + 1 1/3 · 3 − 5 1/6 =
2 · 2 2/5 − 2 1/2 · 4 + 5 1/5 =
(3 1/5 − 3 7/10) : 1 1/4 + 2 3/4 =
1/8 · (3/4 + 5/8) · 11/5 =
(3 + 1/2 · 1/3) : 1,25 − 2 =
PROPRIETĂŢI ALE MODULULUI
|a| = a, dacă a > 0; 0, dacă a = 0; −a, dacă a < 0;
sau
|a| = max {−a; a}
1. |a| ≥ 0, oricare ar fi a ∈ R.
2. |−a| = |a|, oricare ar fi a ∈ R.
3. |a · b| = |a| · |b|, oricare ar fi a, b ∈ R.
4. |a/b| = |a|/|b|, oricare ar fi a ∈ R, b ∈ R*.
5. |a²| = |a|² = |−a|² = a², oricare ar fi a ∈ R.
6. |a + b| ≤ |a| + |b|, oricare ar fi a, b ∈ R.

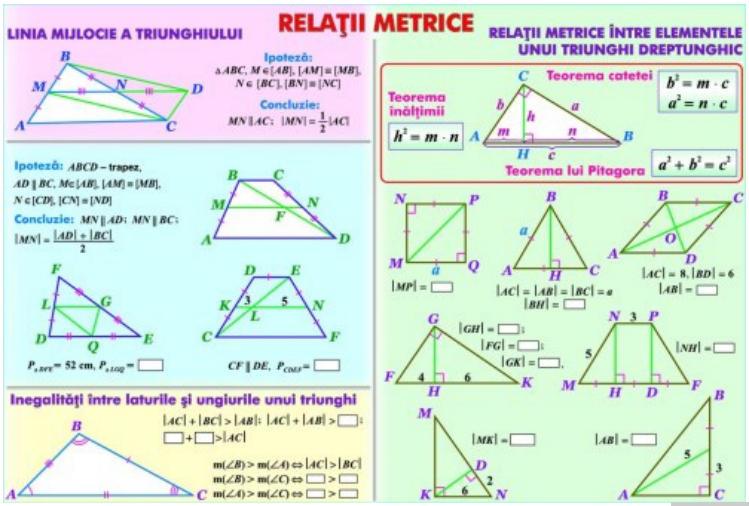

PATRULATERE
DUPĂ PARALELITATEA LATURILOR
DUPĂ CONGRUENŢA LATURILOR

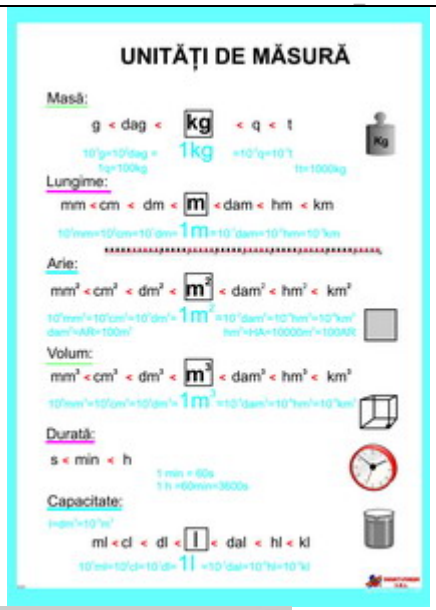

NOŢIUNI GEOMETRICE
NOŢIUNI GEOMTERICE FUNDAMENTALE
PUNCT
DREAPTĂ
PLAN
DISTANŢĂ
MĂSURA UNGHIURILOR
ALTE NOŢIUNI FRECVENT UTILIZATE
SEMIDREAPTĂ
SEGMENT
DREPTE PARALELE
DREPTE PERPENDICULARE
UNGHIUL
BISECTOAREA UNGHIULUI
UNGHI TOTAL: 360°
UNGHI ALUNGIT
UNGHI DREPT
UNGHI ASCUŢIT
UNGHI OBTUZ
UNGHIURI OPUSE LA VÂRF
UNGHIURI CORESPONDENTE
UNGHIURI ALTERNE
UNGHIURI CU LATURI PARALELE
UNGHIURI CU LATURI PERPENDICULARE

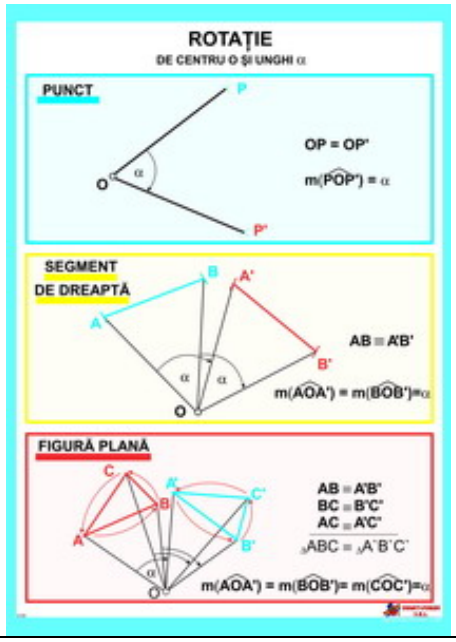

PRISMA
VOLUMUL
ARIA
PARALELIPIPEDUL DREPTUNGHIC
este o prismă delimitată de şase suprafeţe dreptunghiulare
CUBUL
este un paralelipiped delimitat de şase suprafeţe pătratice

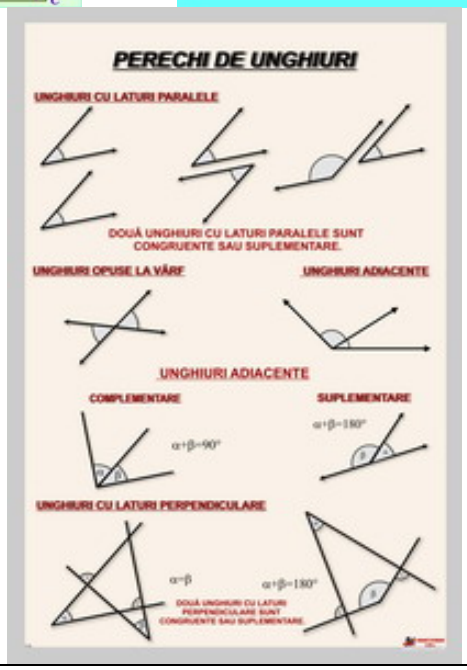

PERPENDICULARITATE ŞI PARALELISM ÎN PLAN
PERPENDICULARITATE
MEDIATOAREA SEGMENTULUI
Ipoteză:
Concluzie:
BISECTOAREA UNGHIULUI
Demonstraţi:
PARALELISM
DEFINIŢIA DREPTELOR PARALELE
AXIOMA PARALELELOR (a lui EUCLID)
CRITERII DE PARALELISM
ABCDA'B'C'D' – cub
Numiţi muchiile paralele
SUMA UNGHIURILOR UNUI TRIUNGHI
Demonstraţi:

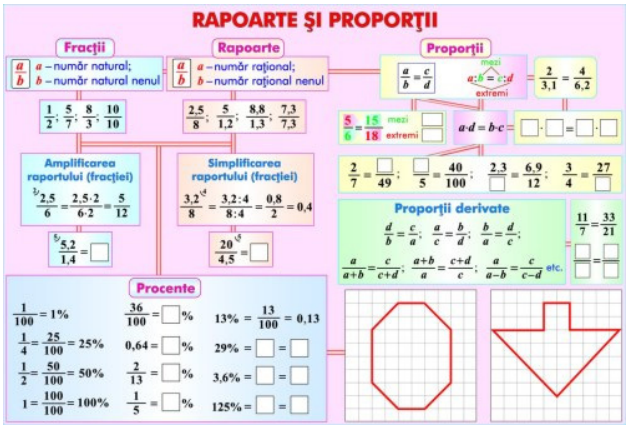

PATRULATERE
Vârfuri:
Laturi:
Unghiuri:
Diagonale:
patrulater concav
patrulater convex
PARALELOGRAM
ROMB
DREPTUNGHI
Proprietăţi:
C R I T E R I I
Patrulaterul convex cu
laturi opuse congruente
două laturi opuse paralele şi congruente
unghiuri opuse congruente
unghiuri consecutive suplimentare
diagonale care au acelaşi mijloc
este paralelogram
PĂTRAT
ABCD – paralelogram
FBKD – paralelogram
ABCD – romb
TRAPEZ
ABCD – trapez
AB ∦ CD, AD ≅ BC
[MQ]≡[PN]
MQPN – trapez
KL ⊥ FL
KL ⊥ KE
FEKL – trapez
[AM]≡[MB]
[DN]≡[NC]
[MN] –

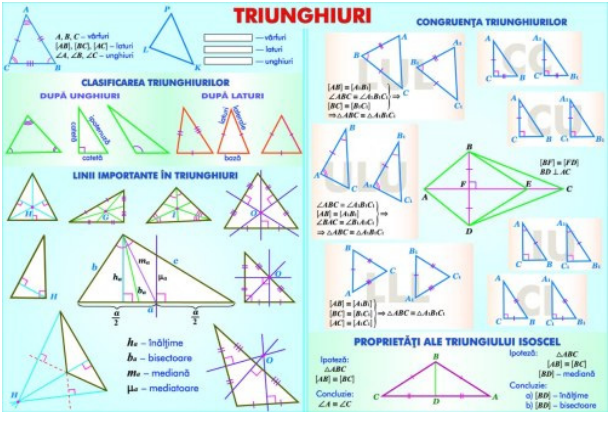

RELAŢII METRICE
LINIA MIJLOCIE A TRIUNGHIULUI
RELAŢII METRICE ÎNTRE ELEMENTELE UNUI TRIUNGHI DREPTUNGHIC
Teorema catetei
Teorema înălţimii
Teorema lui Pitagora
Inegalităţi între laturile şi ungiurile unui triunghi

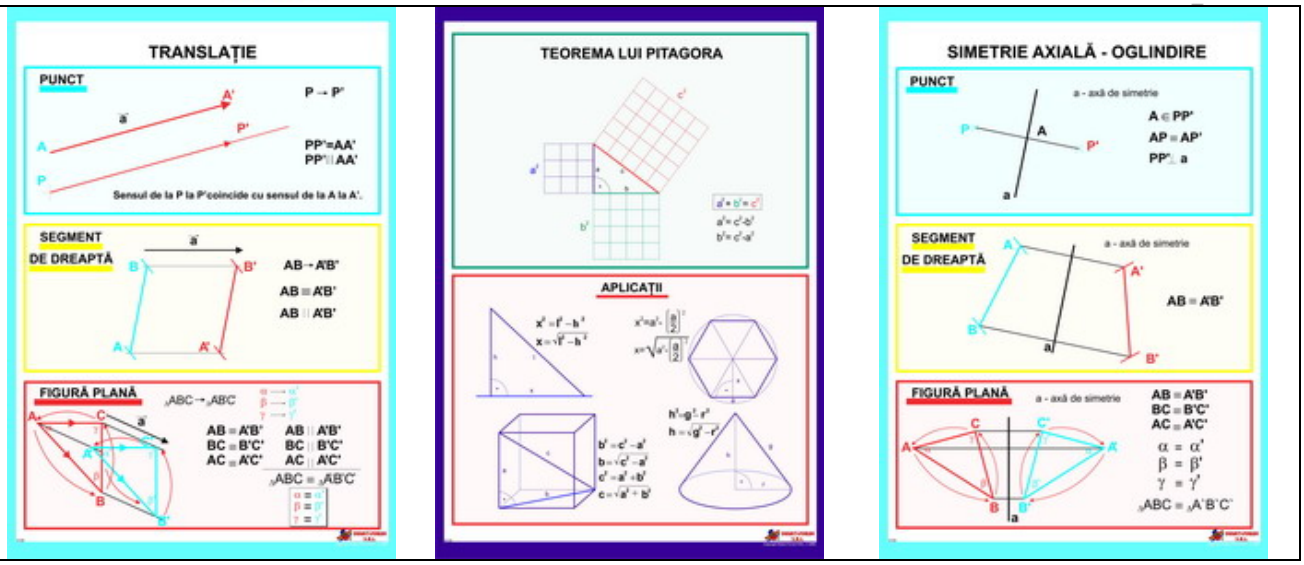

UNITĂŢI DE MĂSURĂ
Masă:
Lungime:
Arie:
Volum:
Durată:
Capacitate:


ROTAŢIE
DE CENTRU O ŞI UNGHI α
PUNCT
SEGMENT DE DREAPTĂ
FIGURĂ PLANĂ

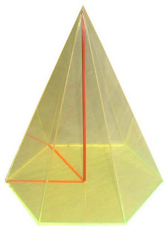
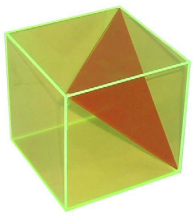

PERECHI DE UNGHIURI
UNGHIURI CU LATURI PARALELE
UNGHIURI OPUSE LA VÂRF
UNGHIURI ADIACENTE
UNGHIURI ADIACENTE
COMPLEMENTARE
SUPLEMENTARE
UNGHIURI CU LATURI PERPENDICULARE

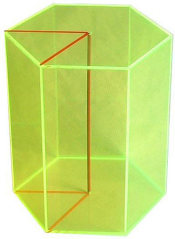

RAPOARTE ŞI PROPORŢII
Fracţii
Rapoarte
Proporţii
Amplificarea raportului (fracţiei)
Simplificarea raportului (fracţiei)
Proporţii derivate
Procente


TRIUNGHIURI
CONGRUENŢA TRIUNGHIURILOR
CLASIFICAREA TRIUNGHIURILOR
DUPĂ UNGHIURI
DUPĂ LATURI
LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHIURI
PROPRIETĂŢI ALE TRIUNGHIULUI ISOSCEL



FIGURI GEOMETRICE 3D

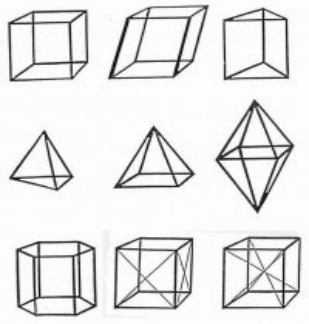
Con în secţiune triunghiulară	Con	Cilindru
Piramida hexagonală regulată pătratică	Cub în secţiune triunghiulară	Cub în secţiune
		
Prisma hexagonală dreptunghic	Prisma triunghiulară regulată	Paralelipiped



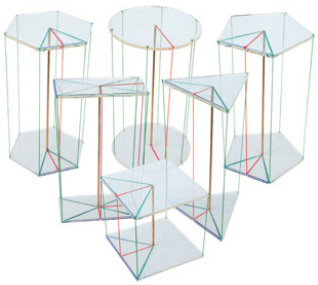
Set corpuri geometrice

Prisma hexagonală în secţiune dreptunghiulară

Beţisoare şi legături 25cm

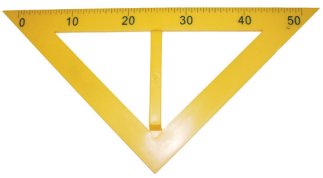


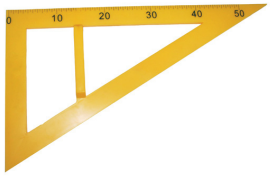
Set corpuri geometrice/forme desfăşurate



INSTRUMENTE PENTRU TABLĂ

-Compas.
-Compas cu ventuză, platic.
-Echer (30-60-90).
-Echer (45-45-90).
-Raportor.





ALTE MIJLOACE DIDACTICE

-Flipchart.
-Whiteboard.
-Table şcolare.
-Diaproiectoare.
-Panouri de plută.
-Table interactive.
-Retroproiectoare.
-Ecrane de protecţie.
-Videoproiectoare.

FLIPCHART

WHITEBOARD

TABLE SCOLARE

DIAPROIECTOARE

PANOURI DE PLUTA

TABLE INTERACTIVE

RETROPROIECTOARE

ECRANE DE PROIECTIE

Alte mijloace didactice necesare:

Lista care urmează este orientativă. În funcţie de resursele locale, o serie de materiale pot fi înlocuite cu altele, similare din punct de vedere al obiectivului de atins. Materialele sunt, în general, uşor de procurat; ele pot fi confecţionate în şcoală, de către elevi, sau pot fi solicitate părinţilor.

Pentru desfăşurarea ***optimă*** a lecţiilor de matematică sunt necesare următoarele materiale:

-o cutie cu creioane colorate;
-o cutie cu cretă colorată;
-bile colorate (roşii, galbene, verzi, albastre);
-calculator;
-cuburi care se îmbină;
-cubul lui Rubik;
-un calendar;
-3-4 cutii de formă paralelipipedică, al căror volum poate fi măsurat prin umplere cu cuburi de dimensiuni egale;
-planşe reprezentând construcţii simple făcute numai din cuburi;

-material didactic conceput şi confecţionat în spirit problematizat;
-figuri geometrice de poziţionare;
-figuri geometrice decupate, de diferite culori: pătrat, dreptunghi, triunghi, cerc etc.;
-jocuri didactice matematice;
-planşe cu modele de rezolvare a problemelor;
-planşe reprezentând axe ale numerelor;
-planşe cu modele de exerciţii;
-planşe cu terminologia utilizată în teorie;
-tablă magnetică;
-softuri educaţionale;
-corpuri geometrice: cub, paralelipiped, piramidă, sferă, cilindru, con;
-figuri geometrice care admit una sau mai multe axe de simetrie;
- o ruletă;
-o foaie de calc pe care este desenată o reţea de pătrate vizibilă din orice punct al clasei;
- planşe;
- probleme ilustrate, etc.;
- trusa geometrică;
- planşe cu proprietăţi ale operaţiilor matematice, terminologia matematică, etc.
-hârtie milimetrică.

Modul în care mijloacele didactice sunt integrate în activitatea didactică se află în relaţie direct proporţională cu eficienţa acestora.

Ca metodă, învăţarea asistată de calculator, recurge la un ansamblu de mijloace care să-i permită atingerea obiectivelor şi formarea competenţelor specifice.Mijloacele didactice specifice metodei sunt programele de învăţare sau ***soft-urile didactice***.

Este unanim acceptată o clasificare a soft-urilor educaţionale după funcţia pedagogică specifică pe care o pot îndeplini în cadrul unui proces de instruire:

-Soft-uri de exersare. Soft-urile de acest tip intervin ca un supliment al lecţiei din clasă, realizând exersarea individuală necesară însuşirii unor date, proceduri, tehnici sau formării unor deprinderi specifice; ele îl ajută pe profesor să realizeze activităţile de exersare, permiţând fiecărui elev să lucreze în ritm propriu şi să aibă mereu aprecierea corectitudinii răspunsului dat.

-Soft-urile interactive pentru predarea de noi cunoştinţe. Soft-urile de acest tip crează un dialog între elev şi programul respectiv.Interacţiunea poate fi contolată de computer (dialog tutorial) sau de elevi (dialog de investigare).Termenul generic de tutore desemnează soft-ul în care „drumul” elevului este controlat integral de computer. De regulă, un tutore preia una din funcţiile profesorului, softul fiind construit pentru a-l conduce pe elev, pas cu pas în însuşirea unor noi cunoştinţe sau formarea unor deprinderi după o strategie stabilită de proiectantul soft-ului.

-Soft-urile de simulare.Acest tip de soft permite reprezentarea controlată a unui fenomen sau sistem real prin intermediul unui model de comportament analog. Prin lucrul cu modelul se oferă posibilitatea modificării unor parametri şi observării modului cum se schimbă comportamentul sistemului.

-Soft-uri pentru testarea cunoştinţelor. Reprezentând poate gama cea mai variată, întrucât specificitatea lor depinde de mai mulţi factori:-momentul testării, scopul testării, tipologia interacţiunii (feed-back imediat sau nu)-aceste soft-uri apar uneori independente, alteori făcând parte integrantă dintr-un mediu de instruire complex.

-Jocurile educative. Soft-uri care apar sub forma unui joc-urmăresc atingerea unui scop, prin aplicarea inteligentă a unui set de reguli-îl implică pe elev într-un proces de rezolvare de probleme.

De obicei se realizează o simulare a unui fenomen real, oferindu-i elevului diverse modalităţi de a influenţa atingerea unui scop.

O taxonomie a soft-ului utilizat în învăţământ, având drept criteriu opoziţia dintre ,,centrarea pe elev", la o extremă, şi ,,auxiliar al profesorului ", la cealaltă, o găsim la P.Gorny:

1.Suporturi pentru învăţare nedirijată:

Instrumente pentru rezolvarea de probleme:

-sisteme de programare;

-sisteme de programare dinamică;

Instrumente pentru structurarea cunoaşterii prin organizarea datelor:

-procesarea textelor şi pregătirea documentelor;

-sisteme hipertext;

-utilitare pentru design;

-baze de date;

-tabele matematice;

Sisteme de comunicare;

Sisteme de regăsire a informaţiei,inclusiv hipermedia;

2.Învaţare prin descoperire dirijată:

Sisteme de simulare;

Jocuri(didactice asistate de calculator);

Sisteme de monitorizare(procese,robotică);

Sisteme tutoriale inteligente;

3.Resurse pentru predare şi învăţare:

Tabla electronică,etc.,inclusiv multimedia;

Tutoriale;

Sisteme de exersare.

Instruirea programată, reprezintă o tehnică modernă de instruire, care propune o soluţie nouă la problema învăţării. Prin această metodă instruirea se dirijează printr-un program pregătit dinainte pe care elevul îl urmează independent. Programul creat este astfel alcătuit încât elevul să-şi autoregleze conştient procesul de asimilare. Aşadar o condiţie ce trebuie să satisfacă un program bun este de a prevedea toate punctele în care elevul ar putea să greşească şi apoi să prevadă continuări care să-l ajute să elimine eroarea. Această condiţie este lesne de îndeplinit la matematică datorită organizării logice, stricte a conţinutului.

Instruirea programată se realizează în condiţii optime cu ajutorul calculatorului. Îmbinarea instruirii programate cu alte metode şi mijloace didactice curente şi forme de organizare constituie o modalitate eficientă de însuşire şi consolidare a cunoştinţelor.

Întocmeşte o listă orientativă a mijloacelor didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 4.5. şi programa şcolară la matematică pentru clasa a V-a.

Să ne reamintim...

- Lista mijloacelor didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică este orientativă. În funcţie de resursele locale, o serie de materiale pot fi înlocuite cu altele, similare din punct de vedere al obiectivului de atins. Materialele sunt, în general, uşor de procurat, ele pot fi confecţionate în şcoală, de către elevi, sau pot fi solicitate părinţilor.

4.6. Rezumat

În această unitate de învăţare se prezintă conceptul de mijloc didactic, se descriu principiile de folosire ale acestora în activitatea didactică, cu referire la lecţia de matematică în învăţământul preuniversitar. Se insistă pe integrarea mijloacelor didactice în activitatea didactică. După enumerarea factorilor determinanţi în activitatea de confecţionare a materialului didactic, se evidenţiază locul şi rolul unor mijloace didactice care se utilizează în formarea unor conceptelor matematice. În ultimul paragraf se prezintă o listă orientativă a mijloacelor didactice necesare desfăşurării lecţiilor de matematică în învăţământul preuniversitar.

4.7. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Defineşte conceptul de mijloc didactic.
2. Prezintă factorii determinanţi în activitatea de confecţionare a mijloacelor didactice.
3. Exemplifică ce planşe pot fi folosite în predarea funcţiilor trigonometrice.
4. Specifică pentru care dintre mijloacelor didactice de la paragraful 4.5 se poate solicita ajutorul părinţilor şi care pot fi confecţionate în şcoală împreună cu elevii.
5. Concepe diferite alternative metodologice pentru predarea-învăţarea diferitelor conţinuturi din manualele alternative de matematică la clasele V-VIII şi analizează mijloacelor didactice ce pot fi utilizate pentru atingerea obiectivelor propuse.

4.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 4.3.

2. Revezi paragraful 4.3.

3. Revezi 4.4.

Temă de control 1

1. Realizează un demers didactic complet pentru rezolvarea unei probleme-la alegere, din algebra clasei a VII-a.
2. Realizează rezolvarea prin trei metode a unei probleme din geometria plană a clasei a VI-a.
3. Exemplifică o metodă interactivă de grup aplicată într-o lecţie de fixare şi sistematizare la clasa a VIII-a.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:.....10 puncte;
1. - Prezentarea amănunţită a fiecărei etape de rezolvare a problemei alese.(câte 10 puncte fiecare etapă)..... 40 puncte;
2.–Rezolvarea corectă a problemei prin trei metode (câte 10 puncte fiecare metodă)..... 30 puncte;
3.-Alegerea corectă a metodei interactive de grup în raport cu tipul de lecţie specificat.....5 puncte;
-Aplicarea corectă (conform metodologiei) a metodei interactive de grup.....15 puncte.

Unitatea de învăţare 5. Evaluarea în cadrul lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar

Cuprins

5.1. Introducere 157
5.2. Competenţe 157
5.3. Precizări conceptuale 158
5.4. Tipuri (forme) de evaluare 158
5.5 Evaluarea performanţelor în învăţământul preuniversitar 167
5.6. Metode şi tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică 168
5.7. Metodologia elaborării itemilor 202
5.7.1. Clasificarea itemilor 202
5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor 203
5.8. Rezumat 213
5.9. Test de autoevaluare 213
5.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 213

5.1. Introducere

Evaluarea este parte integrantă a procesului de predare-învăţare, furnizând în primul rând cadrelor didactice, dar şi elevilor informaţiile necesare desfăşurării optime a acestui proces, conducând la perfecţionarea continuă a activităţii didactice.

Evaluarea ajută la descoperirea şi la stimularea intereselor şi aptitudinilor elevilor, ea ghidează intervenţia cadrului didactic asupra elevului şi oferă o imagine clară asupra calităţii predării şi a conţinutului instruirii. Elevii se vor putea verifica prin intermediul evaluării, dacă în procesul învăţării se află pe calea cea bună.

Evaluarea constituie un mijloc de intervenţie asupra conţinuturilor şi a obiectivelor educaţionale.

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu cunoştinţele referitoare la metodele, tehnicile şi instrumentele de evaluare a randamentului şcolar la matematică în învăţământul preuniversitar.

5.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
-să definească conceptul de evaluare;
-să precizeze şi să exemplifice tipurile de evaluare;
-să argumenteze necesitarea evaluării performanţelor elevilor;
-să descrie şi să aplice principalele metode şi tehnici de evaluare specifice lecţiilor de matematică în învăţământul preuniversitar;
-să compare metodele de evaluare în raport cu avantajele şi limitele specifice;
-să aplice metodologia elaborării itemilor la matematică;
-să realizeze practic fişe şi probe de evaluare la disciplina matematică.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 3 ore.

5.3. Precizări conceptuale

Câteva definiţii ale conceptului de evaluare sunt:

1. ***Evaluarea*** = reglare a învăţării şi predării, adică obţinerea de informaţii despre efectele predării şi receptării cunoştinţelor.

2. ***Evaluarea*** = măsurarea efectelor învăţării. Ea constă în aplicarea unor tehnici, probe, pentru a cunoaşte efectele acţiunii instructiv-educative. Pot fi măsurate numărul de cunoştinţe memorate sau înţelese de elevi, deprinderile şi priceperile nou formate, numărul şi gravitatea greşelilor în executarea unei activităţi.

3. ***Evaluarea*** = proces de obţinere a informaţiilor asupra elevului, profesorului, sau asupra programului educativ şi de folosire a acestora în scopul formulării unor aprecieri, sau al adoptării unor decizii.

4. ***Evaluarea*** = proces de măsurare şi apreciere a valorii rezultatelor sistemului de învăţământ, sau a unei părţi a acestuia a eficienţei resurselor şi strategiilor folosite, prin compararea rezultatelor cu obiectivele propuse, în vederea luării unor decizii de îmbunătăţire.(Roşu, M., 2007)

Găseşte alte definiţii ale evaluării.

R: Revezi: Bontaş, I., 1998, p.235, Radu, I., 2000, p.12-13 şi 230, Surdu, E., 1995, p.182-183, etc.

5.4. Tipuri (forme) de evaluare

După modul cum se realizează: la începutul, pe parcursul, sau la sfârşitul unei unităţi de învăţare se evidenţiază următoarele ***forme de evaluare***:

2. evaluarea iniţială (predictivă);
3. evaluarea continuă (formativă);
4. evaluarea sumativă (finală).

1. ***Evaluarea iniţială*** se realizează prin raportare la obiectivele terminale ale capitolului anterior.

Tehnica de evaluare o constituie ***proba iniţială*** sau ***predictivă***, care este aplicată la începutul fiecărei unităţi de conţinut.

Evaluarea iniţială (predictivă) se realizează la începutul anului şcolar, sau al semestrului, sau la trecerea de la o unitate de învăţare studiată la alta. Permite stabilirea nivelului de dezvoltare şi de pregătire şi anticipează evoluţia elevilor. Sugerează profesorului strategiile didactice care pot fi utilizate. Rezultatele din evaluările iniţiale direcţionează activitatea profesorului în două planuri:

-modalitatea de predare-învăţare a noului conţinut (adaptarea strategiilor didactice la posibilităţile de asimilare ale elevilor);

-aprecierea necesităţii organizării unor programe de recuperare pentru întreaga clasă sau a unor programe diferenţiate, menite să aducă elevii la capacităţile necesare abordării unei noi unităţi de învăţare.

2. ***Evaluarea continuă*** sau ***formativă*** se realizează pe tot parcursul unităţii didactice, descriind achiziţiile elevului în cursul învăţării, în raport cu obiectivele stabilite. Scopul principal al acestui tip de evaluare este acela de a dezvolta la fiecare elev autocunoaşterea şi încrederea în sine, având, în acelaşi timp, caracter diagnostic şi recuperativ.

3. ***Evaluarea sumativă*** stabileşte un bilanţ final al unei secvenţe de învăţare, având drept scop măsurarea nivelului de realizare a obiectivelor operaţionale propuse. Se realizează la finalul programului de instruire (sfârşit de unitate de învăţare, sfârşit de semestru sau de an şcolar). Deoarece această formă de evaluare nu însoţeşte procesul didactic pas cu pas, nu permite ameliorarea acestuia decât după perioade îndelungate de timp.(Roşu, M., 2007, p.84-85)

Exemplu 1

probă de EVALUARE sumativă (clasa a Ix-a-trunchi comun)

Logică matematică şi teoria mulţimilor

Obiective urmărite: Verificarea formării la elevi a competenţelor specifice:

2.1.Reprezentarea adecvată a mulţimilor şi a operaţiilor logice şi identificarea de proprietăţi ale acestora

4.1.Redactarea soluţiei unei probleme utilizând corelarea între limbajul usual cu cel al logicii matematice şi cu limbajul teoriei mulţimilor.

1. ***1p*** Determinaţi complementara intervalului [3;5] în raport cu mulţimea **R** a numerelor reale.
2. ***2p*** Fie mulţimile A şi B, părţi ale unei mulţimi E, astfel încât $A\cap B\equiv\emptyset$, $A\cup B\equiv E$. Arătaţi că $E-A\equiv B$ (A şi B se numesc părţi complementare ale lui E).
3. ***2p*** Dacă A, B sunt două mulţimi , arătaţi că $A-B\equiv A-(A\cap B)$.
4. ***2p*** Fie p(x), q(x) două predicate pe o mulţime T, având mulţimile de adevăr $A=\{x\in T|p(x)\}$, $B=\{x\in T|q(x)\}$. Arătaţi că $p(x)\wedge q(x)$ are mulţimea de adevăr $A\cap B$.
5. ***2p*** Fie A, B două părţi ale mulţimii E. Arătaţi că afirmaţia $E-B\cup A\equiv E$ este o condiţie necesară şi suficientă pentru afirmaţia $B\subset A$.

Grila de punctaj

Pentru orice soluţie corectă , chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se poate acorda punctaj intermediar (de exemplu dacă rezolvarea este prin diagrame).

Se acordă ***1 punct din oficiu.***

1.	$\{x\in R\mid x\notin[3;5]\}\equiv(-\infty,3)\cup(5,\infty)$	1p
2.	$x\in E-A\Rightarrow x\in E$ si $x\notin A\Rightarrow$($x\in A$ sau $x\in B$) si $(x\notin A)\Rightarrow$ ($x\in A$ si $x\notin A$) sau ($x\in B$ si $x\notin A$) $\Rightarrow x\in B-A\equiv B-(A\cap B)\equiv B$ şi reciproca	2p
3.	pentru orice $x\in A-B\Rightarrow x\in A$ şi $x\notin B\Rightarrow x\in A$ şi $x\notin A\cap B\Rightarrow x\in A-(A\cap B)$. pentru orice $x\in A-(A\cap B)\Rightarrow x\in A$ şi $x\notin A\cap B\Rightarrow x\in A$ şi $x\notin B\Rightarrow x\in A-B$	2p
4.	$(p(x)\Leftrightarrow x\in A)\wedge(q(x)\Leftrightarrow x\in B)\Leftrightarrow((p(x)\wedge q(x))\Leftrightarrow(x\in A$ şi $x\in B))\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow A\cap B=\{x\in T\mid p(x)\wedge q(x)\}$	2p
5.	$B\subseteq A\Rightarrow E-A\subseteq E-B\Rightarrow E\subseteq E-B\cup A\Rightarrow E\equiv E-B\cup A$ $E\equiv E-B\cup A\Rightarrow E-A\subseteq(E-B\cup A)-A\Rightarrow E-A\subseteq E-B-A\Rightarrow B\subseteq A$	2p

Exemplu 2

EVALUARE SUMATIVĂ (clasa a VI-a)

Vizează evaluarea competenţelor privitoare la cunoaşterea şi utilizarea proprietăţilor triunghiurilor.

Unitatea de învăţare : PROPRIETĂŢILE TRIUNGHIURILOR

Obiective:

- să clasifice triunghiurile după anumite criterii date;
- să aplice metoda triunghiurilor congruente în rezolvarea unor probleme;
- să exprime proprietăţile triunghiurilor studiate;
- să utilizeze instrumentele geometrice pentru a desena figuri geometrice plane descrise în contexte matematice date.

1) Desenează ΔMNP isoscel , ştiind că MN = MP .Construind bisectoarea MQ , unde $Q \in [NP]$, ce se poate spune despre $\angle MQN$ şi $\angle MQP$?
2) Desenează ΔRST echilateral. Construieşte mediatoarele RA , SB şi TC unde $A \in [ST]$, $B \in [RT]$ şi $C \in [RS]$. Demonstrează că: $[RA] \equiv [SB] \equiv [TC]$.
3) Pe laturile unghiului cu vârful în A se consideră punctele B şi C, astfel încât $[AB] \equiv [AC]$. Fie $CM \perp AB, M \in (AB)$ şi $BN \perp AC, N \in (AC)$. Demonstrează că: $[BN] \equiv [CM]$; $[MP] \equiv [PN], unde BN \cap CM = \{P\}; \angle MAP \equiv \angle NAP.$

Punctajul acordat : 1 p - din oficiu
Problema 1 : - 3 p
Problema 2 : - 3 p
Problema 3 : - 3 p

Exemplu 3 ***EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA a VII-a)***

Verificarea formării la elevi a competenţelor specifice:

2.7.Aplicarea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.
3.7.Deducerea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
5.7.Interpretarea perpendicularităţii în relaţie cu rezolvarea triunghiului dreptunghic.

Unitatea de învăţare : Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic

1. ***Obiectivul : să definească laturile unui triunghi dreptunghic.***

Stabileşte valoarea de adevăr a următoarei propoziţii:

Într-un triunghi dreptunghic, latura care se opune unghiului drept se numeşte ipotenuză .

a. **A** b. **F**

2. ***Obiectivul : să clasifice triunghiuri.***

Stabileşte valoarea de adevăr a următoarei propoziţii:

Orice triunghi are toate unghiurile ascuţite .

a. **A** b. **F**

3. ***Obiectivul : să enumere valorile funcţiilor trigonometrice.***

În coloana **A** sunt funcţiile trigonometrice ale unghiului de 30^0 şi în coloana **B** sunt diferite valori reale. Faceţi corespondenţele corecte :

A	**B**
1. $\sin 30^0$	a. $\sqrt{3}$

2. $\cos 30^0$ b. $\frac{1}{2}$
3. $\operatorname{tg} 30^0$ c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\operatorname{ctg} 30^0$ d. 1
e. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. ***Obiectivul : să enumere valorile funcţiilor trigonometrice.***

În coloana **A** sunt funcţiile trigonometrice ale unghiului de 60^0 şi în coloana **B** sunt diferite valori reale. Faceţi corespondenţele corecte :

A	**B**
1. $\sin 60^0$	a. $\sqrt{3}$
2. $\cos 60^0$	b. $\frac{1}{2}$
3. $\operatorname{tg} 60^0$	c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\operatorname{ctg} 60^0$	d. 1
	e. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. ***Obiectivul : să utilizeze teorema lui Pitagora.***

Fie un triunghi ABC dreptunghic în A cu catetele AB = 5 cm şi AC = 12 cm . Ipotenuza triunghiului este :

a. 10 cm b. 13 cm c. 25 cm d. 18 cm

6. ***Obiectivul : să utilizeze teorema înălţimii.***

Proiecţiile catetelor unui triunghi dreptunghic sunt de 7 cm şi 63 cm . Înălţimea dusă din vârful unghiului drept este :

a. 16 cm b. 35 cm c. 21 cm d. 10 cm

7. ***Obiectivul: să utilizeze valorile funcţiilor trigonometrice şi formule trigonometrice.***

Completează spaţiile punctuate astfel încât să obţii afirmaţii adevărate :

a. $\sin^2 x + \cos^2 x =$ ……..
b. ……..$45^0 = 1$
c. cos ……..= $\frac{1}{2}$

8. ***Obiectivele : să enunţe teorema catetei;***
să enunţe teorema lui Pitagora.

Completează spaţiile punctuate astfel încât să obţii afirmaţii adevărate :

a. Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii unei …….. este egal cu …… dintre lungimea proiecţiei catetei pe ipotenuză şi lungimea …… .
b. Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii …… este egal cu ……. pătratelor lungimilor catetelor.

9. ***Obiectivele : să rezolve o problemă prin ecuaţii;***
să calculeze aria unui triunghi.

Fie triunghiul ABC având lungimile laturilor trei numere naturale consecutive.
a) Determină lungimile laturilor triunghiului ABC ştiind că perimetrul lui este 15 cm.
b) Calculează aria triunghiului ABC.

10. ***Obiectivele : să aplice reciproca teoremei lui Pitagora;***
să calculeze aria unui triunghi.

Se dă triunghiul ABC cu laturile AB = 12 cm , BC = 9 cm şi AC = 15 cm .
a) Calculează aria triunghiului.
b) Calculează înălţimea dusă din vârful B.

11. ***Obiectivul : să rezolve triunghiuri dreptunghice.***

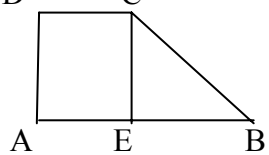
Fie ΔABC dreptunghic cu $m(\sphericalangle A)=90°$ şi $AD \perp BC$, $D \in [BC]$. Dacă AD=12 cm şi CD = 9 cm, află BC, AB, AC, $tg\sphericalangle B$ şi $\sin\sphericalangle C$.

12. ***Obiectivul : să aplice în probleme practice formula perimetrului trapezului.***

Un teren în formă de trapez dreptunghic cu baza mare de 22 m, baza mică de 10 m şi înălţimea de 16 m trebuie împrejmuit cu cinci rânduri de sârmă. Cât costă sârma necesară, dacă 1 m de sârmă costă 6,5 lei ?

BAREM DE CORECTURĂ Se vor acorda 10 puncte din oficiu

Nr.ex.	Rezolvare	Punctaj
1	a.	5 p
2	b.	5 p
3	1 - b	1
	2 - c	1 p
	3 - e	1
	4 - a	1 p
4	1 - c	1 p
	2 - b	1 p
	3 - a	1 p
	4 - e	1 p
5	b	5 p
6	c	5 p
7	a. 1	1 p
	b. tg/ctg	1 p
	c. 60^0	1 p
8	a. cateta	1 p
	produsul	1 p
	ipotenuzei	1 p

	b. ipotenuzei	1 p
	suma	1 p
9	a. Notarea laturilor : x, x + 1 , x + 2	2 p
	Scrierea ecuaţiei : x + x + 1 + x + 2 = 15	2 p
	Finalizare : x = 4	3 p
	Răspuns : 4 cm, 5 cm , 6 cm	1 p
	b. Scrierea formulei : A = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	3 p
	Semiperimetrul : p = $\frac{a+b+c}{2}$, p = $\frac{15}{2}$	2 p
	Finalizare : A = $\frac{15\sqrt{7}}{4}$	4 p
10	a. Reciproca teoremei lui Pitagora : $15^2 = 12^2 + 9^2$	4 p
	Formula : A = $\frac{cat_1 \cdot cat_2}{2}$	2 p
	Finalizare : A = 54 cm^2	1 p
	b. Formula : A = $\frac{ip \cdot h}{2}$	2 p
	Finalizare : h = $\frac{36}{5}$	2 p
11	În ΔACD, m(<D) = 90^0, TP : $AC^2 = AD^2 + CD^2$	2 p
	Finalizare : AC = 15 cm	1 p
	Teorema catetei : $AC^2 = BC \cdot CD$	2 p
	Finalizare : BD = 25 cm	1 p
	Teorema lui Pitagora : $AB^2 = BC^2 - AC^2$	2 p
	Finalizare : AB = 20 cm	1 p
	Formula : tg B = $\frac{AC}{AB}$	2 p
	Finalizare : tg B = $\frac{3}{4}$	1 p
	Formula : sin C = $\frac{AB}{BC}$	2 p
	Finalizare : sin C = $\frac{4}{5}$	1 p
12	 EB = AB – CD, EB = 12 cm	1 p
	În ΔBEC, m(<E) = 90^0 , T Pitagora : $BC^2 = BE^2 + EC^2$	2 p
	Finalizare : BC = 20 cm	1 p
	Formula perimetrului : P = AB + BC + CD + DA	2 p
	Finalizare : P = 68 cm	1 p
	5 rânduri de sârmă : 68 m · 5 = 340 m	2 p
	Finalizare : 340 m · 6,5 lei = 2210 lei	2 p

TOTAL = 100 p

Exemplu 4

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VIII-A la sfârşitul semestrului I)

Verificarea formării la elevi a competenţelor specifice:

2.3.Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea, prin desen, în plan, a corpurilor geometrice.

3.3.Utilizarea proprietăţilor referitoare la drepte şi unghiuri în spaţiu pentru analizarea poziţiilor relative ale acestora.

4.3. Exprimarea prin reprezentări geometrice a noţiunilor legate de drepte şi unghiuri în plan şi în spaţiu.

Obiectivele urmărite:

- determinarea poziţiei unei drepte faţă de un plan;
- demonstrarea paralelismului unei drepte cu un plan;
- recunoaşterea teoremei lui Thales în spaţiu;
- aplicarea teoremei celor trei perpendiculare pentru demonstrarea perpendicularităţii a două drepte în spaţiu;
- determinarea distanţelor utilizând teorema lui Pitagora.

Lucrare scrisă la geometrie
clasa a VIII-a

1) (2 p) Fie triunghiul echilateral ABC cu lungimea apotemei egală cu $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$. Pe planul triunghiului se ridică perpendiculara MA = 4 cm . Să se calculeze :

a) distanţa de la punctul M la vârfurile triunghiului

b) distanţa de la punctul M la mijlocul laturii $[BC]$.

2) (2 p) Fie triunghiurile ABC şi ADC astfel încât $C \notin (ADB)$ şi M , N , P sunt mijloacele segmentelor $[AB],[BC]$ şi respectiv $[AC]$.

a) stabiliţi poziţia dreptelor AN, BP, CM

b) stabiliţi poziţia planelor $(DAN),(DBP)$ şi (DCM) .

3) (2 p) Se consideră tetraedrul ABCD şi se notează cu E şi F mijloacele muchiilor $[AC]$ respectiv $[AD]$ iar cu G_1 şi G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor ABC şi respectiv ACD . Stabiliţi poziţiile dreptelor G_1G_2 şi EF faţă de planul (BCD).

4) (2 p) Pe planul rombului ABCD se ridică perpendiculara AA' .
Să se demonstreze că $BD \perp A'C$.(Zaharia, M., Zaharia, D., 2008)

Timp de lucru: 50 minute. Se acordă ***2 puncte din oficiu***.

Grila de punctaj

1) desen : **0,25 p**

a) aflarea laturii triunghiului : l = 3 cm **0,25 p**

$d(M,B) = d(M,C) = 5cm$ **0,25 p**

$d(M,A) = MA = 4cm$ **0,25 p**

b) fie E – mijlocul lui $[BC]$. $AE = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **0,25 p**

$\xrightarrow{T3\perp} d(M,BC) = ME = \frac{\sqrt{91}}{2}$ **0,75 p**

2) desen : **0,25 p**

a) observarea faptului că AN ,BP şi CM sunt mediane în triunghiul ABC

$\Rightarrow AN \cap BP \cap CM = \{G\}$ **0,75 p**

b) $D \in (DAN),(DBP),(DCM)$ relaţia (1) : **0,25 p**

$G \in AN$ unde $AN \subset (DAN)$

$G \in BP$ unde $BP \subset (DBP)$ $\Rightarrow G \in (DAN),(DBP),(DCM)$

$G \in CM$ unde $CM \subset (DCM)$ relaţia (2) **0,5 p**

din relaţiile (1) şi (2) $\rightarrow (DAN) \cap (DBP) \cap (DCM) = DG$ **0,25 p**

3) desen . **0,25 p**

a) EF linie mijlocie în $\Delta ADC \Rightarrow EF \parallel$ CD dar $CD \subset (BCD) \Rightarrow EF \parallel (BCD)$ **0,75 p**

b) $EG_2 = \frac{1}{3}ED$ şi $EG_1 = \frac{1}{3}EB \Rightarrow \frac{EG_2}{EG_1} = \frac{ED}{EB}$ $\xrightarrow{reciprocaThales}$ în ΔEBD : $G_1G_2 \parallel$ BD

dar $BD \subset (BCD) \Rightarrow G_1G_2 \parallel (BCD)$ **1 p**

4) desen : **0,25 p**

$\xrightarrow{T3\perp} A'O \perp BD$, adică $BD \perp A'O$ relaţia (1) , $A'O \subset (A'AC)$ **0,75 p**

$A'A \perp (ABCD) \Rightarrow A'A \perp BD$, adică $BD \perp A'A$ relaţia (2) $A'A \subset (A'AC)$ **0,5 p**

Din relaţiile (1)-(2) : $BD \perp (A'AC)$ **0,25 p**

$A'C \subset (A'AC) \Rightarrow BD \perp A'C$ **0,25 p.**

Exemplu 5 (Orban A., 2012)

Teste de evaluare formativă clasa a VI-a

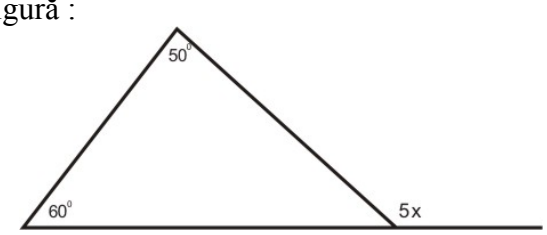
Verificarea formării la elevi a competenţei specifice:

Calcularea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate.

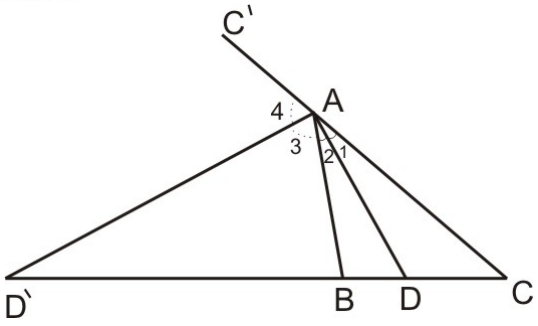
Unitatea de învăţare: PROPRIETĂŢILE TRIUNGHIURILOR

Varianta 1

1) (3 p) Aflaţi x din următoarea figură :



2) (5 p) Se dă următoarea figură :



În ΔABC , AD este bisectoarea interioară al unghiului A , iar AD' este bisectoarea exterioară al unghiului A ($D \in [BC], D' \in BC$) .

Dacă $m(\angle A_1) = 17^0$ şi $m(\angle C) = 64^0$.

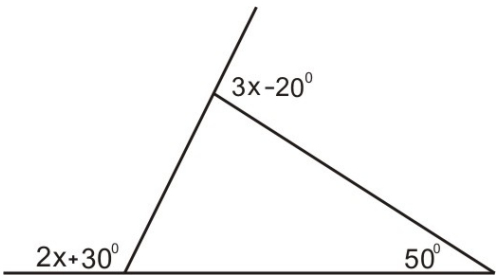
a) să se afle $m(\angle B)$ respectiv $m(\angle A_4)$

b) să se demonstreze că $AD' \perp AD$

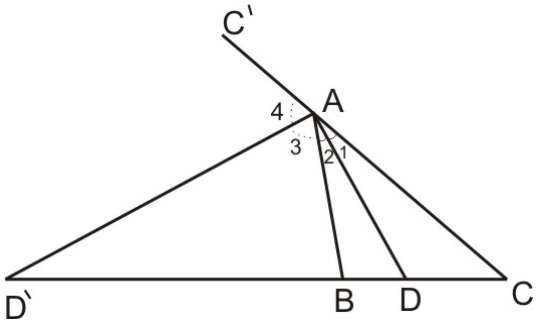
Din oficiu : 2 p

Varianta 2

1) (3 p) Aflaţi x din următoarea figură :



2) (5 p) Se dă următoarea figură :



În ΔABC , AD este bisectoarea interioară al unghiului A , iar AD' este bisectoarea exterioară al unghiului A ($D \in [BC], D' \in BC$) .

Dacă $m(\angle A_3) = 53^0 47'$ şi $m(\angle C) = 53^0 1' 20''$.

a) află $m(\angle A_{ext})$, $m(\angle A_{int})$ respectiv $m(\angle B)$.

b) arată că $m(\angle D'AD) = 90^0$.

Din oficiu : 2 p.

Caracterizează evaluarea iniţială şi evaluarea sumativă. Exemplifică o probă de evaluare sumativă pentru clasa a VII-a la geometrie.

R: Revezi paragraful 5.4.- Exemple.

Să ne reamintim...

- ***Forme de evaluare***:

1. evaluarea iniţială (predictivă);
2. evaluarea continuă (formativă);
3. evaluarea sumativă (finală).

5.5. Evaluarea performanţelor în învăţământul preuniversitar

Scopul principal al evaluării rezultatelor şcolare este perfecţionarea continuă a procesului de predare-învăţare. Pentru a-şi îndeplini acest scop, evaluarea trebuie să descrie în mod obiectiv ceea ce pot realiza elevii, să clarifice natura dificultăţilor pe care aceştia le au în învăţare şi să indice soluţii pentru îmbunătăţirea rezultatelor întregului proces.

Evaluarea performanţelor elevilor este necesară pentru:

-cunoaşterea nivelului de pregătire al fiecărui elev în scopul organizării eficiente a activităţii de predare-învăţare;

-determinarea nivelului atins de fiecare elev în vederea formării şi dezvoltării capacităţilor cuprinse în obiective;

-evidenţierea progresului înregistrat de elev în raport cu sine însuşi pe traseul atingerii obiectivelor prevăzute de programă; important este să fie evaluată nu atât cantitatea de informaţii de care dispune elevul, ci, mai ales, ceea ce poate să facă el, utilizând ceea ce ştie sau ceea ce intuieşte;

-asigurarea unei informări continue asupra rezultatelor predării-învăţării, pentru a preveni la timp dereglările procesului sau pentru a le corecta atunci când ele s-au produs;

-asigurarea unei raportări la standarde naţionale pentru a oferi o apreciere corectă a rezultatelor unei promovări reale, pe baza performanţelor obţinute, care să asigure continuitatea cu succes a studiilor în clasa următoare;

-raportarea activităţii profesorului la obiectivele vizate prin programă; autoaprecierea muncii proprii;

-stabilirea unor criterii unitare şi obiective de evaluare a profesorului în raport cu obiectivele programei de către factorii de îndrumare şi control: directori, metodişti, inspectori şcolari.

Pentru ca evaluarea progresului elevilor să-şi atingă scopurile propuse, o serie de acţiuni de ordin strategic şi practic devin necesare:

-înlocuirea evaluării oarbe, exprimate prin cifre sau corecturi nerelevante pentru determinarea stadiului atins de elev în formarea unor capacităţi şi, prin urmare, nerelevante pentru depistarea şi eliminarea blocajelor, cu evaluarea calitativă, de tip descriptiv, realizată pe baza baremelor de notare, ce oferă datele necesare reglării procesului de învăţare;

-înlocuirea probelor de evaluare clasice, vizând evaluarea cantităţii de informaţii memorate, ce permit un grad înalt de subiectivitate, cu teste de evaluare compuse din itemi bine structuraţi, ce asigură o evaluare obiectivă nu numai a informaţiilor acumulate de elevi, ci şi a deprinderilor, a capacităţilor intelectuale şi a trăsăturilor de personalitate – aspecte care constituie rezultatul cel mai important al activităţii şcolare;

-modificarea raportului dintre evaluarea sumativă, care inventariază, selectează şi ierarhizează prin calificativ, şi evaluarea formativă, ce are drept scop valorificarea la maximum a potenţialului intelectual de care dispun elevii şi conduce la perfecţionarea continuă a stilului şi a metodelor proprii de învăţare;

-restabilirea echilibrului dintre evaluarea scrisă şi evaluarea orală care, deşi presupune un volum mare de timp pentru aprecierea tuturor elevilor şi blocaje datorate emoţiei sau timidităţii, prezintă avantaje deosebite, precum: realizarea interacţiunii elev şi cadru didactic, demonstrarea stadiului de formare a unor capacităţi sau competenţe prin intervenţia profesorului cu întrebări ajutătoare, demonstrarea comportamentului comunicativ şi de interrelaţionare a elevului, evaluarea de ordin atitudinal-comportamental, evidenţierea unor trăsături de personalitate etc.;

-folosirea cu o mai mare frecvenţă a metodelor de autoevaluare şi de evaluare prin consultare în grupuri mici, vizând verificarea modului în care elevii îşi exprimă liber opinii proprii sau acceptă cu toleranţă opiniile celorlalţi, modul cum utilizează în practica vorbirii formulele de iniţiere, de menţinere şi de încheiere a unui dialog sau capacitatea de a-şi susţine şi motiva propunerile.(Panţuru, S., Păcurar, D.C., 1997; Radu, I., 2000)

Argumentează necesitarea evaluării performanţelor elevilor.

R: Alege minim cinci argumente din paragraful 5.5.

Să ne reamintim...

Scopul principal al evaluării rezultatelor şcolare este perfecţionarea continuă a procesului de predare-învăţare. Pentru a-şi îndeplini acest scop, evaluarea trebuie să descrie în mod obiectiv ceea ce pot realiza elevii, să clarifice natura dificultăţilor pe care aceştia le au în învăţare şi să indice soluţii pentru îmbunătăţirea rezultatelor întregului proces.

5.6. Metode şi tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică

Metodele tradiţionale utilizate în evaluarea rezultatelor şcolare sunt: ***examinarea orală, examinarea prin probe scrise, examinarea prin probe practice, testul docimologic.***

Exemplu ***Probă orală (clasa a V-a)***

Vizează evaluarea competențelor privitoare la: formarea şi dezvoltarea capacităţii de a comunica utilizând limbajul matematic; compunerea şi rezolvarea de probleme.

Conţinutul probei şi tehnica de desfăşurare:

Profesorul scrie pe tablă textul următoarei probleme:

Alexandru are de parcurs 24 km. El parcurge trei sferturi din distanţă cu autobuzul, o treime cu bicicleta, iar restul drumului pe jos. Câţi kilometri parcurge cu autobuzul? Dar cu bicicleta?

Profesorul se adresează clasei:

a) Problema conţine o greşeală. Cine o descoperă?
b) Modificaţi problema, astfel încât să eliminaţi greşeala.
c) Scrieţi formulele numerice de rezolvare ale cerinţelor problemei nou formulate.
d) Compuneţi o altă problemă, modificând datele numerice ale celei de-a doua.
e) Adăugaţi o altă întrebare, astfel încât problema să se rezolve prin trei operaţii.
f) Completaţi cum doriţi enunţul ultimei probleme şi compuneţi în acest mod o nouă problemă.

Timp de lucru: 15 minute.

Exemplu ***Probă orală (clasa a VII-a)***

Se prezintă pentru o problemă de raţionament geometric un scenariu privitor la întrebările adresate elevilor în evaluarea orală, în scopul rezolvării problemei. Se detaliază şi modul în care se acordă nota.

Varianta 1

Item	Activitatea profesorului	Activitatea elevului
1.	Enunţă problema : ***Triunghiul ale cărui mediane sunt congruente (egale) este echilateral (are laturile congruente).***	Repetă enunţul.
2.	***Ce este mediana ?***	Enunţă definiţia.
3.	***Trasează medianele BM şi CN în triunghiul ABC şi notează cu G punctul lor de intersecţie.***	Desenează figura geometrică.
4.	***Ce este linia mijlocie într-un triunghi ?***	Enunţă definiţia.
5.	***Trasează în desen o linie mijlocie.***	Uneşte punctele M si N.
6.	***Ce proprietăţi are linia mijlocie ? (două proprietăţi).***	Enunţă : - este ½ din BC, - este paralelă cu a treia latura , MN|| BC.
7.	***Ce elemente egale pot avea triunghiurile MGN şi BGC ?***	Remarcă : -unghiurile opuse la vârf ∠MGN şi ∠BGC; - unghiurile alterne interne congruente.
8.	***Când două triunghiuri sunt asemenea ?***	Precizează cazul de faţă, direct sau parcurgând şi alte cazuri – triunghiurile au unghiurile egale.

9.	***Care este raportul de asemănare al triunghiurilor asemenea MGN şi BGC ?***	Arată raportul de ½ între laturile MN şi BC corespondente.
10.	***Ce mărimi au laturile MG şi NG, respectiv BG şi CG în raport cu mărimea medianelorBM şi CN ?***	Arată : - MG= 1/2 BG=1/3 BM, BG=2/3 BM - NG= 1/2 CG=1/3 CN, CG=2/3 CN.
11.	***Ce implicaţie are faptul că medianele CN şi BM sunt congruente ?***	Arată ca triunghiurile MGN şi BGC sunt isoscele.
12.	***Ce este mediatoarea unei laturi într-un triunghi ?***	Enunţă definiţia.
13.	***Când mediatoarea trece şi prin vârful care se opune laturii pe care este ridicată ?***	Arată ca celelalte două laturi trebue să fie congruente, adică triunghiul să fie isoscel.
14.	***În acest caz, cu ce alte linii importante în triunghi, se confundă mediatoarea ?***	Enumeră : mediană, înaltime, bisectoare.
15.	***Ce proprietate au punctele de pe mediatoarea laturii ?***	Arată că sunt egal depărtate de capetele laturii.
16.	***Trasează a treia mediană în triunghiul ABC.***	Trasează unind A cu G şi mai departe cu mijlocul P al laturii BC.
17.	***Ce linie importantă devine GP în triunghiul BGC?***	Recunoaşte mediatoarea laturii BC.
18.	***Ce linie importantă devine AP, în triunghiul ABC?***	Observă că dreapta AP este aceeaşi cu dreapta GP, deci este perpendiculară pe mijlocul laturii BC, a cărei mediatoare este.
19.	***În ce raport sunt laturile AB şi AC ?***	Recunoaşte [AB]≡[AC], deoarece punctul A se află pe mediatoarea segmentului BC.
20.	***Cum este triunghiul în care* [AB]≡[AC] şi [BA]≡[BC] ?**	Recunoaşte un triunghi echilateral.
21.	***Am arătat că egalitatea medianelor BM şi CN implică egalitatea laturilor AB şi AC. Ce***	Remarcă neutilizarea congruenţei cu cea de a treia mediană AP.

	condiţie din ipoteză nu am folosit încă ?	
22.	***Considerând medianele AP şi CN la ce concluzie ajungem , facând analogie cu concluzia privind raportul între laturile AB şi AC ?***	Concluzionează că se va ajunge la rezultatul [BA]≡[BC].
23.	***Ce fel de triunghi este cel în care medianele sunt congruente ?***	Este triunghi echilateral.
24.	***Ce fel de triunghi este cel în care numai două mediane sunt congruente ?***	Este triunghi isoscel.
25.	***Iată o exprimare echivalentă pentru tipul de triunghi în funcţie de mediane. Dar, şi de alte linii ? (temă)***	

Modul de acordare a notei (în cadrul scenariului de mai sus)

Elementele notate	Punctaj
Definiţiile noţiunilor geometrice: - mediana, triunghi echilateral, linie mijlocie, mediatoare, linii importante în triunghi, unghiuri alterne interne, unghiuri opuse la vârf, triunghiuri asemenea, raport de asemănare. Noţiunile geometrice constitue cuvintele limbajului geometric, în lipsa cunoaşterii lor fiind dificilă o comunicare în domeniul geometriei, de aceea şi prin notare este evidenţiată necesitatea cunoşterii lor.	9* 1.1
Proprietăţile asociate noţiunilor utilizate: - concurenţă, paralelism, mărime relativă, proporţionalitatea laturilor, axă de	5*20

simetrie. Proprietăţile asociate termenilor contribue la o utilizare eficientă a acestora, la o valorificare mai bună a lor.	
Construcţia geometrică: - reprezentarea prin desen a triunghiului, medianelor, liniei mijlocii, mediatoarei. Deprinderea de utilizare a desenului în geometrie trebuie să fie folosită cu uşurinţă.	4*2.5
Urmărirea unui plan de rezolvare dovedeşte deprinderea elevului de a lucra sistematic: - planul de rezolvare, deşi nu e cunoscut dinainte de către elev, îl aduce pe elev pas cu pas la cunoştinţele necesare pentru legătura între ipoteză şi concluzie, iar elevul trebuie să fie în stare să urmărească firul unui plan coerent.	1*10
Reformularea întrebării :*Ce elemente egale pot avea triunghiurile MGN şi BGC ?* - o astfel de întrebare, nu una directă îl pune pe elev să exploreze pentru a-şi reformula întrebarea pe înţelesul său. ***Capacitatea de reformulare*** este foarte importantă în comunicare.	1*10
Transferul rezultatelor obţinute : - după analizarea cazului a două mediane şi obţinerea rezultatului de triunghi isoscel, o **exprimare generalizată** a acestei situaţii îl conduce pe elev la aplicare pentru altă pereche de mediane şi obţinerea rezultatului final.	1*10

Total maxim 70 de puncte la care se adauga 30 din oficiu conduc la 100 puncte , care se convertesc într-o notă de la 3 la 10.

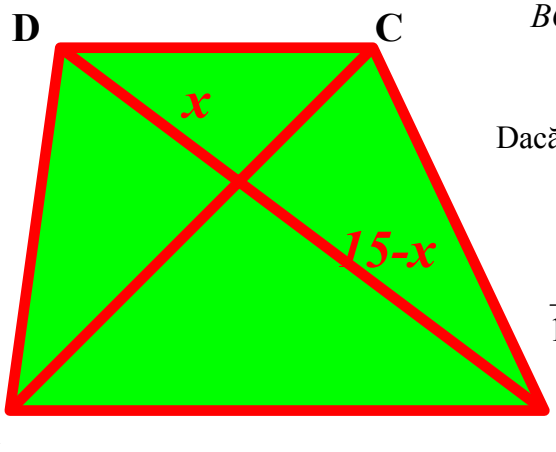
Varianta 2

Fie ABCD un trapez cu bazele AB = 12cm şi CD = 6cm. Diagonalele AC∩BD={O}; dacă BD = 15cm, află lungimile segmentelor BO şi OD.

Rezolvare:

$\Delta ODC \sim \Delta OBA$ (cazul U.U.)

$$\frac{OD}{BO} = \frac{OC}{AO} = \frac{CD}{AB}$$



Dacă se notează OD = x, atunci BO = 15 –x**.**

Înlocuind în şirul de rapoarte lungimile segmentelor:

$$\frac{x}{15-x} = \frac{OC}{AO} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow 2x = 15 - x \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 15:3 = 5$cm.

OD = 5cm şi BO = 15 – 5 = 10cm.

Chestionar adresat elevilor:

1. Defineşte trapezul , cum sunt laturile unui trapez?
2. Dacă CD ‖ AB şi AC şi BD se intersectează în O, ce poţi spune despre ΔAOB şi ΔCOD?
3. În raporturile de asemanare corespunzătoare asemănării triunghiurilor ODC şi OBA, notează OD cu x . La ce se reduce rezolvarea problemei din punct de vedere algebric?
4. Dacă raportul de asemănare a laturilor paralele este ½ şi raportul OD/OB = ½ , la ce concluzie ai ajuns? Emite o “teorema “ cu privire la această problemă.

Notarea : 1. realizarea corectă a figurii – 1 p
2. definirea corectă a trapezului şi prezentarea proprietăţilor acestuia-1p
3. demonstraţia asemănării triunghiurilor – 2p
4. scrierea ecuaţiei de determinare a necunoscutei x- 2p
5. concluzie corectă şi teorema formulată corespunzător-3p
1 p din oficiu

Exemplu ***Probă orală (clasa a VII-a)***

În programa de matematică pentru clasa a VII-a, apar următoarele competenţe specifice:

1.5. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configuraţii geometrice date;
2.5. Stabilirea relaţiei de asemănare între două triunghiuri;
3.5. Utilizarea noţiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configuraţii geometrice date;
5.5. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelaţie cu proprietăţi calitative şi / sau metrice;
5.5. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice.

Se exemplifică o probă de evaluare orală, prin care se verifică formarea acestor competenţe la elevi. Se precizează şi grila de punctaj pentru această probă.

Conţinutul probei şi tehnica de desfăşurare:

Profesorul scrie pe tablă textul următoarei probleme:

Demonstraţi că linia mijlocie în trapez este paralelă cu bazele şi egală cu semisuma acestora.

Profesorul se adresează clasei:

1) Ce se dă şi ce se cere în această problemă?

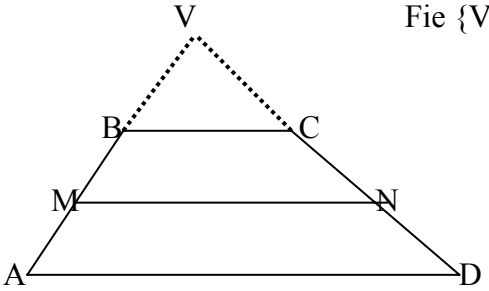
I	$BC \parallel AD$,$M \in [AB]$ şi $[AM] \equiv [MB]$, $N \in [CD]$ şi $[CN] \equiv [ND]$
C	$MN \parallel BC$, $MN=(AD+BC)/2$

(scrierea ipotezei şi concluziei 1 punct)

2) Ce teoreme, din care putem explica paralelismul, există ?

Se reţine reciproca teoremei Thales – construcţie triunghi

Fie $\{V\} = AB \cap CD$



(realizarea figurii 1 punct)

3) Ce vom căuta să arătăm pentru a aplica reciproca Tales ?

Răspuns :

În Δ VMN: $\frac{VB}{MB} = \frac{VC}{CN}$ => **MN ∥ BC** ***(1punct)***

4) Să aplicăm Thales pentru a ajunge la rapoartele căutate.

(indicaţie dacă este necesar)

În ΔVAD, din ip. $BC \parallel AD$ => $\frac{VB}{AB} = \frac{VC}{CD}$ => $\frac{VB}{VC} = \frac{AB}{CD} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{CD}{2}} = \frac{MB}{CN}$ =>

(1punct) ***(1punct)*** ***(1punct)***

=> $\frac{VB}{MB} = \frac{VC}{CN}$ => în ΔVMN avem $MN \parallel BC$ (reciproca Thales)

5) Să construim rapoarte care să conducă la (AD+BC)/MN, împreună sau separat. În ce triunghiuri putem lucra?

$MN \parallel BC \parallel AD$ (ip) => ΔVMN~ΔVAD şi ΔVMN~ΔVBC => ***(1 punct)***

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{VA}{VM} = \frac{AD}{MN} \\ \\ \frac{VB}{VM} = \frac{BC}{MN} \end{array}\right. \quad \textit{(1 punct)}$$

(+)

6) Cum găsim AD+BC?

$$\left.\begin{array}{l} \frac{VA+VB}{VM} = \frac{AD+BC}{MN} \\ \textbf{7) Observăm:} \\ VA=VB+AB \\ \\ VM=VB+\frac{AB}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \frac{AD+BC}{MN} = \frac{2VB+AB}{VB+\frac{AB}{2}} = 2 \Rightarrow \mathbf{MN=} \frac{AD+BC}{2}$$

(1 punct)

1 punct din oficiu.

Exemplu ***probă de EVALUARE finală (clasa a Ix-a-trunchi comun)***

Obiective urmărite: Verificarea formării la elevi a competenţelor specifice:

CS1. Recunoaşterea unor corespondenţe care sunt şiruri, progresii aritmetice sau geometrice.

Fie (a_n) o progresie aritmetică. Să se studieze dacă este progresie aritmetică şirul (b_n) al cărui termen general este dat de formula următoare $b_n = \alpha a_n$, cu α real.
(Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., 1997, p.90)

CS2. Utilizarea unor moduri variate de descriere a funcţiilor in scopul caracterizării acestora.

Să se găsească suma primilor 100 de termeni ai unei progresii aritmetice (a_n), dacă $a_{10}=50$ şi $r=7$.
(Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., 1997, p.90)

CS3. Identificarea unor formule de recurenţă pe baza raţionamentului de tip inductiv.

Fie şirul de numere (a_n), unde $a_0=2$, $a_1=3$ şi pentru orice număr natural k, avem $a_{k+1}=3a_k - 2a_{k-1}$ Să se demonstreze că $a_n = 2^n+1$ oricare ar fi $n\geq 1$.
(Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., 1997, p.88)

CS4. Interpretarea grafică a unor relaţii provenite din probleme practice.

Ioana a deschis un cont bancar conţinând 3000 lei, cu o dobândă de 5% pe an. După cât timp va avea 4000 lei?

CS5. Analiza unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcţii definite pe **N** prin raţionamente de tip inductiv.

Fie S_n suma primilor n termeni ai şirului 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5,...

a) Să se găsească o formulă pentru S_n

b) Să se arate că $S_{p+q} - S_{p-q} = pq$, unde p, q sunt numere naturale cu $p>q$.

(Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., 1997, p.89)

CS6. Transpunerea în limbaj matematic a unor situaţii-problemă utilizand funcţii definite pe N.

După o povestire orientală, inventatorul jocului de şah, solicitând recompensă, s-a adresat suveranului său astfel: „ Eu doresc pentru prima căsuţă un bob de grâu, pentru a doua 2 boabe de grâu, pentru a treia 2^2 boabe de grâu ş.a.m.d., pentru a 64-a doresc 2^{63} boabe de grâu.” Să se calculeze numărul boabelor de grâu cerute suveranului.

(Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., 1997, p.94)

Exemplu ***Examinare prin probă practică (clasa a V-a)***

Unitatea de învăţare: Fracţii ordinare.

Competenţa specificăevaluată: Identificarea în limbajul cotidian sau în probleme a fracţiilor ordinare şi a fracţiilor zecimale.

Tipul probei: probă practică în perechi.

Material didactic: foi A4, foarfece, cercuri, dreptunghiuri.

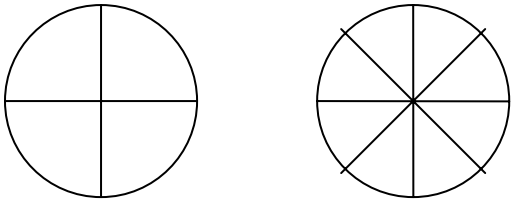
Conţinutul probei şi tehnica de desfăşurare:

La începutul lecţiei de predare de noi cunoştinţe cu titlul „Fracţii echivalente, amplificarea şi simplificarea fracţiilor”, elevii vor fi solicitaţi să obţină (prin tăiere) o doime din prima foaie şi 2 pătrimi din a doua foaie.

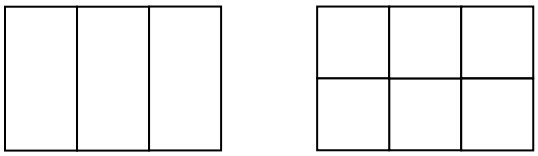
Să compare prin suprapunere doimea cu cele două pătrimi şi să spună ce au observat.

1/2 = 2/4

La fel se va proceda cu cercurile şi cu dreptunghiurile.



1/4 = 2/8



2/3 = 4/6

Timp de lucru: 10 minute

Observaţii metodice:

-evaluarea prin probe practice constă în evaluarea capacitaţii elevilor de aplicare a anumitor cunoştinţe teoretice, a priceperilor şi deprinderilor practice;

-la matematică acest tip de evaluare se întâlneşte mai rar, dar este bine să fie folosit pentru o mai uşoară înţelegere a conceptelor matematice;

-perechilor de elevi care rezolvă rapid sarcinile propuse li se pot pune la dispoziţie fişe de exerciţii suplimentare în timp ce cadrul didactic poate lucra cu elevii care întâmpină dificultăţi.

Examiarea prin probe scrise recurge la anumite suporturi scrise pentru relevarea randamentului elevilor pe o arie vastă de cunoştinţe şi pentru antrenarea elevilor în elaborarea şi prezentarea răspunsului la unul sau mai multe subiecte. Probele scrise îmbracă forma de expuneri scrise, rezolvări de exerciţii, executări de scheme, grafice, desene.

***Avantajele probelor scrise*:**

-asigură uniformitatea subiectelor ca intindere şi dificultate, pentru toţi elevii supuşi evaluării ;

-permit verificarea randamentului unui număr mai mare de elevi într-un timp relativ scurt;

-oferă elevilor şansa de a-şi etala în mod independent achiziţiile instrucţiei, avantajează elevii timizi sau care se exprimă defectuos pe cale orală ;

-permit verificarea unor capacităţi de analiză/ sinteză, tratarea coerentă a unui subiect, elaborarea unui răspuns mai cuprinzător ;

-conferă evaluării un grad mai ridicat de fidelitate, permiţând reexaminarea răspunsurilor.

Limitele probelor scrise: nu remediază imediat erori sau neîmpliniri ale elevilor, presupun un consum mare de muncă în elaborarea lor.

Exemplu ***Examinare prin probă scrisă (clasa a VII-a)***
Unitatea de învăţare: Poligoane regulate

Competenţe specifice evaluate:

2.Calcularea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configuraţii geometrice care conţin un cerc.

4.Exprimarea proprietăţilor elementelor unui cerc în limbaj matematic.

5.Deducerea unor proprietăţi ale cercului şi ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice şi noţiuni studiate.

I. Completaţi spaţiile punctate:

1. Poligonul regulat este poligonul care are…….
2. Poligoanele regulate studiate sunt……

3. Apotema poligonului regulat este…….
4. Centrul poligonului regulat este……...

(1 punct)

II. Transcrieţi în spaţiul liber din stânga numerelor de ordine ale enunţurilor corespunzătoare coloanei A, litera din coloana B care corespunde formulei corecte:

A	B
1. Aria triunghiului echilateral	a. $3R\sqrt{3}$
2. Perimetrul pătratului	b. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$
3. Apoteme hexagonului regulat	c. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$
4.Perimetrul triunghiului echilateral	d. $4R\sqrt{2}$
5. Apotema pătratului	e. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
5. Aria hexagonului regulat $3R\sqrt{3}$	f. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

(1,5 puncte)

III. Raza unui cerc este de 12cm. Să se calculeze:

1. lungimea laturii unui hexagon înscris în acest cerc, precum şi apotema şi aria
2. lungimea laturii unui pătrat înscris în acest cerc, apotema, aria şi perimetrul său

(1,5 puncte)

IV. Raza cercului în care este înscris un triunghi echilateral care are aria $25\sqrt{3}$ cm^2 este egală cu:

a. $10\sqrt{3}cm$ b. $\frac{10\sqrt{3}}{3}cm$ c. $\frac{3\sqrt{10}}{10}cm$ d. $\frac{5\sqrt{3}}{3}cm$

(1,5 puncte)

V. Laturile congruente ale unui triunghi isoscel au lungimea egală cu latura unui triunghi echilateral înscris într-un cerc de rază 10cm, iar baza de lungime egală cu lungimea laturii pătratului înscris într-un cerc de rază $6\sqrt{6}$ cm. Să se afle aria triunghiului.

(1,5 puncte)

VI. Coarda comună a două cercuri secante are lungimea de $8\sqrt{6}$ cm. Ea este latura triunghiului înscris în unul din aceste cercuri şi latura pătratului înscris în celălalt cerc. Să se calculeze distanţa dintre centrele celor două cercuri.

(2 puncte)

Timp de lucru: 50 minute
1 punct din oficiu

***Metodologia de elaborare a probelor(instrumentelor) de evaluare* :**

- stabilirea scopului probei, a funcţiei sale : prognostică – înaintea unei noi secvenţe de instruire, diagnostică-pe parcursul procesului, predictivă- la sfârşitul unei perioade de instruire;

- scopul probei determina natura acesteia;

- precizarea obiectivelor/competenţelor vizate – tipul şi nivelul achiziţiilor la care trebuie să ajungă elevii;

- precizarea obiectivelor determină structura şi conţinutul probei;

- stabilirea conţinuturilor supuse verificării – în concordanţă cu obiectivele pedagogice şi cu conţinuturile instruirii;

- redactarea probei – în funcţie de natura obiectivelor, reprezentativitatea problemelor, specificul materiei de învăţământ, posibilităţile elevilor;

- alcătuirea grilei de corectare – precizarea datelor şi a ideilor principale ce trebuie să se regăsească într-un răspuns bun, complet;

- elaborarea baremului de notare – stabilirea punctajului pentru fiecare item sau pentru componentele acestuia;

- aplicarea probei – cu scurte explicaţii, la început, privind abordarea subiectelor;

- prelucrarea rezultatelor – pentru aprecierea generală şi pentru atenţionări individuale.

Metodele alternative utilizate în evaluarea rezultatelor şcolare sunt: ***observarea sistematică a comportamentului de învăţare al elevilor, investigaţia, referatul, proiectul, portofoliul, autoevaluarea, evaluarea cu ajutorul calculatorului***. (Panţuru, S., 2006; Ardelean, L., Secelean, N., 2007; Zaharia, M., (coord) , Zaharia, D., 2008)

Aceste metode de evaluare fac apel la creativitatea elevului, la gândirea divergentă, la lucrul în echipe.

1) ***Observarea sistematică a activităţii şi comportamentului elevilor*** se realizează prin observarea curentă a comportamentului acestora la ore care permite :
- cunoaşterea interesului pentru studiu;
- sesizarea modului în care elevii participă la activităţi;
- cunoaşterea modului de exprimare.

Avantaje: -permite dialogul profesor – elev, ce dă posibilitatea profesorului să aprecieze cum gândeşte elevul;
- profesorul îl poate ajuta pe elev cu întrebări suplimentare pentru a-şi elabora răspunsul.

Dezavantaje: - necesită un timp lung de evaluare;
-nu pot fi formulate pentru toţi elevii întrebări cu acelaşi grad de dificultate.

2) ***Investigaţia*** este o metodă de evaluare în care elevul este pus în situaţia de a căuta o soluţie deosebită – faţă de soluţiile algoritmice - . Chiar dacă sarcina este simplă, elevului i se va cere să facă dovada înţelegerii sarcinii, rezolvării, generalizării sau transpunerii ei în alt context .Timpul afectat investigaţiei unei anumite situaţii problemă este limitat şi nu poate depăşi o oră de curs .
Observaţie: Aceste două metode de evaluare pot fi aplicate în cadrul realizării unui proiect didactic.

3)*Referatul* este o lucrare elaborată de unul sau mai mulţi elevi pe o temă dată şi cu ajutorul unei bibliografii prestabilite. Pentru întocmirea unui referat trebuie parcurse următoarele etape :

- se precizează de către profesor tema referatului, bibliografia ce urmează a fi studiată;
- se justifică de către profesor tema referatului;
- se precizează de către profesor modul de întocmire al unui referat, cu referiri concrete la forma acestuia;
- se întocmeşte referatul de către elev;
- se verifică conţinutul de către profesor;
- se susţine referatul de către elev;
- se notează activitatea, de întocmire şi redactare a referatului, printr-o notă.

Exemple **1. *Examinare prin referate (clasa a V-a)***
Tema referatului bibliografic: Povestea jocului de şah.

2. *Examinare prin referate (clasa a VII-a)*
Tema referatului bibliografic: Matematicieni celebri : Aristotel, Thales, Pitagora.

Aceste referate, care conduc la elevi la însuşirea de noi cunoştinţe, la aprofundarea şi extinderea cunoştinţelor existente, sau la fixarea cunoştinţelor lor, se pot utiliza pentru a realiza evaluarea formativă sau sumativă a acestora.

4) *Proiectul* este o metodă complexă de evaluare individuală sau de grup şi presupune elaborarea unei lucrări cu caracter teoretic şi /sau practic, pe baza unei teme date.
Etapele realizării proiectului :

a) Pregătirea proiectului
b) Implementarea proiectului
c) Evaluarea proiectului

a) Pregătirea proiectului
- proiectul începe în clasă prin conturarea obiectivelor;
- stabilirea sarcinilor de lucru şi a timpului alocat;
- resursele informaţionale şi materiale necesare;
- alegerea modului de prezentare: poster, mapă.

b) Implementarea proiectului Se discută cu elevii asupra subiectului, se stabileşte modalitatea de lucru, ideile principale necesare şi a bibliografia adecvată .
Elevii lucrează sub directa îndrumare a profesorului, acesta devine un observator activ al muncii lor intervenind doar atunci când este nevoie .
c) Evaluarea rezultatelor Profesorul evaluează calitatea proiectului dar şi modul de prezentare, urmăreşte dacă tema propusă spre studiu a fost înţeleasă corect .
Elevii prezintă întregii clase şi profesorului rezultatul muncii, autoevaluându-se .
Avantajele acestei metode de evaluare:
- nu necesită cunoştinţe foarte avansate de matematică;
- prin modul de realizare (în echipă) poate antrena şi elevii mai puţin pasionaţi de matematică.

Exemplu ***Examinare prin proiecte (clasa a VII-a)***

Titlul proiectului: Asemănarea triunghiurilor
Idei principale :

- Descoperirile lui Thales din Milet – filozof şi matematician grec (624-546 i.e.n) care a avut o contribuţie importantă în acest domeniu.

- Teorema lui Thales şi reciproca, teorema fundamentală a asemănării, cazurile de asemănare ale triunghiurilor.
- Aplicaţii practice: determinarea distanţelor greu accesibile, a unor înălţimi / adâncimi care nu pot fi măsurate.

Bibliografie : Manuale de matematică; Internet-Istoria matematicii.

Prin proiect elevii îşi dezvoltă competenţele de documentare, comunicare, investigare.

5) Portofoliul este un instrument de evaluare flexibil şi complex . Se proiectează de către profesor în funcţie de context şi reuneşte diferite instrumente de evaluare tradiţionale şi alternative. Prin realizarea unui portofoliu elevii devin parte a sistemului de evaluare şi pot să-şi urmărească, pas cu pas propriul progres.

6) ***Autoevaluarea*** constituie un mijloc de formare a elevilor. Este de datoria profesorului să-i înveţe pe elevi să se autoaprecieze, să-şi depisteze propriile erori.

Forme de autoevaluării:

- ***autocorectarea sau corectarea reciprocă*** – elevul este solicitat să-şi depisteze unele minusuri în momentul realizării unor sarcini de învăţare;
- ***autonotarea controlată***- elevul este solicitat, în cadrul unei verificări să-şi acorde o notă, profesorul având datoria să argumenteze corectitudinea sau incorectitudinea aprecierilor;
- ***notarea reciprocă*** – elevii sunt puşi în situaţia de a-şi nota colegii, prin reciprocitate.

7) Evaluarea cu ajutorul calculatorului Pentru învăţarea matematicii, au apărut mai multe firme specializate în realizarea de softuri educaţionale. În învăţământ, calculatorul se poate folosi în predare – învăţare – evaluare.

AEL este un sistem modern de instruire, destinat educaţiei asistate de calculator. Sistemul AEL urmăreşte uşurarea procesului de învăţare, de stimulare a creativităţii .

Avantajele sistemului AEL :

- familiarizarea mediului educaţional cu conceptele şi avantajele tehnologiei informaţiei;
- oferirea de simulări software şi instrumente virtuale în loc de materiale didactice pe care majoritatea şcolilor nu şi le pot permite;
- accentul se pune nu pe memorare, ci pe dezvoltarea abilităţilor de rezolvare de probleme, de găsirea şi folosire a informaţiei.

Noul sistem de evaluare a rezultatelor învăţării urmează să se constituie într-un act unitar şi coerent care să ofere tuturor elevilor, indiferent de specificul unităţii şcolare sau de manualul alternativ după care lucrează, repere la care aceştia să-şi poată raporta nivelul de performanţă atins în învăţare. Ţinând seama de acest principiu important, toate ***instrumentele de evaluare: matricele de evaluare, probele de evaluare,*** sunt derivate din c***ompetenţele generale*** şi din c***ompetenţele specifice*** ale curriculum-ului şcolar.

1. Probe de evaluare

Obiective operaţionale	***Conţinutul itemilor***
1.	

Competenţele specifice evaluate .....

Tipul probei .....
Materialul didactic .....
Conţinutul probei .....
Timp de lucru .....
Acordarea notelor .....
Rezultatele obţinute .....
Observaţii .....
Măsuri pentru corectarea greşelilor .....

în alcătuirea probelor de evaluare, se urmăreşte respectarea următoarelor cerinţe:
-măsurarea nu atât a cantităţii de informaţii de care dispune elevul, ci, mai ales, a capacităţilor şi a competenţelor;
-administrarea de probe de evaluare în număr suficient, aplicate tuturor elevilor;
-alegerea acelor itemi care să furnizeze informaţii relevante privind gradul de însuşire a cunoştinţelor şi nivelul de formare a capacităţilor;
-asigurarea varietăţii probelor de control, ca formă de organizare, structură, aspect, ţinând cont de domeniile de interes ale elevilor;
-aplicarea treptată de probe de evaluare, pornind de la lucrări scrise şi verificări orale curente, care să evalueze o singură subcapacitate;
-dozarea diferenţiată a volumului de lucru în cadrul aceleiaşi sarcini didactice şi amplificarea treptată a sarcinilor didactice;

2. Evidenţierea greşelilor constatate în urma corectării probelor administrate

Tipuri de greşeli	***Elevii /frecvenţa erorii***								

3. Tabel de rezultate şcolare obţinute în urma corectării probelor

Nr. crt.	***Numele şi prenumele elevului***	***Punctaje obţinute pe subiecte şi nota finală***			

4. Repartizarea notelor :

Note	***Frecvenţa-Număr elevi***	***Nivel de realizare a obiectivelor %***
3-3,99		
4-4,99		
5-5,99		
6-6,99		
7-7,99		
8-8,99		

5. *Reprezentări grafice şi evidenţierea progresului şcolar*

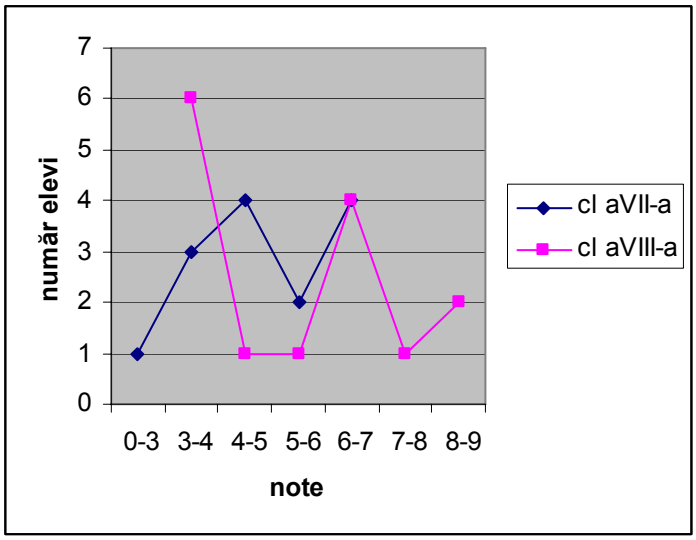


Fig. 5.2. Fişa de progres şcolar

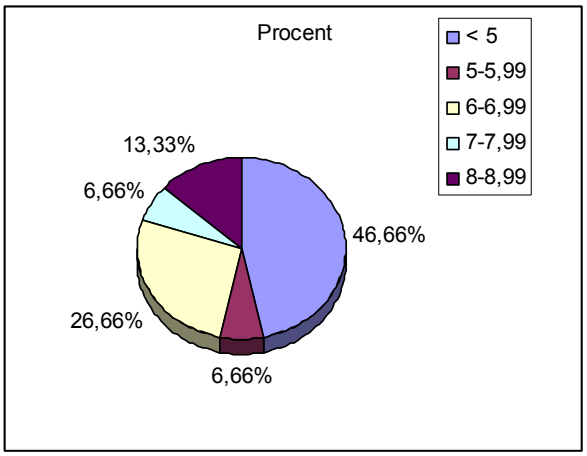
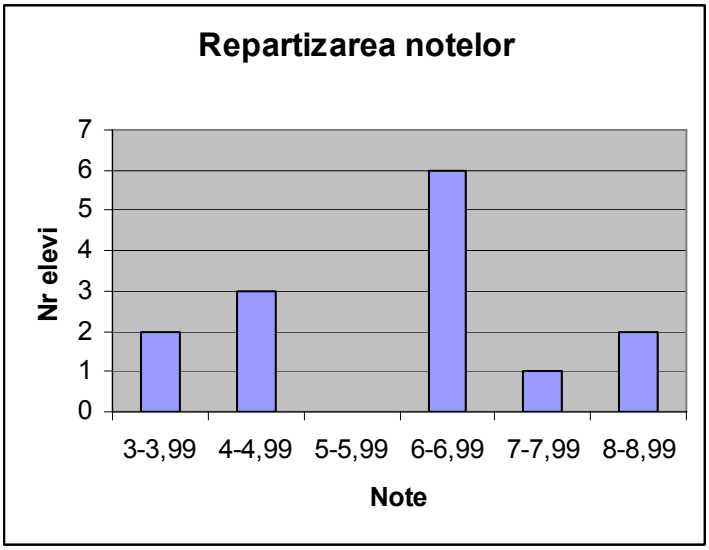


Diagrama areolară a rezultatelor evaluării pe medii
(Frecvenţa notelor exprimate în procente)

Fig. 5.3. Diagramă areolară şi histogramă

Histograma rezultatelor evaluării:



Exemple de analiză a rezultatelor evaluării şi metode ameliorative post evaluare

Exemplu 1, (Orban A., 2012)

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VII-A; A VIII-A)

Model de proiectare a unui test de evaluare

Testul de faţă a fost dat elevilor clasei a VII-a , după terminarea unităţii de învăţare: Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic, respectiv elevilor clasei a VIII-a , într-o oră de opţional (după ce s-au recapitulat funcţiile trigonometrice) , în scopul pregătirii acestor elevi pentru evaluarea naţională.

Unitatea de învăţare : Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic.
Tema : Rezolvarea triunghiului dreptunghic (oarecare)
Clasa : aVII-a , a VIII-a.
Timpul alocat : 45 min
Competenţe generale :

1) Identificarea unor date, a relaţiilor matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite
2) Analiza şi interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii – problemă

Competenţe specifice:

1) Recunoaşterea şi descrierea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configuraţie geometrică dată.
2) Aplicarea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.

Obiective operaţionale :

1) Să aplice corect teorema lui Pitagora respectiv reciproca acesteia.
2) Să utilizeze funcţiile trigonometrice în triunghiul dreptunghic.
3) Să calculeze corect perimetrul respectiv aria figurilor studiate.

Probă de evaluare

1) (3 p) - Fie ΔABC unde $m(\angle B)=90^0$, $AB=12cm$ şi $\cos(\angle A)=\frac{4}{5}$.

Să se afle perimetrul triunghiului ABC .

2) (3 p) - Fie ΔMNP unde $PN=6cm$, $PM=6\sqrt{3}cm$ şi $MN=12cm$.

a) să se determine natura triunghiului MNP
b) să se afle măsurile triunghiului
c) să se afle lungimea segmentului PE , unde $PE \perp MN$, $E \in [MN]$
d) să se afle lungimile segmentelor NE , EM
e) să se calculeze aria şi perimetrul triunghiului MNP

3) (3 p) - Fie ΔABC unde $m(\angle A)=105^0$, $m(\angle B)=30^0$ şi $AC=6cm$.

Să se afle perimetrul şi aria triunghiului ABC .

Din oficiu : 1 p

Barem de corectare

Nr crt		Punctaj
1	Desen $\cos(\angle A)=\frac{AB}{AC}\rightarrow AC=15cm$ T.P: $BC^2=AC^2-AB^2$ BC = 9 cm P = AB + BC +CA = 36 cm	0,25 p 0,5p*2=1p 0,5 p 0,5 p 0,75 p
2	Desen a) Verificarea reciprocei T.P : $\rightarrow m(\angle P)=90^0$ b) Aflarea $m(\angle M)=30^0$ şi $m(\angle N)=60^0$ c) $PE=\frac{PN\cdot PM}{NM}=3\sqrt{3}cm$ sau $\Delta MPE: PE=\frac{PM}{2}=3\sqrt{3}$ d) T.C $\rightarrow PN^2=NM\cdot NE\rightarrow NE=3cm$ sau $\Delta PNE:\ \cos 60^0=\frac{NE}{PN}\rightarrow NE=3$ EM = NM-NE =9 cm e) $A=\frac{PN\cdot PM}{2}=18\sqrt{3}$ sau $A=\frac{NM\cdot PE}{2}=18\sqrt{3}cm^2$ P = $PN+NM+MP=6cm+12cm+6\sqrt{3}cm=18+6\sqrt{3}$ cm	0,25 p 0,25 p 0,2 ; 0,2 p 0,5 p 0,5 p 0,2 p 0,5 p 0,4 p
3	Desen - Trasare segmentului $AE\perp BC$ şi aflarea măsurilor unghiurilor în triunghiurile ACE respectiv ABE - în ΔACE : $CE=AE=3\sqrt{2}$ - în ΔABE : $AB=2\cdot AE=6\sqrt{2}$ - T.P $\rightarrow EB^2=AB^2-AE^2\rightarrow EB=3\sqrt{6}$ - $CB=CE+EB=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$ - $P_{\Delta ABC}=AB+BC+CA=9\sqrt{2}+3\sqrt{6}+6$ cm - $A_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot AE}{2}$ $A=\frac{\left(3\sqrt{2}+3\sqrt{6}\right)\cdot 3\sqrt{2}}{2}=9\left(1+\sqrt{3}\right)\ cm^2$	0,25 p 0,5 p 0,2 p 0,2 p 0,5 p 0,2 p 0,25 p 0,3 p 0,6 p

Rezultatele evaluării

Clasa a VII-a

Nr crt	***Problema 1 3 p***	***Problema 2 3 p***	***Problema 3 3 p***	***Nota***
1	3	1,9	1,05	6,95
2	1,5	0,9	0,25	3,65

3	3	1,1	0,55	5,65
4	1,25	0,45	-	2,7
5	3	1,4	1,25	6,65
6	1,5	1,1	0,55	4,15
7	3	1,7	1,05	6,75
8	3	1,1	1,05	6,15
9	1,5	0,85	0,25	3,6
10	1,5	0,95	0,65	4,1
11	3	1	0,85	5,85
12	1,75	0,9	0,65	4,3
13	1,5	0,9	0,35	3,75
14	3	0,25	-	4,25
Media	31,5 p	14,5 p	8,5 p	4,89
Procent realizat	75 %	34,52 %	20,23 %	48,9 %
Media generală pe clasă : m = 4,89				

Punctaj realizat la test

Nota obţinută	sub 5	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10
Număr elevi	8	4	4	-	-	-
Procente	57,14 %	14,28 %	28,57 %	-	-	-

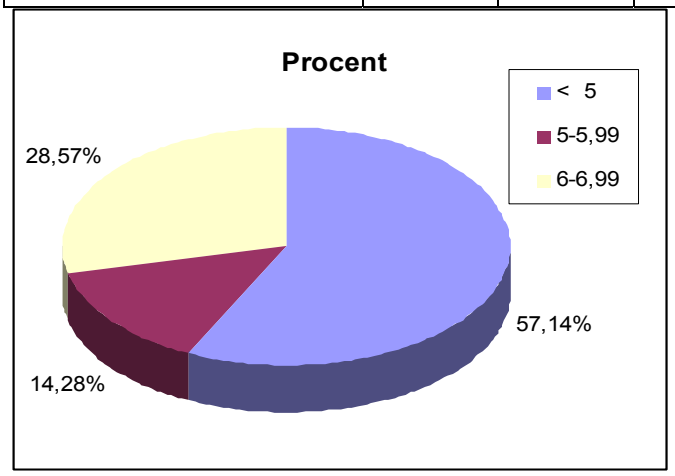


Diagrama areolară a promovabilităţii pe medii (frecvenţa notelor exprimate în procente)

Dispersia

Dispersia este media aritmetică ponderată a pătratelor abaterilor absolute unde **m**-este media aritmetică ponderată a clasei (media generală a clasei) şi n_i - frecvenţa notelor.

Dispersia arată modul în care valorile caracteristice gravitează în jurul mediei .

$$\nu = \frac{\sum_{i=1}^{14}(x_i - m)^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^{14} n_i}$$

- abaterea medie pătratică : $\sigma = \sqrt{\nu}$

O clasă de elevi prezintă omogenitate mare cu cât σ este mai mic .

Nota x_i	***Număr de note*** n_i	***Abaterile*** $x_i - m$
6,95	1	2,06
3,65	1	-1,24
5,65	1	0,76
2,7	1	-2,19
6,65	1	1,76
4,15	1	-0,74
6,75	1	1,86
6,15	1	1,26
3,6	1	-1,29
4,1	1	-079
5,85	1	0,96
4,3	1	-0,59
3,75	1	-1,14
4,25	1	-0,64

$$\nu = \frac{4,24 + 1,53 + 0,57 + 4,79 + 3,09 + 0,54 + 3,45 + 1,58 + 1,66 + 0,62 + 0,92 + 0,34 + 1,29 + 0,40}{14} =$$

$$= \frac{25,02}{14} = 1,787$$

$$\sigma = \sqrt{\nu} = \sqrt{1,787} = 1,33$$

La corectarea testului se acordă şi punctaj intermediar, adică dacă elevul a început bine un exerciţiu, dar nu a reuşit să finalizeze din diferite motive poate obţine fracţiuni de puncte. În acest caz nota se obţine prin rotunjirile obişnuite (adică de la 0,5 în sus, sub 0,5 în jos).

Rezultatele evaluării: Clasa a VIII-a

Nr crt	***Problema 1 3 p***	***Problema 2 3 p***	***Problema 3 3p***	***Nota***
1	3	1,6	0,85	6,45
2	1,5	0,9	0,25	3,65
3	3	2,4	2,25	8,65
4	3	1,6	0,85	6,45

5	1,5	0,5	0,35	3,35
6	1,5	0,9	0,35	3,75
7	3	2,3	2,1	8,4
8	2,95	2,3	1,25	7,5
9	1,5	0,5	0,35	3,35
10	1,5	0,9	0,6	4
11	1,5	0,5	0,25	3,25
12	3	1,6	0,95	6,55
13	3	1,4	0,25	5,65
14	1,5	0,5	-	3
15	3	1,6	0,75	6,35
Media	34,45 p	19,5 p	11,45 p	5,35
Procent realizat	76,55 %	43,33 %	25,44 %	53,5 %
Media generală pe clasă : m = 5,35				

Nota obţinută	sub 5	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10
Număr elev	7	1	4	1	2	-
Procente	46,66 %	6,66 %	26,66 %	6,66 %	13,33 %	-

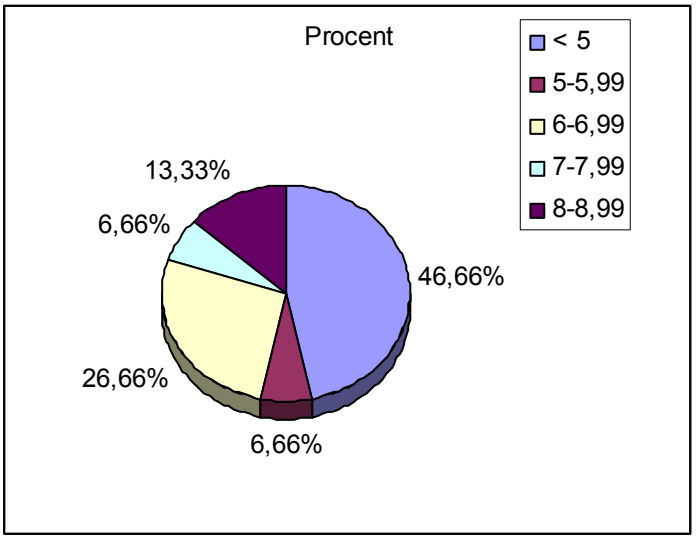


Diagrama areolară a promovabilităţii pe medii (Frecvenţa notelor exprimate în procente)

Nota x_i	***Număr de note*** n_i	***Abaterile*** $x_i - m$
6,45	2	1,1
3,65	1	-1,7
8,65	1	3,3
3,35	2	-2
3,75	1	-1,6
8,4	1	3,05
7,5	1	2,15

4	1	-1,35
3,25	1	-2,1
6,55	1	1,2
5,65	1	0,3
3	1	-2,35
6,35	1	1

$$\nu = \frac{1{,}21 \cdot 2 + 2{,}89 + 10{,}89 + 4 \cdot 2 + 2{,}56 + 9{,}3 + 4{,}62 + 1{,}82 + 4{,}41 + 1{,}44 + 0{,}09 + 5{,}52 + 1}{15} =$$

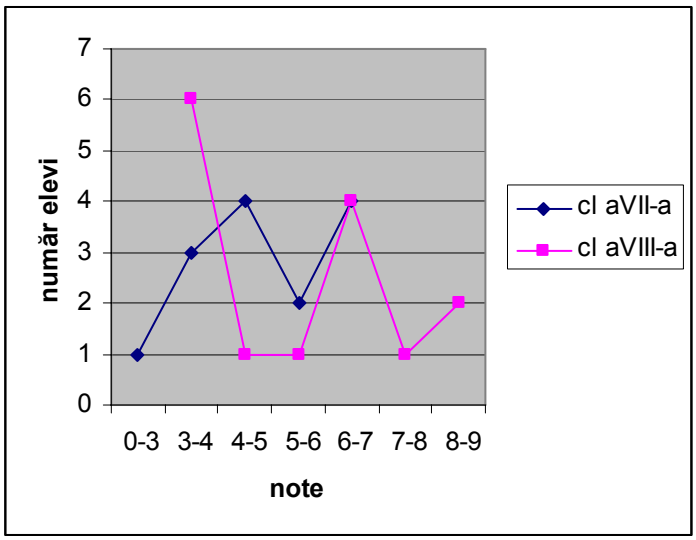
$$= \frac{54{,}96}{15} = 3{,}664$$

$$\sigma = \sqrt{3{,}664} = 1{,}91$$

Compararea rezultatelor la cele două clase

Frecvenţa notelor la cele două clase este interpretată în următorul tabel respectiv în diagrama alăturată .

Note	0-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
Nr elevi cl a VII-a	1	3	4	2	4	-	-
Nr elevi cl a VIII-a	-	6	1	1	4	1	2



Exemplu 2, (Orban A., 2012)

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VI-A)

Unitatea de învăţare: Proprietăţile triunghiurilor

1) (2 p) - Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^0$, AB = 15 cm , AC = 20 cm şi BC =25 cm . Aflaţi: a) aria triunghiului ABC ; b) AD , unde $AD \perp BC$, $D \in [BC]$

2) (2 p) - Fie triunghiul ABC isoscel cu $m(\angle A)>90^0$ şi $[BB']$, $[CC']$ înălţimi . Demonstraţi că : a) $\Delta AB'C'$ este isoscel ; b) $B'C' \parallel BC$.

3) (2p) - Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A)=90^0$ şi punctul M mijlocul ipotenuzei. Dacă $m(\angle MAC)=25^0$, aflaţi $m(\angle B)$ şi $m(\angle C)$.

4) (2 p) - În triunghiul ABC înălţimea AA' $(A' \in [BC])$ intersectează bisectoarea $[BD$ $(D \in [AC])$ în punctul Q . Calculaţi măsurile unghiurilor triunghiului ABC, ştiind că triunghiul ADQ este echilateral.(Alexandrescu, C.; Chirciu, M., 2007)

Timp de lucru: 45 de min .
Se acordă din oficiu 2 p .

Barem de corectare :

1) desen : **0,25 p**
a) Aria = 150 cm^2 : **0,75 p**
b) $A=150=\frac{AD \cdot BC}{2}$: **0,5 p**
$AD=12cm$: **0,5 p**

2) desen : **0,25 p**
a) demonstrarea faptului că $\Delta BAB' \equiv \Delta CAC'$: **0,5 p**
$\rightarrow AB'=AC'$: **0,25 p**
b) observarea faptului că în ΔABC , $\angle(BAB')$ este exterior şi în $\Delta AB'C'$ la fel $\angle(BAB')$ este exterior : **0,5 p**
$\rightarrow \angle(CBA) \equiv \angle(C'B'A) \Rightarrow B'C' \parallel BC$: **0,5 p**

3) desen : **0,25 p**
$AM=\frac{BC}{2}$: **0,25 p**
ΔMAC isoscel $\rightarrow m\angle A=m\angle C=25^0$: **0,75 p**
ΔMAB isoscel $\rightarrow m\angle A=m\angle B=65^0$: **0,75 p**

4) desen : **0,25 p**
în ΔADQ : $m\angle A=m\angle D=m\angle Q=60^0$: **0,15 p**
în $\Delta BQA'$: $m\angle A=90^0, m\angle Q=60^0, m\angle B=30^0$: **0,4 p**
$m(\angle ABD)=m(\angle CBD)=30^0$: **0,2 p**
în $\Delta BAA'$: $m\angle B=60^0 \rightarrow m\angle A=30^0$: **0,4 p**
în ΔABC : $m\angle C=30^0$: **0,4 p**
finalizare : ΔABC : $m\angle A=90^0, m\angle B=60^0, m\angle C=30^0$: **0,2 p**

Rezultatele evaluării – raportul de analiză

Formularea obiectivelor de evaluare :
Distribuţia sarcinilor de lucru a avut ca scop posibilitatea evaluării unui număr cât mai mare de obiective, în raport cu nivelul clasei .
La corectare s-a acordat şi punctaj intermediar .

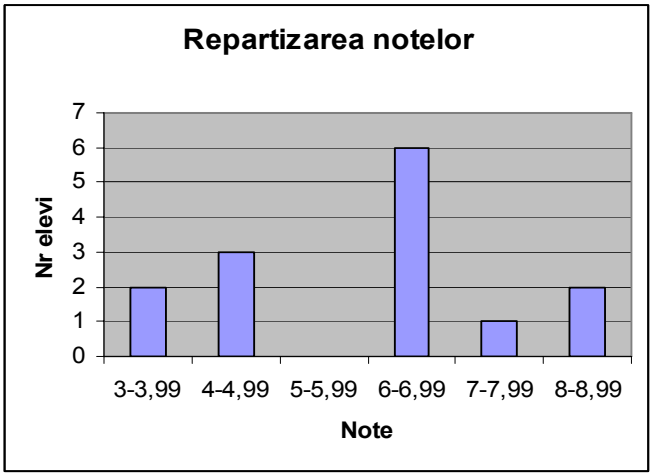
Rezultatele evaluării :

Nr crt	*Oficiu*	*Problema 1*	*Problema 2*	*Problema 3*	*Problema 4*	*Total puncte / nota finală*
1	2	1	0,75	0,75	0,3	4,8
2	2	1,5	1	1	0,5	6
3	2	1,5	1	1	0,65	6,15
4	2	1	0,75	0,75	0,25	4,75
5	2	2	1,5	2	1,4	8,9
6	2	2	1,45	2	1,2	8,65
7	2	2	1	1	0,5	6,5
8	2	1,5	1	1	0,5	6
9	2	1	0,5	0,75	0,25	4,5
10	2	2	1	1,25	0,5	6,75
11	2	2	1,25	2	0,5	7,75
12	2	1,5	1	1	0,5	6
13	2	0,5	-	0,25	0,25	3
14	2	0,75	0,2	0,25	0,4	3,6
Total	28	20,25	12,4	15	7,7	83,35
Procent	100 %	72,32 %	44,28 %	53,57 %	27,5 %	
Media clasei : 5,95						

Repartizarea notelor :

Note	*Număr elevi*	*Procent*
3-3,99	2	14,28 %
4-4,99	3	21,42 %
5-5,99	-	-
6-6,99	6	42,85 %
7-7,99	1	7,14 %
8-8,99	2	14,28 %

Histograma rezultatelor evaluării:



Notele obţinute arată modul de înţelegere şi aplicarea noţiunilor studiate , dar şi lacunele care trebuie completate şi aspecte care trebuie aprofundate.

Problema 1 - a fost abordată şi rezolvată într-un procentaj de 72,32 % , ceea ce înseamnă că majoritatea au înţeles noţiunile respective.

Problema 2 - a fost rezolvat într-o proporţie de 44,28 % . Mulţi n-au reuşit rezolvarea punctului **b** al problemei, necunoscând teorema dreptelor paralele tăiate de o secantă (respectiv reciproca acesteia).

Problema 3 - a fost rezolvată într-un procentaj de 53,57 % . La această problemă, nu s-a cunoscut proprietatea referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic.

Problema 4 - a fost cel mai puţin abordată , într-un procentaj de 27,5 % . Copii au întâmpinat greutăţi de la desenarea corectă a figurii (obţinerea punctului Q de intersecţie dintre înălţime şi bisectoare).

Se observă că au fost preferate problemele în care rezolvarea – demonstraţia este directă , nu cere prea mult efort, în care se aplică direct noţiunile învăţate.

Măsuri ameliorative: - recapitularea şi aplicarea teoremei dreptelor paralele tăiate de o secantă (respectiv reciproca acesteia);

- recapitularea şi aplicarea proprietăţii referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic;
- exerciţii de realizare a desenului într-o problemă de geometrie.

Exemplu 3, (Munteanu, D., E., 2010)

MATRICE

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A XI-a- filiera tehnologică)

I. Înscrieţi în dreptunghiul din dreptul fiecărui subpunct litera corespunzătoare denumirii corecte a matricei din coloana alăturată

3p 1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

3p 2. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

3p 3. $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

3p 4. $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$

3p 5. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

A. matrice simetrică

B. matrice triunghiulară

C. matrice unitate

D. matrice diagonală

E. matrice antisimetrică

F. matrice scalară

II. Citiţi cu atenţie afirmaţiile de mai jos. Încercuiţi litera A dacă afirmaţia este adevărată, sau F dacă afirmaîia este falsă.

4p 1. Elementele de pe diagonala principală a matricei

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix} \in M_3(\boldsymbol{Z})$ sunt $(-3,-5,7)$. A F

4p 2. Elementele de pe diagonala secundară a matricei

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 6 & -5 & 4 \end{pmatrix} \in M_3(\boldsymbol{Z})$ sunt $(-1,1,6)$. A F

3p 3. Urma matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\boldsymbol{Z})$ este 2. A F

4p 4. Transpusa matricei $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \sqrt{3} \\ \pi & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\boldsymbol{R})$ A F

este $A^t = \begin{pmatrix} 2 & \pi \\ -1 & 1 \\ \sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M_{3,2}(\boldsymbol{R})$.

III. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect:

5p 1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 1\end{pmatrix}$. Să se determine x,y astfel încât $A\cdot B=B\cdot A$.

a) x=1, y=1; b) x=1, y=-1; c) x=y=0; d) x=0, y=-1; e) x=2, y=0.

5p 2. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Suma elementelor de pe diagonala lui A^3 este:

a) 9; b) 10; c) 8; d) 0; e) 5.

5p 3. Soluţia ecuaţiei $X\cdot\begin{pmatrix}3 & -1\\ -5 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -2 & 4\\ 5 & 0\end{pmatrix}$ este matricea:

a) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -1\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}17 & 10\\ 16 & 10\\ 10 & 5\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 0 & 3\\ 2 & -4\end{pmatrix}$; d) I_3; e) $\begin{pmatrix}0 & 2\\ 3 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

Pentru subiectele IV, V, VI redactaţi rezolvările complete

IV. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & -1 & 4\\ 0 & 2 & 5\end{pmatrix}\in M_3(\boldsymbol{C})$ şi $B=\begin{pmatrix}4 & 5 & 0\\ -3 & 4 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}\in M_3(\boldsymbol{C})$.

4p a) Calculaţi $Tr(A)+Tr(B)-Tr(A+B)$;

4p b) Calculaţi $(A\cdot B)^t-B^t\cdot A^t$;

4p c) Determinaţi matricea $3A-2B^t$;

3p d) Rezolvaţi în $M_3(\boldsymbol{C})$ ecuaţia $3X+2A=5B$.

V. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$.

5p a) Calculaţi A^2;

5p b) Arătaţi că $A^n=A,\ \forall n\in\mathbf{N}^*$;

5p c) Demonstraţi că $A+2A^2+3A^3+\mathrm{K}+nA^n=\frac{n(n+1)}{2}\cdot A,\ \forall n\in\mathbf{N}^*$.

VI.

8p 1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

Calculaţi $f(A)$ dacă $f(X)=X^2-3X+2I_2$.

7p 2. În mulţimea $M_2(R)$ se consideră matricea

$$X(a)=\begin{pmatrix}1+5a & 10a\\ -2a & 1-4a\end{pmatrix},\ a\in\mathbf{R}.$$

Pentru orice $a,b\in\mathbf{R}$ să se arate că $X(a)\cdot X(b)=X(ab+a+b)$.

Nota : Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 50 min.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Formularea obiectivelor de evaluare pornind de la analiza de curriculum

Prin aplicarea testului sunt vizate următoarele obiective de evaluare care sunt corelate cu unităţile de conţinut predate:

O1. Să recunoască terminologia matematică specifică, la toate problemele propuse
O2. Să identifice toate tipurile de matrice, elementele de pe diagonala principală, secundară
O3. Să determine urma unei matrice pătratice
O4. Să efectueze operaţii cu matrice
O5. Să folosească proprietăţile operaţiilor cu matrice, transpusei şi urmei a unei matrice
O6. Să calculeze puterile a 2-a, a 3-a, a n-a, a unei matrice pătratice de ordin cel mult 3
O7. Să demonstreze prin metoda inducţiei matematice o egalitate pentru orice număr natural n

O8. Să aleagă corect metoda de calcul optimă pentru toate problemele propuse
O9. Să analizeze metodele posibile de rezolvare şi să rezolve ecuaţii matriceale, alegând corect dimensiunile matricei necunoscute.

Raport de analiză în urma administrării testului

În procesul de învăţământ evaluarea se raportează la competenţele generale şi la competenţele specifice ale programei şcolare, pe care trebuie să le realizeze elevii.

Modalitatea prin care se realizează evaluarea competenţelor generale şi competenţelor specifice este ***instrumentul de evaluare.***

Instrumentul de evaluare a fost proiectat la clasa a XI-a, profil tehnic, specializarea ”Resurse naturale şi protecţia mediului”, cu 3 ore pe săptămână şi este un test de evaluare sumativă aplicat la terminarea unităţii de învăţare “Matrice”. Testul conţine 16 itemi, atât itemi obiectivi, de tip pereche I.1-I.5, cu alegere duală II.1-II.4, cu alegere multiplă III.1-III.3, itemi semiobiectivi tip întrebări structurate IV, cât şi itemi subiectivi, de tip rezolvare de probleme V, VI.1, VI.2.

În tabelul nr. 1 este prezentată distribuţia punctajelor obţinute de elevi pe grupe de medii:

Talelul 1:

Note între	1-4,99	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10	Total
Nr.elevi	0	2	3	6	6	5	22
Frecvenţa	-	9,09%	13,64 %	27,27 %	27,27 %	22,73 %	100%

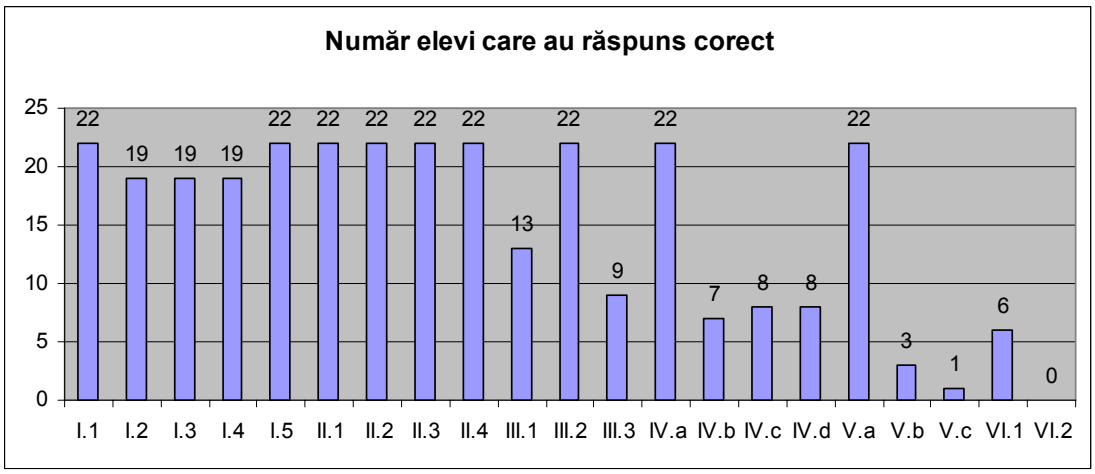
Item	I					II				III			IV				V			VI	
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	a	b	c	d	a	b	c	1	2
Număr elevi care au răspuns corect	22	19	19	19	22	22	22	22	22	13	22	9	22	7	8	8	22	3	1	6	0
Procente	100%	83,36%	83,36%	83,36%	100%	100%	100%	100%	100%	59,09%	100%	40,91%	100%	31,82%	36,36%	36,36%	100%	13,62%	4,55%	27,27%	-

Media clasei obţinută în urma administrării testului este: 7,90.

Nu au fost înregistrate note sub 5,00.

Rezultatele elevilor pe itemii conţinuţi în proba de evaluare:

Tabelul 2:


Număr elevi care au răspuns corect
25
20
15
10
5
0
22 19 19 19 22 22 22 22 22 13 22 9 22 7 8 8 22 3 1 6 0
I.1 I.2 I.3 I.4 I.5 II.1 II.2 II.3 II.4 III.1 III.2 III.3 IV.a IV.b IV.c IV.d V.a V.b V.c VI.1 VI.2

Deşi subiectele I, II au fost foarte generoase în punctaj, totuşi au existat elevi care nu au reuşit să răspundă cerinţelor formulate. Aceşti itemi conţin noţiuni elementare despre matrice şi totuşi unii elevi nu şi-au însuşit aceste noţiuni. Subiectul III, fiind format din itemi obiectivi, cu alegere multiplă, deşi pare uşor, au existat elevi care au făcut greşeli din neatenţie, sau nu au reuşit să ducă la bun sfârşit calcule. Sau poate nu au ştiut să aleagă corect dimensiunile matricei necunoscute pentru a rezolva ecuaţia matriceală de la III.3. La acest item, având variante de răspuns, elevii puteau înlocui pe rând sau prin eliminare matricea necunoscută cu una din cele date ca variante de răspuns. Au fost elevi care au ales această metodă. Nu s-a acordat punctaj intermediar la aceste subiecte aşa că au pierdut tot punctajul.

La subiectul IV, item semiobiectiv tip întrebări structurate, mulţi elevi s-au apucat să înlocuiască matricele în relaţiile cerute , ceea ce le-a luat mult timp şi au mai greşit şi la calcule.

Câţiva elevi s-au folosit de proprietăţile matricei transpuse şi urmei unei matrice pentru a rezolva itemii IV.a,b. La IV.c,d folosind operaţiile cu matrice, în mare parte au lucrat corect. Dar şi aici din cauza neatenţiei unii elevi nu au finalizat calculele corect. La aceşti itemi precum şi la itemii subiectivi tip rezolvare de probleme V.a,b,c, VI.1,2 elevul trebuia să scrie rezolvările complete, ei fiind punctaţi conform baremului detaliat.

La demonstrarea egalităţii de la V.1 prin metoda inducţiei matematice doar 4 elevi au reuşit să finalizeze acest item. Mulţi nu stăpânesc încă metoda, iar unii au reuşit să facă doar verificarea. La itemul V.3 mulţi au calculat puterile a 2-a, a 3-a, a n-a a matricei şi au inlocuit în egalitate; nu s-au folosit de punctul b). Itemul VI.1, fiind un exerciţiu unde foloseau operaţiile cu matrice nu a pus probleme elevilor. La ultimul item, dând o altfel de notaţie matricei şi trebuind să ia în considerare această notaţie, elevii nu au reuşit să se descurce prea bine la acest exerciţiu.

Din analiza punctajului obţinut pe itemi se observă că din cei 16 itemi 9 subitemi au depăşit pragul de integritate ceea ce se poate spune că şi obiectivele corespunzatoare au fost atinse: O1;O3;O4;O5. Se constată că celelalte obiective nu au fost realizate în totalitate.

Una dintre explicaţii ar fi numărul restrâns de ore alocate unităţii de învăţare care nu permite alocarea unor ore de aplicaţii în care să se rezolve mai multe probleme care să ducă la consolidarea noţiunilor,iar elevii alocă foarte puţin timp studiului individual acasă, aşa că activităţile de bază ramân cele desfăşurate în clasă.

Analiza itemilor de tip obiectiv a arătat faptul că elevii sunt neatenţi în ceea ce priveşte citirea cu atenţie a textului. De asemenea, s-a observat în urma administrării testului că majoritatea elevilor stăpânesc bine operaţiile cu matrice.

Se va insista pe elementele teoretice şi necesitatea însuşirii acestora pentru rezolvarea corectă a problemelor.

Elevii trebuie conştientizaţi asupra necesităţii ca orice temă să fie abordată cu responsabilitate şi cu atenţie.

Barem de corectare şi notare

Subiectele I, II, III

-Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerinţe, fie 0 puncte.

-Nu se acordă punctaje intermediare.

Item	I					II				III		
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3
Punctaj	3p	3p	3p	3p	3p	4p	4p	3p	4p	5p	5p	5p
Rezultate	D	A	F	E	B	F	A	F	A	c)	a)	b)

Subiectele IV, V, VI

-Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă e diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

-Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat de barem.

IV

a) $Tr(A+B)=Tr(A)+Tr(B)$ 2p

Finalizare 2p

Sau prin calcul:

Efectuarea corectă a sumei $A+B=\begin{pmatrix}5 & 3 & 0\\ 0 & 3 & 5\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}$ 1p

$Tr(A)=5$ 1p

$Tr(B)=5$ 1p

Finalizare 1p

b) $(A\cdot B)^t=B^t\cdot A^t$ 2p

Finalizare 2p

Sau prin calcul:

Scrierea corectă a matricei A^t 1p

Scrierea corectă a matricei B^t 1p

Efectuarea corectă a produsului $A\cdot B=\begin{pmatrix}10 & -3 & -2\\ 19 & 15 & -13\\ -1 & 13 & -13\end{pmatrix}$ 1p

Finalizare 1p

c) $3A=\begin{pmatrix}3 & -6 & 0\\ 9 & -3 & 12\\ 0 & 6 & 15\end{pmatrix}$ 1p

$2B^t=\begin{pmatrix}8 & -6 & 2\\ 10 & 8 & 2\\ 0 & 2 & -6\end{pmatrix}$ 1p

Finalizare 2p

d) $2A=\begin{pmatrix}2 & -4 & 0\\ 6 & -2 & 8\\ 0 & 4 & 10\end{pmatrix}$ 1p

$5B=\begin{pmatrix}20 & 25 & 0\\ -15 & 20 & 5\\ 5 & 5 & -15\end{pmatrix}$ 1p

$3X=5B-2A$ 1p

Finalizare 1p

V

a) $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ 5p

b) Verificarea 2p

$P(k)\to P(k+1),\ \forall k\in\mathbf{N}^*$ 3p

c) $A=A^2=A^3=\mathrm{K}=A^n,\ \forall n\in\mathbf{N}^*$ 2p

$A+2A^2+3A^3+\mathrm{K}+nA^n=(1+2+3+\mathrm{K}+n)A=$ 2p

$=\dfrac{n(n+1)}{2}\cdot A,\ \forall n\in\mathbf{N}^*$ 1p

VI

1. $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2p

$f(A) = A^2 - 3A + 2I_2$ 1p

Finalizare 5p

2. $X(b) = \begin{pmatrix} 1+5b & 10b \\ -2b & 1-4b \end{pmatrix}$, $b \in \mathbf{R}$ 2p

$X(a) \cdot X(b) = \begin{pmatrix} 1+5(a+b+ab) & 10(a+b+ab) \\ -2(a+b+ab) & 1-4(a+b+ab) \end{pmatrix} =$ 3p

$= X(ab+a+b), \forall a,b \in \mathbf{R}$ 2p

Analiza baremului de corectare şi notare

În aplicarea baremului s-a ţinut cont de fiecare secvenţă necesară a fi parcursă în demersul de rezolvare a problemelor propuse, acordându-se punctajul corespunzător. Astfel, chiar dacă elevul nu a finalizat rezolvarea problemei, i s-a acordat punctajul pe fiecare subcomponentă a itemului. Acest mod de notare este obiectiv deoarece permite o evaluare mai realistă a gradului de însuşire a unor deprinderi, abilităţi şi conţinuturi.

Prima parte a testului, respectiv subiectele I-III., vor primi punctajul maxim dacă răspunsul este corect sau zero puncte dacă răspunsul este greşit, nu se admit punctaje intermediare, pe foaie vor trece numai rezultatele finale.

Partea a doua, formată din subiectele IV-VI, cuprinde itemi de tip rezolvare de probleme. La aceştia elevul va scrie rezolvările complete, punctajul fiind stabilit conform baremului detaliat. Pe testul pe care îl primesc elevii pot să vadă puntajul alocat itemilor prezenţi în instrumentul de evaluare.

Punctajul acordat pentru fiecare item a fost în concordanţă cu gradul de dificultate al acestuia; poate la itemii V.2,3 baremul mai trebuie modificat în avantajul elevilor. Punctajul acordat a fost uniform distribuit, astfel încât accesul la nota de trecere să nu fie posibil fără cunoaşterea noţiunilor de bază şi a unor minime deprinderi de a le aplica. Elevii care au obţinut note peste nouă, au fost capabili să interpreteze sensul noţiunilor, să realizeze conexiuni între diversele noţiuni şi au dovedit şi dexteritate în aplicarea algoritmilor.

În urma aplicării baremului de corectare şi notare s-au constatat următoarele:

-rezultatele obţinute sunt destul de modeste (ţinând cont că testul administrat nu a avut un grad de dificultate foarte mare);

- elevii sunt neatenţi în ceea ce priveşte citirea cu atenţie a enunţurilor;

-nu cunosc sau nu stăpânesc corect noţiunile primate.

Măsuri de ameliorare a activităţii:

-în urma rezultatelor obţinute, se va pune un mai mare accent pe efectuarea corectă şi completă a calculelor, se vor rezolva mai multe probleme legate de demonstrarea unor egalităţi prin metoda inducţiei matematice, se va insista mai mult pe înţelegerea textului matematic şi eliminarea situaţiilor care conduc la confuzie;

-se va insista pe elementele teoretice şi necesitatea însuşirii acestora pentru rezolvarea corectă a problemelor.

Tipul ***probelor (metodelor) de evaluare*** se selectează în funcţie de doi parametri: ***competenţa generală vizată*** şi ***competenţele specifice*** pe care profesorul îşi propune să le formeze la elevi în cadrul procesului de predare-învăţare.

Corelaţia dintre competenţele evaluate şi instrumentele folosite pentru a realiza această evaluare este redată sintetic în ***matricele de evaluare***.

Matricea de evaluare a unei unităţi de învăţare evidenţiază instrumentele de evaluare avute în vedere pentru măsurarea nivelului de realizare a activităţilor de învăţare propuse.

Matricea de evaluare

Unitatea de învăţare.....

Capacitatea.....

Compe-tenţe speci-fece	***Subcapacităţi***	***Instrumente de evaluare***				
		Probă orală	***Probă scrisă***	***Probă practică***	***Observarea comportamentelor de învăţare***	***Autoevaluarea***
		Proba nr.				

Pentru a asigura eficienţa activităţii de evaluare a rezultatelor şcolare este necesar ca aceasta să fie însoţită de o ***autoevaluare a procesului*** pe care profesorul l-a desfăşurat cu toţi elevii şi cu fiecare elev în parte în scopul obţinerii rezultatelor şcolare evidenţiate prin evaluare. Numai astfel poate fi descris nivelul achiziţiilor fiecărui elev în învăţare şi pot fi stabilite modalităţile prin care va fi reglată, de la o etapă la alta, învăţarea-formarea elevilor în mod diferenţiat.

În scopul asigurării unei corectitudini a rezultatelor evaluării, ***instrumentele de evaluare (probele)*** trebuie să se caracterizeze prin: ***validitate*** (calitatea de a măsura ceea ce este destinat să măsoare), ***fidelitate*** (calitatea de a da rezultate constante în cursul aplicării succesive), ***obiectivitate*** (gradul de concordanţă între aprecierile făcute de evaluatori diferiţi), ***aplicabilitate*** (calitatea de a fi uşor administrată şi interpretată). (Cristea, S., 1998; Manolescu, M., 2005; Radu, I., 2000; Roşu, M., 2007)

Exemplu ***Matrice de evaluare***

Clasa a VII-a

Unitatea de învăţare: Asemănarea triunghiurilor

Compe-tenţe specifece	***Subcapacităţi***	***Instrumente de evaluare***					
		Probă scrisă	***Probă orală***	***Activitate pe grupe***	***Muncă independentă***	***Probă practică***	***Observarea Comporta-mentelor de învăţare***
CS.2.	Enunţarea teoremei fundamentale a asemănării şi a criteriilor de asemănare.		P 4		P 1		
CS.1.	Identificarea triunghiurilor asemenea într-o configu-raţie dată şi recunoaşterea noţiunii de raport de asemănare.	P 2		P 3	P 1	P 3	P 5
CS.4.	Analizarea situaţiilor concrete întâlnite în probleme identificând criteriul de asemănare aplicat.	P 2					
CS.5.	Calcularea lungimilor de segmente, determinarea măsurilor de unghiuri utilizând asemănarea triunghiurilor.	P 2	P 4				
CS.6.	Asocierea teoremelor						

	învăţate cu situaţiile concrete întâlnite , pentru rezolvări de probleme de ordin practic.			P 3		P 3	
CS.3.	Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare.			P 3	P 1	P 3	P 5

Se prezintă doar trei instrumente de evaluare din matricea exemplificată.

Proba de evaluare – Nr 1 (P 1)

- ***Subcapacitatea evaluată*** :
  - Enunţarea teoremei fundamentale a asemănării şi a criteriilor de asemănare.
  - Evidenţierea triunghiurilor asemenea şi recunoaşterea noţiunii de raport de asemănare.
  - Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare cu identificarea laturilor proporţionale.
- ***Tipul probei*** : ***muncă independentă***
- ***Timp de lucru*** : 15 min
- ***Conţinutul probei*** :

1) (3p) Dacă apreciaţi că afirmaţia este adevărată , încercuiţi litera A . În caz contrar , încercuiţi litera F .
   1. A . F. - O paralelă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi sau cu prelungirile acestora un triunghi asemenea cu triunghiul iniţial
   2. A. F. - Dacă două triunghiuri dreptunghice au câte o catetă şi ipotenuzele respectiv proporţionale , atunci cele două triunghiuri nu sunt asemenea

2) (3p) Încercuiţi răspunsul corect .Numai una din cele patru variante de răspuns este corect .

Fie $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Dacă AB = 10 cm şi raportul de asemănare este $\frac{2}{3}$, atunci lungimea segmentului DE este egală cu :

A) 14 cm B) 15 cm C) 10 cm D) 8 cm

3) (3p) Rezolvaţi următoarea problemă :

Stabiliţi dacă triunghiurile ABC şi DEF sunt asemenea , cunoscând următoarele :

$$AB = \frac{2}{3} \cdot DE \quad ; \quad AC = 0,(6) \cdot DF \quad ; \quad BC = 66,(6)\% \cdot EF$$

Din oficiu 1 p

Proba de evaluare – Nr 2 (P 2)

- Subcapacitatea evaluată :

- Evidenţierea triunghiurilor asemenea într-o configuraţie dată.
- Analizarea situaţiilor concrete întâlnite în probleme , identificând ce criteriu de asemănare s-a aplicat.
- Determinarea măsurilor de unghiuri, utilizând asemănarea triunghiurilor.

- Tipul probei : scrisă

- Timp de lucru : 30 min

- Conţinutul probei :

1) (3p) În ΔABC se cunoaşte $m(\angle A) = 47^0$, respectiv $m(\angle B) = 59^0$. În $\Delta A'B'C'$ măsurile a două unghiuri sunt de 74^0, respectiv de 47^0. Verificaţi dacă cele două triunghiuri sunt asemenea .
2) (3p) În ΔABC se prelungeşte latura AB de la vârful A în sus , pe care se ia punctul D , astfel încât $AD = \frac{1}{2} AB$. Analog se prelungeşte latura AC de la vârful A în sus , pe care se ia punctul E , astfel încât $AE = 0{,}5 \cdot AC$. Verifică , dacă triunghiul obţinut AED este asemenea cu triunghiul ACB .
3) (3p) Fie un triunghi dreptunghic isoscel cu $[AB] \equiv [AC]$ şi AM mediatoarea laturii $[BC]$ $M \in [BC]$. Demonstraţi că $AC^2 = BC \cdot CM$

Din oficiu 1 p

Proba de evaluare – Nr 3 (P 3)

Subcapacitatea evaluată :

- Identificarea triunghiurilor asemenea într-o configuraţie dată şi recunoaşterea noţiuni de raport de asemănare
- Asocierea teoremelor învăţate cu situaţiile concrete întâlnite , pentru rezolvări de probleme de ordin practic
- Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare

Tipul probei : activitate în grup-probă practică

Timp de lucru : 15 min

Desfăşurarea probei :

Elevi sunt grupaţi în două grupe şi primesc câte o fişă cu următoarele cerinţe:

Grupa nr 1. : Cu ajutorul pantografului construiţi un triunghi asemenea cu triunghiul ABC de pe machetă , ştiind că raportul de asemănare este $2/3$.

După construcţie , ştiind că AB = 0,4 dm , AC = 100 mm şi CB = 8 cm , aflaţi raportul dintre perimetrul triunghiului dat şi cel construit .

Ce observaţi ?

Grupa nr 2. : Determinaţi înălţimea unui copac cu ajutorul umbrei, ţinând seama că la un moment dat al zilei însorite razele soarelui formează cu terenul unghiuri congruente . Se cunoaşte umbra copacului (6 m) , înălţimea observatorului – elevului (1m şi 50 cm) respectiv umbra acestuia (1 m) .

Proiectează o matrice de evaluare, la clasa a V-a, Unitatea de învăţare: Fracţii zecimale. ***R:*** Revezi paragraful 5.6. –Exemplu de matrice de evaluare.

Să ne reamintim...

- Corelaţia dintre competenţele evaluate şi instrumentele folosite pentru a realiza această evaluare este redată sintetic în ***matricele de evaluare***.
- Tipul ***probelor (metodelor) de evaluare*** se selectează în funcţie de doi parametri: ***competenţa generală*** vizată şi ***competenţele specifice*** pe care profesorul îşi propune să le formeze la elevi în cadrul procesului de predare-învăţare, pentru a asigura atingerea obiectivelor.

5.7. Metodologia elaborării itemilor

5.7.1. Clasificarea itemilor

Informaţiile despre felul cum au învăţat şi ce au învăţat elevii, se colectează cu ajutorul unor ***tehnici şi instrumente de evaluare.*** Acestea sunt: ***probe, chestionare, teste de evaluare care se compun din unul sau mai mulţi itemi.***

Itemii reprezintă elemente componente ale unui ***instrument de evaluare*** şi pot fi: ***simple întrebări, un enunţ urmat de o întrebare, exerciţii, eseuri***. Itemii mai conţin şi tipul de răspuns aşteptat, deci: ***item = întrebare + răspuns***.

În construirea itemilor se parcurg următoarele ***etape:***

- precizarea disciplinei de studiu, a clasei şi a capitolului;
- definirea obiectivului pe care itemul îl măsoară;
- formularea enunţului itemului;
- schema de notare;
- observaţii (acolo unde este cazul).

Din punct de vedere al tipului de răspuns aşteptat şi al gradului de obiectivitate a notării, itemii se împart în:

A***. Itemi obiectivi:***
1.itemi tip pereche;
2.itemi cu alegere dual㠛
3.itemi cu alegere multiplă.
B. Itemi semiobiectivi:
1.itemi cu răspuns scurt;
2.întrebări structurate.
C. Itemi cu răspuns deschis:
1.itemi tip rezolvare de probleme;
2.eseu structurat;
3.eseu nestructurat.(Cristea, S., 1998; Roşu, M., 2007)

1. Defineşte itemul.
2. Prezintă o clasificare a itemilor, după tipul de răspuns aşteptat şi după gradul de obiectivitate a notării. ***R:*** Revezi paragraful 5.7.1.

5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor

Itemii verifică un eşantion reprezentativ al domeniului de evaluat atât din punct de vedere al conţinutului cât şi al comportamentului solicitat. În elaborarea lor se utilizează un limbaj precis şi clar. Itemii sunt independenţi unul faţă de altul. Răspunsul la un item nu trebuie să depindă de răspunsul la alt item.

A . Itemi obiectivi solicită elevul să selecteze răspunsul corect din mai multe variante propuse .

Acest tip de itemi prezintă următoarele ***avantaje :***

- sunt relativ uşor de construit şi corectat;
- punctajul se acordă sau nu în funcţie de marcarea răspunsului corect;
- favorizează un feed-back rapid.

Itemi obiectivi prezintă şi ***limite :***

- răspunsurile corecte pot fii ghicite sau pot fi găsite prin eliminare;
- sunt dezavantajaţi cei care au rezolvat corect problema până la un punct (uneori până la exprimarea într-o altă formă a rezultatului);
- aceşti itemi nu pot fi folosiţi pentru evaluarea unor rezultate de învăţare complexe.

Din categoria itemilor obiectivi fac parte : ***itemi cu alegere dual㠬 itemi de tip pereche şi itemi cu alegere multiplă .*** (Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.116)

A.1 Itemi cu alegere dual㠬 solicită elevii să selecteze unul dintre cele două răspunsuri : adevărat / fals , da / nu

Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să enunţe criteriile de divizibilitate cu 10, 2 şi 5 / CS.3.	Haşurează caseta în care este scris ***DA*** pentru o afirmaţie adevărată, sau ***NU*** pentru o afirmaţie falsă: 1.Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima cifra este pară. DA 2.Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima cifra este 5. DA 3.Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima cifra este 0 sau 5. DA

2.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	-Să prezinte teoreme de convergenţă fundamentale / CS.2.	Precizează dacă urmatoarele afirmaţii sunt adevărate (**A**) sau false (**F**): 1. Orice şir monoton şi mărginit este convergent. 2. Orice şir nemărginit este divergent. 3. Dacă $a_n \to +\infty$ atunci (a_n) este nemărginit. 4. Orice şir convergent este monoton. 5. Dacă $a_n \leq b_n$ şi (b_n) este monoton atunci (a_n) este monoton. 5. Dacă (a_n) este convergent atunci $(a_n)^3$ este convergent.

3.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-*S*ă utilizeze proprietăţi metrice ale figurilor geometrice / CS.2.	Scrie adevărat (**A**) sau fals (**F**) în caseta ataşată fiecărei propoziţii de mai jos: 1.Dacă într-un triunghi cu lungimile laturilor de a , b şi c are loc relaţia $a^2 = b^2 + c^2$, atunci triunghiul este dreptunghic . 2.Dacă într-un triunghi dreptunghic catetele sunt de lungimi b, c iar ipotenuza de lungime a, atunci lungimea înălţimii ipotenuzei este : $\frac{b \cdot c}{a^2}$.

A. 2 Itemii de tip pereche solicită elevii să stabilească o corespondenţă între cuvinte , propoziţii , numere , litere distribuite pe două coloane pereche . Criteriul de bază căruia se stabileşte răspunsul corect este enunţat în instrucţiunile care preced cele două coloane .

Reguli de proiectare pentru aceşti itemi :

a) să includă un număr inegal de enunţuri (premise) şi răspunsuri , iar elevii să fie instruiţi că fiecare răspuns poate fi folosit o dată, de mai multe ori sau niciodată;
b) toate premisele şi răspunsurile să fie plasate pe aceeaşi pagină.(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.118-119)

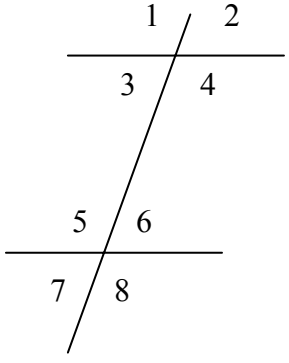
Acest tip de itemi urmăresc dezvoltarea puterii de asociere în gândirea elevilor.
Se pot asocia:
-exerciţii – rezultatele acestora;
-termeni – definiţii, etc.

Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să determine fracţii zecimale care respectă condiţii date / CS.1.	Uneşte cu o săgeată fiecare cerinţă din coloana ***Premise*** şi numărul corespunzător din coloana ***Răspunsuri***: ***Premise*** ***Răspunsuri*** Cel mai mic număr natural scris cu două cifre distincte 88 Cel mai mic număr natural scris cu trei cifre 10 Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre diferite 888 Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre identice 986 Cel mai mare număr natural par de două cifre scris cu cifre identice 100

2.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	-Să recunoască perechile de unghiuri formate de două drepte paralele tăiate de o secantă / CS.1.	 Unghiurile numerotate în figura de mai sus sunt formate de două drepte paralele tăiate de o secantă. Uneşte cu o săgeată fiecare pereche de unghiuri din coloana ***Premise*** cu rezultatul corespunzător din coloana ***Răspunsuri***: ***Premise*** ***Răspunsuri*** 1 şi 8 alterne interne congruente 3 şi 6 corespondente congruente 4 şi 8 interne de aceeaşi parte a secantei suplementare 3 şi 5 alterne externe congruente

		externe de aceeaşi parte a secantei suplementare

3.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VIII-a	-Să aproximeze cu erori convenabile numere date / CS.1.	Uneşte cu o săgeată fiecare număr din coloana ***Premise*** cu numărul aproximat cel mai apropiat din coloana ***Răspunsuri***:

Aproximare la zece		Aproximare la sute	
Premise	***Răspunsuri***	***Premise***	***Răspunsuri***
413	480	413	500
418	410	218	400
482	460	582	200
451	420	651	600
455	450	450	700

A.3 ***Itemi cu alegere multiplă*** solicită elevul să aleagă răspunsul corect dintr-o listă de variante oferite pentru o singură premisă . Aceşti itemi sunt formaţi dintr-un enunţ şi o listă de variante de răspuns , dintre care una sau mai multe pot fi corecte . Variantele incorecte se numesc *distractori* .
Pentru proiectarea acestor itemi se recomandă următoarele reguli .

a) Întrebarea să fie clar formulată
b) Întrebarea să fie scrisă într-un limbaj corespunzător nivelului de vârstă al elevilor pentru care a fost proiectată şi să măsoare numai obiectivul propus
c) Întrebarea să fie formulată în aşa fel încât să nu sugereze alegerea uneia dintre variante

Stabilirea modului în care se va acorda punctajul.(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.120)

Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	Să efectueze media aritmetică a trei numere naturale / CS.3.	Încercuieşte rezultatul corect: Media aritmetică a numerelor 3, 5 şi 9 este: a)5,66 b)$\frac{17}{3}$ c)5,6 d)5,3

2.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să aplice ordinea corectă de efectuare a operaţiilor într-un exerciţiu compus din mai multe operaţii şi paranteze / CS.5.	***Încercuieşte din variantele de mai jos, rezultatul următorului exerciţiu:*** $(2^4)^4 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 1) - 2005^0 \cdot 2^2$ ***8 16 12 4***

3.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	- Să formuleze corect reciproca unei teoreme / CS.1.	Încercuieşte reciproca următoarei teoreme :"Orice şir monoton şi mărginit este convergent " . A. Orice şir convergent este şir monoton. B. Orice şir convergent este şir mărginit. C. Orice şir convergent este monoton şi mărginit. D. Orice şir convergent este monoton sau nemărginit.

B. Itemi semiobiectivi - elevul este pus în situaţia de a-şi construi răspunsul şi nu de a-l alege , ca în cazul itemilor obiectivi . Acest tip de itemi prezintă următoarele ***avantaje :***
- permite profesorului să identifice greşelile elevilor
- testează o gamă mai largă de capacităţi intelectuale , cu un nivel de dificultate variabil

Din categoria itemilor semiobiectivi fac ***parte : itemi cu răspuns scurt / de completare ; întrebări structurate .***

B.1. Itemi cu răspuns scurt / de completare

Solicită elevilor formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, număr, sau doar o parte componentă a unei afirmaţii incomplete, astfel încât aceasta să capete sens şi valoare de adevăr.
Acest tip de itemi prezintă următoarele ***avantaje :***
- acoperă o arie largă de conţinut;
- permite evaluarea unui număr mare de priceperi, deprinderi;
- se construieşte relativ uşor;
- permite o notare obiectivă.

Limitele itemilor cu răspuns scurt / de completare sunt :
- răspunsul foarte scurt limitează dezvoltarea unor abilităţi complexe;
- evaluarea fiecărei zone de conţinut necesită un număr mare de itemi.(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.121)

Modalităţi de utilizare:
-se dă elevului o definiţie şi i se cere să scrie numele conceptului definit;
-se dă un concept şi i cere să-l definească;
-se dă un concept şi i se cere să enumere caracteristicile sale;

-se cere elevilor să completeze rezultatul unui exercitiu;
-se cere elevilor să adauge cuvântul ce lipseşte dintr-o definiţie.

Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să enunţe definiţii şi proprietăţi referitoare la divizibilitatea numerelor naturale / CS.3.	Completează afirmaţiile de mai jos, astfel încât să obţii propoziţii adevărate: 1.Un număr natural este divizibil cu 2 dacă …… 2.Un număr natural care are doar doi divizori (pe 1 şi pe el însuşi) se numeşte număr …… 3.Numerele naturale care nu sunt prime se numesc numere …… 4.Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ……

2.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	-Să enunţe definiţii şi proprietăţi referitoare la unghiuri / CS	Completează afirmaţiile de mai jos, astfel încât să obţii propoziţii adevărate: 1.Două unghiuri se numesc suplementare dacă suma măsurilor lor este de ... ...° 2.Un unghi cu laturile suprapuse se numeşte unghi …… şi are măsura de ... ...° 3.Unghiul alungit are laturile semidrepte …… şi măsura unghiului este de ... ...° 4.Suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct este de ... ...° 5.Bisectoarea unui unghi este semidreapta interioară unghiului, cu originea în …… unghiului şi care formează ……

3.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-Să identifice formulele de determinare a ariilor unor poligoane învăţate / CS.5.	Completează afirmaţiile de mai jos, astfel încât să obţii propoziţii adevărate: 1)Aria triunghiului = $\frac{\ldots\ldots}{2}$ 2)Aria pătratului =….

		3)Aria rombului $=\frac{.....\cdot d_2}{2}$ 4)Aria paralelogramului = $b\cdot.....$ 5)Aria trapezului $=\frac{.....}{2}\cdot h$

4.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VIII-a	- Să enunţe definiţii referitoare la noţiunile teoretice şi formulele de determinare a ariilor/volumului piramidei / CS.2.	Completează afirmaţiile de mai jos, astfel încât să obţii propoziţii adevărate: 1.O piramidă se numeşte regulată dacă baza ei este un ....., iar piciorul perpendicularei duse din vârf pe planul bazei este ..... 2.Piramida patrulateră regulată are baza un …… 3.Într-o piramidă regulată feţele laterale sunt triunghiuri …… 4.Perpendiculara din vârful piramidei pe bază se numeşte …… 5.Înălţimea unei feţe laterale a unei piramide regulate, dusă din vârful acesteia se numeşte …… 5.Intersecţia a două feţe laterale alăturate dintr-o piramidă se numeşte …… laterală. 7. Formula $\frac{P_b\cdot a}{2}$ reprezintă …… piramidei regulate. 8.Formula $\frac{A_b\cdot h}{3}$ reprezintă …… piramidei.

5.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	Să calculeze limite de şiruri / CS.3.	1.Limitele şirurilor $a_n=\cos n$, respectiv $b_n=-n+\cos n$ sunt: a=….,b=….. 2. Limita şirului $c_n=\frac{2n-5}{3n+1}$ este c=… 3. Valorile reale ale numerelor a, b astfel încât: $\lim\limits_{n\to\infty}((n^2+1)/n-an-b)=2$ sunt a=…. , b=……

		4.Limita şirului $d_n = \frac{2^n - 1}{n}$ este d=…… 5.Limita şirului $l_n = \frac{n+3}{\sqrt{n^2+1}}$ este l=….

B.2. Întrebări structurate

Sunt formate din mai multe subîntrebări de tip obiectiv sau semiobiectiv, legate între ele printr-un element comun.

Întrebările structurate se plasează între itemii de tip obiectivi şi cei cu răspuns liber, de tip eseu, oferind elevului o ghidare în elaborarea răspunsului.

Avantaje :

- subîntrebările pot testa o varietate de cunoştinţe;
- permit aprofundarea unei teme din diferite perspective;
- permit o creştere progresivă a dificultăţii şi complexităţii răspunsurilor;
- stimulează creativitatea celui evaluat.

Limite :

- necesită un timp mai îndelungat pentru proiectare.

Pentru proiectarea acestor itemi se recomandă următoarele ***reguli :***

a) întrebarea trebuie să ceară răspunsuri simple la început şi să crească dificultatea acestora spre sfârşit;
b) fiecare subîntrebare nu va depinde de răspunsul corect la subîntrebarea precedentă;
c) fiecare subîntrebare testează unul sau mai multe obiective.(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.123-124)
d) demonstreze capacitatea de a transcrie în limbaj matematic şi de a transpune o problemă într-o ecuaţie şi să o rezolve.

Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	-Să transpună o problemă în ecuaţie şi să o rezolve / CS.6.	În urma unui concurs elevii participanţi au fost recompensaţi astfel: 15% din numărul concurenţilor au primit premiul I, 30% din restul concurenţilor au primit premiul al II-lea, 60 de elevi au primit premiul al III-lea şi 59 de elevi au primit numai câte o diplomă de participare. a)Câţi elevi au participat la concurs? 5p b)Câţi elevi au primit premiul I? 2p c)Câţi elevi au primit premiul al II-lea? 3p

2.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-Să rezolve corect un triunghi dreptunghic / CS.2.	Se dă un triunghi dreptunghic cu catetele : b = 6 cm ; c = x + 2 şi ipotenuza a = x + 4 . a) Calculează lungimile laturilor triunghiului. b) Dacă x = 6 cm, calculează perimetrul şi aria triunghiului.

3.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VIII-a	-Să utilizeze corect în exerciţii formulele de calcul prescurtat şi raţionalizarea numitorilor / CS.3.	*Se consideră numerele:* $a=\sqrt{7+\sqrt{21-4\sqrt{5}}}$ *şi* $b=\sqrt{24-8\sqrt{5}}$ a)Determină forma cea mai simplă a numerelor a şi b. b)Calculează media aritmetică şi media geometrică a celor două numere. c)Determină $m,n\in Q$, dacă $\frac{a}{b}=m\sqrt{5}+n$.

4.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	Să calculeze limite de şiruri / CS.3.	Se dă şirul: $a_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}$. a)Arată că: $a_n=1-\frac{1}{n+1}$. b)Calculează: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

5.

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	-Să aplice cunoştinţele referitoare la limite de şiruri şi derivate în exerciţii de sinteză / CS.4.	Fie f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=xe^x$. a) Calculează $f'(x)$. b) Determină intervalele de monotonie ale lui f. c) Fie $a_n=f^{(n)}(0)$, $\forall n>=1$. Calculează a_{2010} . d) Află $\lim\limits_{n\to\infty}((a_1+a_2+\ldots+a_n)/n^2)$.

C . Itemi subiectivi (cu răspuns deschis) permit evaluarea unor obiective complexe ale învăţării care scot în evidenţă originalitatea , creativitatea, oferind elevilor posibilitatea de a formula o descriere, a prezenta sau a explica diferite concepte, relaţii, metode de rezolvare.
.Aceşti itemi reprezintă forma tradiţională de evaluare , sunt uşor de construit . Principalele tipuri de itemi subiectivi : ***rezolvarea de probleme*** şi ***eseul .***

C.1 Rezolvarea de probleme este o activitate pe care profesorul o propune la clasă cu scopul dezvoltării creativităţii, imaginaţiei.

Obiectivele urmărite prin utilizarea rezolvării de probleme sunt :
- înţelegerea problemei;
- obţinerea informaţiilor necesare rezolvării problemei;
- elaborarea unui scurt raport despre rezultatele obţinute.

Avantaje :
- permite formularea unei gândiri productive;
- oferă posibilitatea unei interdependenţe;
- dă posibilitatea de discuţie asupra diverselor metode şi soluţii.

Dezavantaje :
- necesită un timp lung de proiectare;
- există o anumită subiectivitate în evaluare;

Reguli de proiectare a acestor itemi:

1) problema să fie corespunzătoare nivelului de pregătire al elevilor;
2) activitatea se poate desfăşura individual sau pe grupe;
3) evaluarea activităţii să fie relevantă, prin urmărirea criteriilor stabilite prin barem de notare;
e) utilizarea în cadrul activităţii a unor resurse materiale simple, uşor confecţionabile.
(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.125-126)

Exemple - ***Itemi cu răspuns deschis de tip rezolvare de probleme***

Clasa	Obiectivul/ Competenţa specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	- Să explice şi să folo-sească paralelismul a două drepte în plan (recunoaşterea unghiu-rilor determinate de două paralele intersectate de o secantă) / CS.6.	Fie triunghiul ABC şi bisectoarea AD , $D \in BC$. Prin D se duce paralela la AB care taie pe AC în E şi prin E se duce paralela la AD care taie pe BC în F . Să se arate că : a) triunghiul ADE este isoscel b) EF este bisectoarea unghiului DEC

Grila de punctaj :
- Pentru executarea corectă a figurii se acordă **2 p**
- Pentru rezolvarea corectă a punctului a) se acordă **4 p**
- $DE \parallel AB \Rightarrow \angle ADE \equiv \angle BAE$ (alterne interne)

AD este bisectoarea $\angle BAC$ deci $\angle BAD \equiv \angle DAC \Rightarrow \angle DAE \equiv \angle ADE \Rightarrow$

ΔADE este isoscel

- Pentru rezolvarea corectă a punctului b) se acordă **4 p**

$EF \parallel AD \Rightarrow \angle ADE \equiv \angle DEF$ (alterne interne) şi $\angle FEC \equiv \angle DAE$ (corespondente)
$\Rightarrow \angle DEF \equiv \angle FEC$

C.2 Itemii de tip eseu solicită elevii să producă un text, un răspuns liber în conformitate cu un set de cerinţe date . La matematică se foloseşte rar eseul în evaluarea elevilor.

Exemple

1. Răspunde în treizeci de rânduri la întrebarea: "Cum ar fi o lume fără matematică?"
2. Realizează un eseu (o pagină de caiet) cu tema: "Manualul de matematică ideal".
3. Realizează un eseu (două pagini de caiet) cu tema: "Cea mai cool oră de mate".
4. Realizează un eseu (o pagină de caiet) cu tema: "Dacă aş fi o definiţie la Unitatea de învăţare : Patrulatere, mi-ar plăcea să fiu.....deoarece.....".

Exemplifică: itemii cu răspuns scurt, itemii cu alegere duală, itemii cu alegere multiplă şi itemii de tip pereche. ***R:*** Revezi paragraful 5.7.2.

Să ne reamintim...

- ***Item de tip pereche:*** solicită elevilor stabilirea unor corespondenţe între informaţiile distribuite pe două coloane.
- Item cu alegere duală: ***oferă elevului posibilitatea să aleagă răspunsul corect din două alternative: adevărat-fals; da-nu; corect-incorect.***
- ***Item cu alegere multiplă:*** pe baza unui enunţ se cere elevului să aleagă răspunsul corect sau cea mai bună alternativă dintr-o listă de răspunsuri alternative.
- ***Item cu răspuns scurt:*** solicită elevilor formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, propoziţie, număr, cerinţa fiind de tip întrebare directă.
- ***Item cu răspuns deschis:*** oferă elevilor posibilitatea de a formula o descriere, a prezenta sau a explica diferite concepte, relaţii, metode de rezolvare.
- ***Item de tip eseu:*** cere elevului să construiască, să producă un răspuns liber în conformitate cu un set de cerinţe date

5.8. Rezumat

În această unitate de învăţare se studiază metodologia evaluării la matematică în gimnaziu şi liceu. Se precizează conceptul de evaluare şi se dau câteva repere privind tipurile de evaluare. Se prezintă şi se exemplifică metodele şi tehnicile de evaluare a randamentului şcolar la matematică. Se analizează de asemenea şi se exemplifică metodologia elaborării itemilor.

5.9. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Construieşte o probă de evaluare iniţială pentru o unitate de învăţare la alegere din algebra clasei a VII-a.

2. Construieşte o probă de evaluare formativă pentru o lecţie la alegere din unitatea de învăţare aleasă anterior. Aceasta să conţină: 2 itemi cu alegere duală, 2 itemi obiective cu alegere multiplă şi 2 itemi cu răspuns deschis tip rezolvare de probleme.

3. Pentru unitatea de învăţare aleasă, construieşte o probă de evaluare sumativă.

5.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

Revezi: Exemple şi paragrafele 5.6. şi 5.7.1.

Resurse necesare:

*** Manualele şcolare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.

*** Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Tineretului, Consiliul Naţional pentru Curriculum. Programe şcolare. Matematică, Bucureşti, 2009(V-VIII), 2009(IX), 2004(X), 2006(XI-XII).

Unitatea de învăţare 6. Elemente de proiectare didactică la matematică

Cuprins

6.1. Introducere 215
6.2. Competenţe 215
6.3. Conceptul de proiectare pedagogică 215
6.4. Elemente de proiectare didactică 216
6.4.1. Manualele şcolare alternative 216
6.4.2. Lectura personalizată a programelor şcolare de matematică 223
6.4.3. Planificarea calendaristică 226
6.4.4. Proiectarea unităţilor de învăţare 233
6.4.5. Proiectul de lecţie 244
6.5. Rezumat 264
6.6. Test de autoevaluare 265
6.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 265
Temă de control 2 265

6.1. Introducere

Faptul că programele şcolare centrate pe obiective nu mai asociază univoc conţinuturilor o alocare temporală şi o anumită succesiune, prescrise fără drept de apel, face să crească rolul cadrului didactic în proiectarea şi organizarea demersului didactic (M.E.C.T., 2003, p.71). Responsabilitatea sa faţă de abilităţile create elevilor şi nu faţă de parcurgerea obligatorie într-o anumită ordine a unui anumit conţinut sporeşte în mod categoric.

Reuşita unei lecţii de matematică este o consecinţă directă a bunei proiectări a acesteia.

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu metodologia proiectării didactice la matematică în învăţământul preuniversitar.

6.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
-să definească conceptul de proiectare pedagogică;
-să prezinte şi să compare manuale alternative la matematică;
-să realizeze o planificare calendaristică la matematică;
-să realizeze proiectarea unei unităţi de învăţare, la matematică;
-să aplice metodologia proiectării didactice în realizarea de proiecte de lecţie la matematică.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

6.3. Conceptul de proiectare pedagogică

Proiectarea pedagogică este activitatea de structurare a acţiunilor şi operaţiilor care asigură funcţionalitatea sistemului şi a procesului de învăţământ la nivel general, specific/intermediar şi concret/operaţional conform finalităţilor elaborate în termeni de politică a educaţiei.(Cristea, S., 1998, p.385)

Această activitate de mare complexitate pedagogică şi socială angajează acţiunile şi "operaţiile de ***definire anticipativă a obiectivelor, conţinuturilor, strategiilor învăţării, probelor de evaluare şi***

mai ales a relaţiilor dintre acestea, în condiţiile specific unui mod de organizare a procesului de învăţământ" .(Cerghit, I., Vlăsceanu, L., coordontori, 1988, p. 249, apud Cristea, S., 1998, p.385)

Proiectarea pedagogică cuprinde totalitatea acţiunilor şi operaţiilor angajate în cadrul activităţii didactice pentru realizarea finalităţilor asumate la nivel de sistem şi de proces, în vederea asigurării funcţionării optime a acestora.(Roşu, M., 2007, p. 93)

Enumeră activităţile cuprinse în cadrul activităţii de proiectare pedagogică.

R: Revezi paragraful 6.3.

SĂ NE REAMINTIM...

- În cadrul activităţii de ***proiectare pedagogică*** sunt cuprinse: definirea anticipată a obiectivelor, conţinuturilor, strategiilor învăţării, probelor de evaluare şi a relaţiilor dintre acestea, în condiţiile induse de un anumit mod de organizare a procesului de învăţământ, fiind conectate de asemenea activităţile de planificare şi programare a instruirii.

6.4. Elemente de proiectare didactică

Proiectarea didactică cuprinde următoarele produse, care pot fi delimitate după cele două niveluri ale sistemului educaţional:

I. La nivel macro:

-planurile de învăţământ;
-programele pe discipline;
-manualele şcolare;
-ghidurile metodologice.

II. La nivel micro (realizată de cadrul didactic):

-lectura personalizată a programelor şcolare la matematică;
-proiectarea activităţii anuale sau calendaristice;
-proiectarea unităţilor de învăţare;
-proiectarea lecţiilor specifice fiecărei unităţi de învăţare.(Panţuru, S., 2006)

Proiectarea activităţii didactice la matematică reprezintă o particularizare la domeniul matematică a activităţii de proiectare didactică definite mai sus.

Ne vom opri, în continuare, asupra a cinci elemente de proiectare, necesare profesorului pentru învăţământul gimnazial: manualele şcolare, programele şcolare la matematică, proiectarea activităţii anuale sau calendaristice, proiectarea unităţilor de învăţare şi proiectul de lecţie.

6.4.1. Manualele şcolare alternative.

Apariţia ***manualelor alternative*** este o componentă a reformei învăţământului şi este realizată cu pasiune şi profesionalism de către cadrele didactice, prin munca de elaborare a manualelor sau a altor lucrări auxiliare, bazate pe practica didactică.

Manualele alternative***:***

-se constituie într-o abordare sistemică, eficientă a procesului de predare-învăţare;
-se caracterizează prin formule grafice foarte atractive;
-se impun prin coerenţă pedagogică, obţinută prin "decuparea" unităţilor, echilibrarea informaţiilor, a exerciţiilor şi instrumentelor de control;
-organizarea fiecărui capitol este uşor de recunoscut datorită unor simboluri grafice prezentate într-o prefaţă, cu care încep manualele, tot aici se explică modul în care poate fi folosit manualul;

-explicaţii clare, recomandări care vin să sprijine elevul în înţelegerea noţiunilor noi şi fixarea celor însuşite;

-temele şi lecţiile din manuale sunt clar organizate;

-elevul este îndemnat să observe, să repete procedeul, să stabilească o concluzie şi apoi să o verifice;

-situaţiile de învăţare sunt ordonate gradat şi formează elevilor deprinderi de calcul sau de rezolvare a problemelor;

-regulile, concluziile şi observaţiile sunt subliniate grafic;

-conţin jocuri sau curiozităţi matematice;

-conţin probleme cu caracter practic;

-conţin probleme cu caracter interdisciplinar;

-pentru lecţiile de recapitulare, există probleme recapitulative, urmate de teste de autoevaluare şi de probe de evaluare;

-unele manuale au mini dicţionare de termeni matematici;

-în cazul unor manuale, fiecare capitol este încheiat cu o probă de autoevaluare;

-există manuale însoţite de materiale auxiliare manualului: Culegere de probleme, Probe de autoevaluare, Ghidul profesorului, Caietul elevului, Rezolvările exerciţiilor şi problemelor din manual, Suport didactic pentru disciplinele opţionale, realizate toate pe baza practicii didactice a autorilor.

Manualele alternative scot în evidenţă experienţa bogată a învăţământului românesc. Manualele conţin şi informaţii mai noi sau altfel structurate, solicită cât mai mult spiritul creativ al elevului, încurajează elevul la rezolvarea problemelor cu o soluţie, cu mai multe soluţii, sau fără soluţie, la discuţia cu privire la faptul că pe termen lung matematica va fi prezentă în permanenţă în practica prezentă şi viitoare, în modul lor de gândire. Valorificarea valenţelor formative ale abordării interdisciplinare a matematicii, realizarea unei conexiuni între discipline printr-un transfer de idei şi metodologii, pentru a ajunge la precizarea cunoştinţelor şi la creşterea capacităţilor de aplicare în practică, crearea unei atmosfere favorabile în vederea îmbinării adecvate a cunoştinţelor din mai multe domenii de cunoaştere, într-un tot unitar, trebuie să stea în atenţia oricărui cadru didactic.

Exemple 1. Studiu comparativ a trei manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a VI-a.

2. Studiu comparativ a trei manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a X-a.

Nr. crt.	Titlul: Matematică- manual pentru clasa a VI-a		
	Tatiana Udrea *Daniela Niţescu* *Ed. Didactica şi Pedagogică R.A.,1998*	*George Turcitu* *Ionică Rizea* *Ion Chiriac* *Constantin Basarab* *Maria Duncea* *Petre Ciungu* *Ed. Radical, 2010*	*Ion Petrică* *Victor Bălşeanu* *Iaroslav Chebici* *Ed. Petrion, 2002*
1.	Respectă formatul standard de manual, nu are un format atipic	Respectă formatul standard de manual nu are un format atipic	Respectă formatul standard de manual nu are un format atipic
2.	Nu conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici	Nu Conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici	Nu Conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici
3.	Nu conţine îndrumări de parcurgere a manualului	Conţine îndrumări de parcurgere a manualului	Conţine îndrumări de parcurgere a manualului
4.	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate şi sugestiv	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate şi sugestiv prezentate	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate şi sugestiv prezentate
5.	Conţine teste de verificare la sfârşitul capitolelor cu punctaje	Conţine teste de verificare la sfârşitul capitolelor cu punctaje	Conţine teste de verificare la sfârşitul capitolelor
6.	Conţine recapitulare şi completări atât pentru algebră cât şi pentru geometrie	Conţine recapitulare şi completări atât pentru algebră cât şi pentru geometrie	Conţine recapitulare şi completări atât pentru algebră cât şi pentru geometrie
7.	Conţine recapitulare finală la sfârşitul manualului	Conţine un capitol de recapitulare finală la sfârşitul manualului	Conţine un subcapitol de recapitulare finală atât pentru algebră cât şi pentru geometrie
8.	Conţine probleme recapitulative la sfârşitul fiecărei unităţi de învăţare	Conţine probleme recapitulative la sfârşitul fiecărei unităţi de învăţare	Nu Conţine probleme recapitulative la sfârşitul fiecărei unităţi de învăţare
9.	Conţine probleme cu caracter aplicativ	Conţine probleme cu caracter aplicativ	Conţine probleme cu caracter aplicativ
10.	Nu conţine elemente de istoria matematicii	Nu conţine elemente de istoria matematicii	Nu Conţine elemente de istoria matematicii
11.	Nu este însoţit de auxiliare curriculare	Nu este însoţit de auxiliare curriculare	Este însoţit de Matematică-Probleme clasele V-VIII

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Nr. crt.	Titlul: Matematică- manual pentru clasa a X-a		
	Constantin Udrişte (coordonator) şi colectiv Ed. Fair Partners 2005	*Mircea Ganga Ed.Mathpress 2005*	*Marius Burtea Georgeta Burtea Ed.Carminis 2005*
1.	Nu Conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici	Nu Conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici	Nu Conţine mic dictionar matematic/ explicaţii termeni matematici
2.	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate şi sugestiv prezentate	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate, capitolele având cuprins separat pentru identificarea conţinutului	Informaţiile şi conţinuturile sunt bine structurate şi sugestiv prezentate
3.	Conţine aplicaţii pentru cultivarea creativităţii	Conţine aplicaţii pentru cultivarea creativităţii	Conţine aplicaţii pentru cultivarea creativităţii
4.	Structurat ca şi conţinuturi pe Trunchi comun şi Curriculum diferenţiat	Structurat ca şi conţinuturi pe Trunchi comun şi Curriculum diferenţiat	Structurat ca şi conţinuturi pe Trunchi comun şi Curriculum diferenţiat
5.	Conţine teste de evaluare la sfârşitul capitolelor	Conţine teste de evaluare la sfârşitul capitolelor	Conţine teste de evaluare la sfârşitul capitolelor
6.	Conţine teste de recapitulare finală	Conţine teste de recapitulare finală	Conţine teste de recapitulare finală
7.	Conţine probleme pentru tratare diferenţiată	Conţine probleme pentru tratare diferenţiată	Conţine probleme pentru tratare diferenţiată
8.	Conţine în anumite capitole problem cu coţinut interdisciplinar	Conţine în anumite capitole problem cu conţinut interdisciplinar	Conţine în anumite capitole problem cu coţinut interdisciplinar
9.	Nu Conţine elemente de istoria matematicii	Conţine la începutul manualului elemente de istoria matematicii	Conţine în fiecare capitol elemente de istoria matematicii
10.	Manualul nu este însoţit de auxiliare curriculare (nu se fac recomandări)	Manualul este însoţit de auxiliare curriculare: Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a X-a	Manualul nu este însoţit de auxiliare curriculare (nu se fac recomandări)
11.	Conţine în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conţine în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conţine în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

EVALUAREA MANUALELOR ŞCOLARE

(criterii şi indicatori)

(Potolea, D., Note de curs, 2008, apud Pălăşan, T., Voinea, M., 2012)

Criterii de evaluare	Indicatori de evaluare					
1. Concepţia curriculară						
1.1. Informaţii despre concepţia/ principiile care au stat la baza construcţiei manualului (prefaţă, ghidul profesorului etc.)	F.clare, sistematice 5	Clare sistematice 4	Acceptabile 3	Slab prezentate 2	F.slab 1	Lipsesc 0
1.2. Calitatea concepţiei, proiectării curriculare, principii ale învăţării şi dezvoltării etc.	F. bine fundamentată 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F.slab 1	Lipseşte 0
1.3. Consecvenţa aplicării concepţiei în elaborarea manualului	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F.slab 1	Lipseşte 0
2. Conformitatea cu prevederile programei	Excelent	Bine	Acceptabil	Slab	F.slab	
2.1. Conformitatea cu obiectivele programei	5	4	3	2	1	
2.2. Conformitatea cu conţinutul programei	5	4	3	2	1	
2.3. Relevanţa conţinuturilor generale pentru obiectivele prevăzute	5	4	3	2	1	
3. Calitatea conţinutului	5	4	3	2	1	
3. 1. Acurateţea ştiinţifică, tehnologică, pertinenţa culturii etc.	5	4	3	2	1	
3.2. Dimensiunea axiologică a conţinuturilor (promovarea valorilor recunoscute, absenţa discriminărilor rasiale, etnice, religioase, de gen etc.)	5	4	3	2	1	
3.3. Organizarea sistematică, coerentă	5	4	3	2	1	
3.4. Esenţializarea, reprezentativitatea informaţiilor	5	4	3	2	1	
3.5. Raţionalitatea volumului informaţiilor	Întotdeauna pe unităţi de instruire 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	Lipsesc 0
3.6. Structuri interdisciplinare						

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Criterii de evaluare	Indicatori de evaluare					
4. Principiul accesibilităţii						
4. 1. Nivelul accesibilităţii conţinutului tematic (gradul de dificultate a noţiunilor, numărul de noi noţiuni pe unitatea de instruire)	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F.slab 1	
4. 2. Accesibilitatea limbajului (claritate, construcţia frazei, stil etc)	5	4	3	2	1	
4. 3. Accesibilitatea sarcinilor de învăţare (întrebări, exerciţii, probleme)	5	4	3	2	1	
5. Organizarea şi conducerea învăţării	Întotdeauna	Frecvent	Uneori	Rareori	F.rar	
5. 1. Declanşarea şi cultivarea atenţiei şi motivaţiei învăţării pe unităţi de instruire (informaţii interesante, situaţii problematice, conflictuale, grafică atractivă etc.)	5	4	3	2	1	
5. 2. Utilizarea metodelor care promovează învăţarea activă, pe unităţi de instruire (întrebări, exerciţii, rezolvări de probleme)	5	4	3	2	1	
5. 3. Relevanţa metodelor de învăţare activă în raport cu obiectivele proiectate	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F.slab 1	
5. 4. Activităţi prevăzute pentru dezvoltarea capacităţilor cognitive superioare şi a creativităţii(explicarea/ interpret-tarea unor fenomene şi idei noi, rezolvare de probleme, capacitate de gândire critică, capacităţi creative)	F.frecvent 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	
5. 5. Prevederi pentru tratarea diferenţiată a elevilor (exerciţii, probleme, texte suplimentare etc.)	5	4	3	2	1	
5. 6. Diferenţierea şi reliefarea conceptelor, principiilor, teoremelor esenţiale prin mijloace(caracterele literelor, încadrarea în chenar sau bandă colorată etc.)	Întotdeauna 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	
5. 7. Sinteze, rezumate ale ideilor de fond	5	4	3	2	1	
5. 8. Teme pentru acasă	5	4	3	2	1	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Criterii de evaluare	Indicatori de evaluare					
5. 9. Îndrumări, sugestii privind modul de abordare şi realizare a sarcinilor de învăţare (recomandări explicite sau implicite privind tehnicile de învăţare) 5. 10. Manualul, prin construcţia sa internă, poate servi îndeplinirii obiectivelor disciplinei considerate, fără a mai fi nevoie să se apeleze la resurse suplimentare majore	5 5	4 4	3 3	2 2	1 1	
6. Suportul iconic 6. 1. Calitatea grafică estetică a suportului (claritate, expresivitate, culoare, valoare estetică etc.) 6. 2. Calitatea funcţională a suportului (adecvarea la obiective şi conţinut)	Excelent 5 5	Bine 4 4	Acceptabil 3 3	Slab 2 2	F.slab 1 1	
7. Probe de evaluare 7. 1. Evaluări parţiale, în cuprinsul unităţii de instruire (rol de feedback) 7. 2. Evaluări finale 7. 3. Calitatea ştiinţifică şi relevanţa metodelor de evaluare în relaţia cu obiectivele şi conţinuturile considerate	Întotdeauna 5 5 5	Frecvent 4 4 4	Uneori 3 3 3	Rareori 2 2 2	F.rar 1 1 1	Lipsesc 0 0
8. Originalitatea manualului 8. 1. Originalitatea din punctul de vedere al selecţiei şi organizării conţinuturilor 8. 2. Originalitatea din punctul de vedere al strategiilor şi metodelor de predare-învăţare 8. 3. Originalitatea din punctul de vedere al probelor de evaluare 8. 4. Originalitatea din punctul de vedere al prezentării şi graficii manualului	Excellent 5 5 5 5	Bine 4 4 4 4	Acceptabil 3 3 3 3	Slab 2 2 2 2	F.slab 1 1 1 1	

UNIUNEA EUROPEANA
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Prezintă un studiu comparativ al unor manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 6.4.1.-Exemplu

SĂ NE REAMINTIM...

- Manualele alternative*:*

--se constituie într-o abordare sistemică, eficientă a procesului de predare-învăţare;

-se caracterizează prin formule grafice foarte atractive;

-se impun prin coerenţă pedagogică, obţinută prin "decuparea" unităţilor, echilibrarea informaţiilor, a exerciţiilor şi instrumentelor de control;

-organizarea fiecărui capitol este uşor de recunoscut datorită unor simboluri grafice prezentate într-o prefaţă, cu care încep manualele, tot aici se explică modul în care poate fi folosit manualul;

-explicaţii clare, recomandări care vin să sprijine elevul în înţelegerea noţiunilor noi şi fixarea celor însuşite;

-temele şi lecţiile din manuale sunt clar organizate;

-elevul este îndemnat să observe, să repete procedeul, să stabilească o concluzie şi apoi să o verifice;

-situaţiile de învăţare sunt ordonate gradat şi formează elevilor deprinderi de calcul sau de rezolvare a problemelor;

-regulile, concluziile şi observaţiile sunt subliniate grafic;

-conţin jocuri sau curiozităţi matematice;

-conţin probleme cu caracter practic;

-conţin probleme cu caracter interdisciplinar;

-pentru lecţiile de recapitulare, există probleme recapitulative, urmate de teste de autoevaluare şi de probe de evaluare;

-unele manuale au mini dicţionare de termeni matematici;

-în cazul unor manuale, fiecare capitol este încheiat cu o probă de autoevaluare;

-există manuale însoţite de materiale auxiliare manualului: Culegere de probleme, Probe de autoevaluare, Ghidul profesorului, Caietul elevului, Rezolvările exerciţiilor şi problemelor din manual, Suport didactic pentru disciplinele opţionale, realizate toate pe baza practicii didactice a autorilor.

6.4.2. Lectura personalizată a programelor şcolare de matematică.

În contextul noului Curriculum Naţional, conceptul central al proiectării didactice este demersul didactic personalizat, iar instrumentul acestuia este unitatea de învăţare.

Demersul didactic personalizat exprimă dreptul profesorului precum şi al autorului de manual, de a lua decizii asupra modalităţilor pe care le consideră optime în creşterea calităţii procesului de învăţământ, respectiv, răspunderea personală pentru a asigura elevilor un parcurs şcolar individualizat, în funcţie de condiţii şi cerinţe concrete.

Studiul matematicii urmăreşte: să contribuie la formarea şi dezvoltarea capacităţii elevilor de a reflecta asupra lumii şi oferă individului cunoştinţe necesare pentru a acţiona asupra acesteia, în funcţie de propriile nevoi şi dorinţe; să formuleze şi să rezolve probleme pe baza relaţionării.

Predarea-învăţarea matematicii în învăţământul gimnazial presupune mutarea accentului de pe achiziţionarea de informaţii, pe formarea de capacităţi.

Deoarece actualele programe şcolare sunt centrate pe obiective, ele nu mai asociază conţinuturilor ştiinţifice resursele temporale şi nici succesiunea obligatorie a acestora, crescând astfel rolul cadrului didactic în conceperea şi organizarea activităţii didactice.

Programa şcolară, element central în realizarea proiectării didactice, reprezintă un document reglator, stabilind obiective care trebuie realizate indiferent de manualul alternativ utilizat (manualul fiind un mijloc de realizare a obiectivelor prevăzute de programă).

Prin aplicarea programei şcolare de matematică se urmăreşte formarea de competenţe înţelese ca ansambluri structurale de cunoştinţe şi deprinderi dobândite prin învăţare. Dobândirea acestor competenţe permite identificarea şi rezolvarea unor probleme specifice domeniilor de studiu, în contexte variate. Acest tip de proiectare curriculară îşi propune focalizarea demersului didactic pe achiziţiile finale ale învăţării, accentuarea dimensiunii acţionale a învăţării în formarea personalităţii elevului şi corelarea finalităţilor învăţării cu aşteptările societăţii.

Profesorul poate opta pentru folosirea activităţilor de învăţare recomandate prin programă sau poate propune alte activităţi adecvate condiţiilor concrete din clasă (exemplele din programă au caracter orientativ, utilizarea lor în procesul didactic nefiind obligatorie). (Panţuru, S., 2006)

Programa este construită astfel încât să nu îngrădească libertatea profesorului în proiectarea activităţilor didactice. Astfel, în condiţiile realizării competenţelor generale şi specifice, în condiţiile parcurgerii integrale a conţinuturilor obligatorii, profesorul poate:

-să schimbe ordinea parcurgerii elementelor de conţinut;
-să grupeze în diverse moduri elementele de conţinut în unităţi de învăţare, cu respectarea logicii interne de dezvoltare a conceptelor matematice;
-să aleagă sau să organizeze activităţi de învăţare adecvate condiţiilor concrete din clasă.

Conceptual programele şcolare pun accentul pe interiorizarea unui mod de gândire specific fiecărui obiect de studiu.

Programa şcolară de matematică are următoarele ***componente***:

- ***notă de prezentare***;
- ***competenţe generale;***
- ***valori şi atitudini;***
- ***competenţe specifice şi conţinuturi asociate acestora;***
- ***sugestii metodologice.***

Nota de prezentare a programei şcolare argumentează structura didactică adoptată şi sintetizează o serie de recomandări considerate semnificative din punct de vedere al finalităţilor studierii disciplinei respective.

Competenţele generale – reprezintă un ansamblu de cunoştinţe şi deprinderi pe care şi-l propune să-l creeze şi să-l dezvolte fiecare disciplină de studiu, pe întreaga perioadă de şcolarizare.

Competenţele generale în studiul matematicii în ciclul gimnazial sunt:

1) Identificarea unor date şi relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite.
2) Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunţuri matematice.
3) Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situaţii concrete.
4) Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situaţii concrete şi a algoritmilor de prelucrare a acestora.
5) Analiza şi interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii – problemă.
6) Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoştinţelor din

diferite domenii.(Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării; Programa Şcolară – Matematică; Bucureşti, 2009)

Valorile şi atitudinile – orientează dimensiunile axiologică şi afectiv – atitudinală aferente formării personalităţii elevului din perspectiva fiecărei discipline. Realizarea lor concretă derivă din activitatea didactică a profesorului, constituind un element implicit al acestuia.

Curriculumul şcolar pentru disciplina ***Matematică*** are în vedere formarea la elevi a următoarelor ***valori*** şi ***atitudini***:

1. Dezvoltarea unei gândiri deschise şi creative; dezvoltarea iniţiativei, independenţei în gândire şi în acţiune pentru a avea disponibilitate de a aborda sarcini variate.
2. Manifestarea tenacităţii, a perseverenţei, a capacităţii de concentrare şi a atenţiei distributive.
3. Dezvoltarea spiritului de observaţie.
4. Dezvoltarea simţului estetic şi critic, a capacităţii de a aprecia rigoarea, ordinea şi eleganţa în arhitectura rezolvării unei sau a construirii unei teorii.
5. Formarea obişnuinţei de a recurge la concepte şi metode matematice în abordarea unor situaţii cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice.
6. Formarea motivaţiei pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viaţa socială şi profesională.

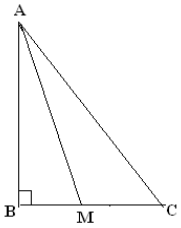
Competenţe specifice – se formează pe parcursul unui an de studiu, sunt deduse din competenţele generale şi sunt etape în formarea acestora.

Conţinuturile învăţării – sunt mijloace prin care se urmăreşte formarea competenţelor specifice şi a competenţelor generale propuse. Ele sunt organizate tematic în unităţi de conţinut.

Sugestiile metodologice – propun modalităţi de organizare a procesului de predare – învăţare – evaluare. ***Exemplele de activităţi de învăţare*** sugerează demersuri pe care le poate întreprinde profesorul pentru formarea competenţelor specifice.(Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării; Programa Şcolară – Matematică; Bucureşti, 2009)

Exemplu ***de proiectare a unei activităţi de învăţare pentru obţinerea formulei:***

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$



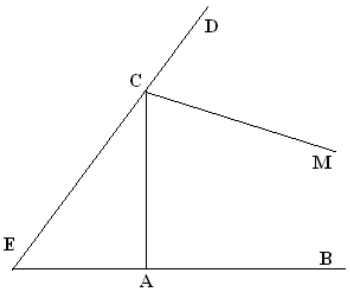
Cazul $x<45°$
Ipoteză *:* dreapta AM este bisectoarea unghiului BAC
unghiul ABC este drept
măsura unghiului BAC este x
Concluzie *:* $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$

Demonstraţie *:* Se notează mărimile segmentelor AC, AB, BC , AM, BM cu b, c, a , u şi t. Din teorema bisectoarei se obţine:

$\frac{t}{a-t} = \frac{c}{b}$ (1). În triunghiul dreptunghic ABC $\cos 2x = \frac{c}{b}$ (2), în triungiul dreptunghic ABM $\cos x = \frac{c}{u}$ (3) şi $\sin x = \frac{t}{u}$ (4).

Din (3) şi (4) rezultă $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{c^2 - t^2}{u^2}$ (5), unde din triunghiul dreptunghic ABM, $u^2 = c^2 + t^2$ şi din triunghiul dreptunghic ABC, $a^2 + c^2 = b^2$.Din (1) rezultă $t = \frac{ac}{b+c}$ pe care îl înlocuim în (5) şi rezultă $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{c}{b}$.

Cazul 90°≥x>45°



Ipoteză: dreapta CM este bisectoarea unghiului ACD
măsura unghiului ACM ∈ (45,90] şi este x
dreptele CE si CD sunt în prelungire
unghiul CAE este drept.

Concluzie: cos 2x = $\cos^2$x – $\sin^2$x.

Demonstraţie: 2x∈ (90,180] de unde măsura unghiului ACE este <90.
Se notează măsura unghiului ACE cu 2y şi se ajunge în cazul deja tratat y<45°, de unde $\cos 2y = \cos^2 y - \sin^2 y$ (1). Deoarece 2x+2y=180 prin înlocuire în (1) se obţine $\cos(180 - 2x) = \cos^2(90 - x) - \sin^2(90 - x)$ din care rezultă $-\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ adică $\cos 2x = -\sin^2 x + \cos^2 x$.
Cazurile **180>x≥90** şi **x>180** sunt acoperite de cazurile deja tratate mai sus.

6.4.3. Planificarea calendaristică

Conform noului Curriculum Naţional, ***planificarea calendaristică/semestrială*** este un document administrativ, care asociază într-un mod personalizat elemente ale programei (obiective de referinţă şi conţinuturi), cu alocarea de timp considerată optimă de către cadrul didactic, pe parcursul unui an şcolar/semestru (din disponibilităţile de timp alocate prin numărul de ore săptămânal cu care este prevăzută disciplina în planul de învăţământ).

Planificarea calendaristică/semestrială se realizează parcurgând următoarele ***etape:***

-realizarea asocierilor între obiectivele de referinţă/competenţele specifice şi conţinuturi în unităţi de învăţare;

-stabilirea succesiunii de parcurgere a unităţilor de învăţare;

-alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare unitate de învăţare în concordanţă cu obiectivele de referinţă/competenţele vizate şi conţinuturile delimitate.

Planificările calendaristice pot fi întocmite pornind de la următoarea ***rubricaţie:***

Şcoala……..
Disciplina……
Aria curriculară……
Cadrul didactic……..
Clasa……..
Disciplină cu nr.ore pe săptămână….

An şcolar……

Planificarea calendaristică

Unitatea de învăţare	Obiective de referinţă/ competenţe specifice	Conţinuturi	Nr. ore alocate	Săptă-mâna	Obser-vaţii

Precizări privind completarea tabelului:

-în rubrica referitoare la "unitatea de învăţare" se vor trece titluri (teme) stabilite de către profesor;

-în rubrica referitoare la "obiective de referinţă" se vor trece numerele acestora din programa şcolară;

-în rubrica referitoare la "conţinuturi" se vor trece cele extrase din lista de conţinuturi ale programei;

-în rubrica referitoare la "nr. ore alocate" se va trece numărul de ore alocate stabilit de cadrul didactic în funcţie de obiectivele vizate, conţinuturile de parcurs şi specificul clasei cu care se lucrează, în limitele numărului de ore alocate prin planul de învăţământ;

-în rubrica referitoare la "observaţii" se vor trece, de-a lungul anului, modificări determinate de aplicarea efectivă a programei în scopul îmbunătăţirii demersului didactic.(Panţuru, S., 2006)

Exemplu

DISCIPLINA: GEOMETRIE *CLASA a VII-a*
Nr. săptămâni: 14 – Total ore: 28 (2 ore/săptămână) *AN ŞCOLAR: 2012-2013*
PROFESOR : NĂNĂU SORINA

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ PE SEMESTRUL I
Conform cu programa şcolară aprobată prin Ordinul Ministrului Educaţiei Cercetării şi Tineretului NR. **5097**/09.09.2009

Nr. crt.	*Unitatea de învăţare*	*Competenţe specifice*	*Nr. ore*	*Conţinuturi*	*Săptămâna*	*Obs.*
PATRULATERE – 18 ORE						
1.	**Paralelogramul**	CG1-5. Recunoaşterea şi descrierea patrulaterelor în configuraţii geometrice date CG2-5. Identificarea patrulaterelor particulare utilizând proprietăţi precizate CG3-5. Utilizarea proprietăţilor calitative şi metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme	**6h**	1.Recapitularea noţiunilor studiate în cl.a VI-a 2.Aplicaţii	(S1) 17 – 21 IX	
				3. Patrulatere. Definiţie, elemente, perimetru. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex 4. Paralelogramul. Proprietăţi.Condiţiile necesare şi suficiente ca un patrulater să fie paralelogram	(S2) 24 – 28 IX	
				5. Aplicaţii 6. Evaluare	(S3) 1 – 5 X	
2.	**Patrulatere particulare**	CG1-5. Recunoaşterea şi descrierea patrulaterelor în configuraţii geometrice date CG2-5. Identificarea patrulaterelor particulare utilizând proprietăţi precizate CG3-5. Utilizarea proprietăţilor	**7h**	1. Dreptunghiul. Proprietăţi. 2. Rombul, pătratul. Proprietăţi.	(S4) 8 – 12 X	
				3. Condiţiile necesare şi suficiente ca un paralelogram să fie dreptunghi, pătrat, romb. Aplicaţii 4. Condiţiile de simetrie şi axe de simetrie pentru patrulaterele studiate	(S5) 15 – 19 X	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

		calitative şi metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme CG4-5. Exprimarea prin reprezentări geometrice a noţiunilor legate de patrulatere CG6-5. Interpretarea informaţiilor deduse din reprezentări geometrice în corelaţie cu anumite situaţii practice		5. Trapez. Definiţie. Clasificări. Trapez isoscel, proprietăţi. 6. Aplicaţii.	(S6) 22 – 26 X	
				7. Evaluare.	(S7) 29X – 2 XI	
3.	**Arii**	CG3-5. Utilizarea proprietăţilor calitative şi metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme CG5-5. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente , de măsuri de unghiuri şi arii	**5h**	1. Aria triunghiului		
				2. Aplicaţii. 3. Aria patrulaterului convex. Ariile patrulaterelor particulare	(S8) 5 – 9 XI	
				6. Aplicaţii. 5. Evaluare	(S9) 12 – 16 XI	
LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ – 2 ORE						
4.	**Pregătirea şi susţinerea lucrării scrise pe sem. I**		**2h**	1. Recapitulare pentru lucrarea scrisă. 2. **Lucrare scrisă semestriala.**	(S10) 19 – 23 XI	
ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR – 8 ORE						
5.	**Teorema lui Thales.**	CG4-6. Exprimarea proprietăţilor figurilor geometrice(segmente, triunghiuri, patrulatere) în limbaj matematic CG3-6. Utilizarea noţiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configuraţii geometrice date	**8h**	1. Segmente proporţionale Proporţii cu segmente. 2. Teorema paralelelor echidistante	(S11) 26 – 30 XI	
				3. Teorema lui Thales în plan (fără dem.) 4. Reciproca teoremei lui Thales	(S12) 3– 7 XII	
				5. Aplicaţii. Împărţirea unui segment în părţi proporţionale cu numere date. 6. Linia mijlocie în triunghi. Teorema liniei mijlocii în triunghi şi reciproca.Centrul de greutate al triunghiului.	(S13) 10 –14 XII	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

				7. Linia mijlocie în trapez. Teorema liniei mijlocii în trapez şi reciproca. 8. Aplicaţii. Evaluare.	(S14) 17– 21 XII	

DISCIPLINA: GEOMETRIE *CLASA A VII-A*
Nr. săptămâni: 21 – Total ore: 42 (2 ore/săptămână) *AN ŞCOLAR: 2012-2013*
PROFESOR : NĂNĂU SORINA

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ PE SEMESTRUL II
Conform cu programa şcolară aprobată prin Ordinul Ministrului Educaţiei Cercetării şi Tineretului NR. . **5097**/09.09.2009

Nr. crt.	*Unitatea de învăţare*	*Competenţe specifice*	*Nr. ore*	*Conţinuturi*	*Săptămâna*	*Obs.*
ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR – 6 ORE						
1.	**Teorema fundamentală a asemănării**	CG1-6. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configuraţii geometrice date CG2-6. Stabilirea relaţiei de asemănare între două triunghiuri prin metode diferite CG5-6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelaţie cu proprietăţi calitative şi metrice CG6-6. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice	**6h**	1 . Triunghiuri asemenea 2. Criterii de asemănare a triunghiurilor	(S1) 14 -18 I	
				3. Teorema fundamentală a asemănării. 4. Aplicaţii	(S2) 18 – 25 I	
				5. Aplicaţii 6. Evaluare	(S3) 25 I – 1II	
RELAŢII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC – 16 ORE						
2.		CG1-7. Recunoaşterea şi descrierea elementelor unui triunghi dreptunghic		1. Proiecţii ortogonale pe o dreaptă. 2. Teorema înălţimii.	(S4) 4– 8 II	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

	Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic	într-o configuraţie geometrică dată CG2-7. Aplicarea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia CG3-7. Deducerea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic CG4-7. Exprimarea, în limbaj matematic, a perpendicularităţii a două drepte prin relaţii metrice	**10h**	3. Teorema catetei. 4. Aplicaţii.	(S5) 11 -15 II	
				5. Teorema lui Pitagora 6. Reciproca Teoremei lui Pitagora	(S6) 18 - 22 II	
				7. Aplicaţii. 8. Aplicaţii	(S7) 25 II – 1 III	
				9. Probleme recapitulative 10. Evaluare	(S8) 4 – 8 III	
3.	**Elemente de trigonometrie în triunghiul dreptunghic**	CG2-7. Aplicarea relaţiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia CG5-7. Interpretarea perpendicularităţii în relaţie cu rezolvarea triunghiului dreptunghic CG6-7. Transpunerea rezultatelor obţinute prin rezolvarea unor triunghiuri dreptunghice la situaţii problemă date	**6h**	1.Elemente trigonometrice în triunghiul dreptunghic : sin, cos, tg, ctg. Folosirea tabelelor trigonometrice. 2. Aflarea valorilor funcţiilor trigonometrice pentru măsuri remarcabile de unghiuri	(S9) 11 – 15 III	
				3. Rezolvarea triunghiului dreptunghic 4. Ariile triunghiurilor şi patrulaterelor studiate exprimate cu ajutorul funcţiilor trigonometrice	(S10) 18 – 22 III	
				5. Aplicaţii 6. Evaluare	(S11) 25 – 29 III	
CERCUL – 8 ORE						
4.	**Cercul.**	CG1-8. Recunoaşterea şi descrierea elementelor unui cerc, într-o configuraţie geometrică dată CG2-8. Calcularea unor lungimi de segmente şi măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configuraţii geometrice care conţin un cerc CG3-8. Utilizarea informaţiilor oferite de o configuraţie geometrică pentru deducerea unor proprietăţi ale cercului CG4-8. Exprimarea proprietăţilor elementelor unui cerc în limbaj	**8h**	1. Cercul: definiţie, elemente în cerc; centru, rază, coardă, diametru, arc, unghi la centru. 2. Măsurarea arcelor, arce congruente. Coarde şi arce în cerc. Proprietăţi	(S12) 15 – 19 IV	
				3. Unghi înscris în cerc, triunghi înscris în cerc. 4. Poziţiile relative ale unei drepte faţă de un cerc; tangente dintr-un punct exterior la cerc; triunghi circumscris unui cerc .	(S13) 22 – 26 IV	
				5. Poziţiile relative a două cercuri. Tangenta comună a două cercuri 6. Aria triunghiului oarecare în raport cu raza cercului înscris sau cercului circumscris.	(S14) 29 IV – 3V	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

		matematic		7. Aplicaţii 8.Evaluare	(S15) 6 – 10 V	
LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ – 2 ORE						
5.	**Pregătirea şi susţinerea lucrării scrise pe sem. II**		**2h**	1. Recapitulare pentru lucrarea scrisă 2. Discutarea lucrări scrise	(S16) 13 – 17 V	
CERCUL – 6 ORE						
6.	**Poligoane regulate**	CG5-8. Deducerea unor proprietăţi ale cercului şi ale poligoanelor regulate folosind reprezăntări geometrice şi noţiuni studiate CG6-8. Interpretarea informaţiilor conţinute în probleme practice legate de cerc şi de poligoane regulate	**6h**	1. Poligoane regulate. 2.Calculul elementelor: latură, apotemă, arie, perimetru în triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat	(S17) 20 – 24 V	
				3. Aplicaţii 4. Lungimea cercului şi aria discului	(S18) 27 – 31V	
				5. Aplicaţii 6.Evaluare	(S19) 3 – 7 VI	
RECAPITULARE FINALĂ – 4 ORE						
7.	**RECAPITULARE FINALĂ**		**4h**	1. Probleme de asemănare 2. Probleme cu relaţii metrice în triunghiul dreptunghic	(S20) 10 – 14VI	
				3. Probleme de sinteză 4. Probleme de sinteză	(S21) 17 – 21VI	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Întocmeşte planificarea calendaristică la matematică pentru clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 6.4.3.

SĂ NE REAMINTIM...

- ***Proiectarea didactică*** cuprinde următoarele produse, care pot fi delimitate după cele două niveluri ale sistemului educaţional:

I. La nivel macro:

-planurile de învăţământ;
-programele pe discipline;
-manualele şcolare;
-ghidurile metodologice.

II. La nivel micro (realizată de cadrul didactic):

-lectura personalizată a programelor şcolare la matematică;
-proiectarea activităţii anuale sau calendaristice;
-proiectarea unităţilor de învăţare;
-proiectarea lecţiilor specifice fiecărei unităţi de învăţare.

- ***Programa şcolară***, element central în realizarea proiectării didactice, reprezintă un document reglator, stabilind obiective care trebuie realizate indiferent de manualul alternativ utilizat (manualul fiind un mijloc de realizare a obiectivelor prevăzute de programă).
- ***Planificarea calendaristică/semestrială*** se realizează parcurgând următoarele ***etape:***

-realizarea asocierilor între obiectivele de referinţă/competenţe specifice şi conţinuturi în unităţi de învăţare;

-stabilirea succesiunii de parcurgere a unităţilor de învăţare;

-alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare unitate de învăţare în concordanţă cu obiectivele de referinţă/competenţele vizate şi conţinuturile delimitate.

6.4.4. Proiectarea unităţilor de învăţare.

Elementul generator al planificării calendaristice este ***unitatea de învăţare***, astfel proiectarea la nivelul unităţii de învăţare reprezintă o etapă de bază a organizării demersului didactic.

Unitatea de învăţare reprezintă o structură didactică deschisă şi flexibilă care are următoarele ***caracteristici***:

-determină formarea la elevi a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referinţă;

-este unitară din punct de vedere tematic;

-se desfăşoară în mod sistematic şi continuu pe o perioadă de timp;

-se finalizează prin evaluare sumativă.

În condiţiile noului Curriculum Naţional, profesorul poate grupa temele în unităţi de învăţare, poate recurge la adăugiri, omiteri, adaptări, înlocuiri a materialelor suport oferite de manualele alternative.

Proiectarea pe unităţi de învăţare are următoarele ***avantaje***:
-creează un mediu de învăţare coerent pe termen mediu şi lung;
-implică elevii în proiecte de învăţare personală cu accent pe explorare şi reflecţie;
-oferă profesorului posibilitatea adaptării demersului didactic-aplicativ la ritmul propriu de învăţare al elevilor;
-presupune o viziune de ansamblu, unitară asupra conţinuturilor care urmează a fi abordate în actul de predare-învăţare-evaluare.

Proiectarea unei unităţi de învăţare este ***algoritmică***, conţinând următorii paşi:
-identificarea obiectivelor (În ce scop voi face?);
-selectarea conţinuturilor (Ce voi face?);
-analiza resurselor (Cu ce voi face?);
-determinarea activităţilor de învăţare (Cum voi face?);
-stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat?).

Rubricaţia unui proiect al unei unităţi de învăţare este:

Şcoala……..
Disciplina……
Unitatea de învăţare……
Cadrul didactic……..
Clasa……..
Disciplină cu nr.ore pe săptămână….

An şcolar……

Proiectul unităţii de învăţare

Conţinuturi (detaliere)	Competenţe specifice	Activităţi de învăţare	Strategii didactice	Evaluare

Precizări privind completarea tabelului:
-în rubrica referitoare la "conţinuturi" se vor trece inclusiv detalieri de conţinut induse de alegerea unui anumit parcurs;
-în rubrica referitoare la "obiective de referinţă/ competenţe specifice" se vor trece numerele acestora din planificarea calendaristică/programa şcolară;
-în rubrica referitoare la "activităţi de învăţare" se vor trece activităţi care pot fi cele din programa şcolară, sau altele, pe care profesorul le consideră potrivite pentru atingerea obiectivelor propuse;
-în rubrica referitoare la "strategii didactice" se vor trece resursele procedurale (metode şi procedee), materiale (mijloace de învăţământ) şi temporale, forme de organizare a clasei;
-în rubrica referitoare la "evaluare" se vor trece instrumentele sau modalităţile de evaluare utilizate la clasă.
Fiecare unitate de învăţare se încheie cu o evaluare sumativă, pentru a măsura ce s-a realizat în raport cu ceea ce s-a propus.(Panţuru, S., 2006)

Practic, conturarea unităţilor de învăţare se poate realiza urmărind algoritmul descris în continuare.

Algoritmi de identificare a unităţilor de învăţare

Învăţământ gimnazial

-Identificăm teme majore ale programei.

-Identificăm conţinuturi din programă care pot fi asociate unei anumite teme.

-Identificăm competenţe specifice care ar putea fi atinse prin aceste conţinuturi.

-Adăugăm conţinuturi sau/ şi renunţăm la unele conţinuturi alese, după criteriul relevanţei în raport cu obiectivele identificate.

-Identificăm şi alte competenţe specifice din programă, a căror atingere se poate realiza pe baza conţinuturilor alese.

-Verificăm în ce măsură ansamblul competenţe - conţinuturi permite o evaluare pertinentă; eventual, renunţăm la unele competenţe sau conţinuturi, pe care le vom avea în vedere pentru altă/ alte unităţi de învăţare.(Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)

Învăţământ liceal

-Identificăm teme majore ale programei.

-Identificăm conţinuturi din programă care pot fi asociate unei anumite teme.

- Particularizăm competenţele specifice la conţinuturile asociate temei, dacă este cazul.

- Detaliem conţinuturile după criteriul relevanţei în raport cu competenţele vizate, dacă este cazul.

-Verificăm în ce măsură ansamblul competenţe - conţinuturi permite o evaluare pertinentă; eventual, renunţăm la unele competenţe sau conţinuturi, pe care le vom avea în vedere pentru altă/ alte unităţi de învăţare.(Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)

***Lista de control*:**

- Asigură conţinuturile alese unitate tematică?
- Este respectată o logică internă a conexiunilor între conţinuturi?
- Se pot parcurge la clasă conţinuturile într-un număr optim de ore?
- Sunt avute în vedere în cadrul unităţii de învăţare competenţele specifice corespunzătoare tuturor competenţelor generale?
- Pot fi formate competenţele vizate?
- Este pertinentă şi concludentă evaluarea elevului în urma parcurgerii acestui grupaj? (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)

Exemplu

Unitatea de învăţare: Calcul algebric – clasa a VII-a

Folosind algoritmul de mai sus, se proiectează o unitate de învăţare care vizează tema: Calcul algebric – din programa de matematică pentru clasa a VII-a. Evaluarea se va face pe baza listei de control.

În urma lecturării programei şcolare la disciplina ***Matematică***, pentru ***clasa a VII-a,*** în vederea identificării unei unităţi de învăţare cu tema ***Calculul algebric***, prin aplicarea algoritmului indicat mai sus, s-a obţinut următorul conţinut:

Unitatea de învăţare CALCUL ALGEBRIC

Nr. item	***Competenţe specifice***	***Conţinuturi***
1.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule.	Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: ▪ sumă algebrică ▪ termeni asemenea aceeaşi parte literală şi acelaşi exponent la partea literală ▪ înmulţire/împărţire algebrică
2.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule.	Formule de calcul prescurtat: ▪ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ▪ $(a – b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ▪ $(a – b)(a + b) = a^2 – b^2$
3.	Aplicarea regulilor de calcul şi folosirea parantezelor în efectuarea operaţiilor cu numere reale.	Descompunerea în factori utilizând regulile de calcul: ▪ factor comun; ▪ restrângerea pătratului unei sume sau diferenţe; ▪ descompunerea în produs de factori.
4.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule. Aplicarea regulilor de calcul şi folosirea parantezelor în efectuarea operaţiilor cu numere reale.	Evaluare sumativă: sumă algebrică, termeni asemenea, înmulţire-împărţire cu un factor, aplicarea distributivităţii operaţiei de înmulţire faţă de adunare, formule de calcul prescurtat, descompunere în factori.

În continuare, în alte unităţi de învăţare, se va aplica calculul algebric la rezolvarea ecuaţiilor, sitemelor de ecuaţii, inecuaţii şi în punerea în ecuaţie a unor probleme de aplicaţii practice.

În unităţi de învăţare , care preced în ordinea coerenţei conţinuturilor din programa şcolară, se folosesc notaţii literale şi chiar calcule (la prezentarea puterilor de numere).

În aceste condiţii, în momentul când este abordată unitatea de învăţare „Calcul algebric”, elevii sunt deja deprinşi cu notarea literală a numerelor, deci nu încep un conţinut în întregime nou.

Se evaluează unitatea de învăţare ***Calcul algebric***, folosind ***lista de control*** de mai sus.

Nr.crt	***Întrebările din lista de control***	***Răspuns***
1.	Asigură conţinuturile alese unitatea tematică?	Conţinuturile selectate se referă la operaţiile de calcul cu numere reale reprezentate prin litere : -sumă algebrică; -termeni asemenea; -înmulţire şi împărţire cu un factor; -aplicarea distributivităţii operaţiei de

		înmulţire faţă de adunare; -formule de calcul prescurtat; -descompunere în factori.
2.	Este respectată o logică internă a conexiunilor între conţinuturi?	De la ***suma algebrică*** (cu operaţii de adunare şi scădere), reducerea ***termenilor asemenea***, la ***înmulţirea de sume*** algebrice folosind distributivitatea operaţiei de înmulţire faţă de adunare, în continuare la formule de calcul prescurtat, la descompunere în factori primi, factor comun şi restrângere în binom la pătrat sau diferenţe de pătrate.
3.	Se pot parcurge la clasă conţinuturile într-un număr optim de ore?	Calculul algebric este necesar în următoarele unităţi de învăţare, de aceea unitatea de învăţare abordează conţinuturile necesare utilizării acestui tip de calcul. Într-un număr de maxim 10 ore (incluzând formarea deprinderilor de calcul algebric prin exerciţii numai în clasă) această unitate de învăţare poate fi parcursă la clasă.
4.	Sunt avute în vedere în cadrul unităţii de învăţare competenţe specifice aferente tuturor competenţelor generale?	Unitatea de învăţare Calcul algebric nu atinge prin ea toate competenţele generale dar are în vedere anumite comptenţe specifice deduse din competenţele generale (Indentificarea unor date şi relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunţuri matematice.Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situaţii concrete.)
5.	Se pot forma competenţele vizate?	Elevii cunosc regulile de calcul cu numere reale, sunt obişnuiţi cu notaţii literale, iar pentru calculul algebric acestea sunt cunoştintele de bază. Pe de altă parte calculul algebric este o dezvoltare a calculului numeric ceea ce lărgeşte orizontul înţelegerii calculului de către elevi.
6.	Este pertinentă şi concludentă evaluarea elevului în urma parcurgerii acestui grupaj?	Evaluării trebuie să i se acorde în faţa elevului aceeaşi importanţă ca a oricărei alte unităţi de învăţare. Evaluarea ar putea să semnaleze anumite carenţe ale unor elevi în asimilarea cunoştinţelor de calcul algebric.

În final, rubricaţia unităţii de învăţare ***CALCUL ALGEBRIC*** este dată mai jos:

PROIECT UNITATE DE ÎNVĂŢARE

Clasa : ***a VII-a***
Titlul unităţii de învăţare : ***CALCUL ALGEBRIC***
Nr. de ore alocate : **10**

Nr. crt.	***Conţinuturi***	***Competenţe specifice***	***Activităţi de învăţare***	***Resurse***			***Evaluare***
				Materiale	***Procedurale***	***Temporale***	
1	Calcul cu numere reale reprezentate prin litere	*1.* Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplifica-rea unor calcule *2.* Aplicarea regulilor de calcul şi folosirea parantezelor în efectuarea operaţiilor cu numere reale	- exerciţii de identifi-care a termenilor asemenea în expresii algebrice -exerciţii de calcul cu termeni asemenea -exersarea formulelor elementare de calcul prescurtat -exerciţii de descom-punere a expresiilor algebrice pe tipuri şi metode	-manual culegere - fişe de lucru -planşe	Conversaţia Explicaţia Exerciţiul Învăţare prin descoperire dirijată Problemati-zarea	**3**	Teste grilă Teste cu itemi de completare Teste cu itemi de asociere Portofoliul Fişa de observaţie Evaluare sumativă
2	Formule de calcul prescurtat			-manual culegere - fişe de lucru -planşe		**3**	
3	Descompu-neri în factori			-manual culegere - fişe de lucru -planşe -fişe de evaluare individuală		**3**	
4	Exerciţii					**1**	

Folosind algoritmul de identificare a unităţilor de învăţare, stabiliţi corespondenţa conţinuturi-competenţe pentru o unitate de învăţare cu tema: ***Raţionament geometric***, la clasa a VI-a. ***R:*** Revezi paragraful 6.4.4. -Exemplu

Exemplu

Unitatea de învăţare: Proprietăţi ale triunghiurilor

Clasa a VI-a; 2 ore/săpt.

Conţinuturi	Competenţe specifice	Activităţi de învăţare	Strategii didactice	Evaluare

1. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi. Teorema unghiului exterior.	1. Calcularea unor măsuri de unghiuri utilizând me - tode adecvate. 2. Recunoaşte – rea şi descrierea unor proprietăţi ale triunghiuri – lor. 3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a desena figuri geometri- ce descrise în contexte mate – matice.	- Exerciţii de aflarea unui unghi al unui triunghi cunoscând măsurile a două unghiuri. - Exerciţii de identificare a unghi- ului exterior unui triunghi - Aplicarea unghiului interior – exterior duse din acelaşi vârf unui triunghi. - Suma măsurilor a două sau a mai multor unghiuri ale căror măsuri sunt exprimate în grade, minute, secunde.	Conversaţie - Explicaţie - Lucru frontal	- Temă de lucru în clasă Obser – vaţia sistema- tică a activi –tăţilor elevilor
2. Înălţimile unui triunghi. Aria triunghiului. 3. Medianele unui triunghi. Simetria faţă de o dreaptă.	4. Utilizarea unor concepte matematice 5. Exprimarea caracteristicilor matematice ale triunghiurilor şi ale liniilor importante prin definiţie, notaţie şi desen 6. Deducerea unor proprietăţi ale triunghiuri- lor folosind no- ţiunile studiate	- Construirea înălţimilor unui triunghi şi aflarea ortocentrului. - Construirea medianelor şi aflarea centrului de greutate - Rezolvări de probleme pentru determinarea ariei unui triunghi - Construirea axei de simetrie a diferitelor figuri geometrice	Explicaţie - Lucru frontal - Lucru pe grupe diferenţiat	Evaluare orală Verificarea temei pentru acasă prin sondaj Lucrare scrisă
4. Triunghiul isoscel (proprietăţi). 5.Triunghiul echilateral (proprietăţi).	7. Interpretarea informaţiilor conţinute în probleme legate de proprietăţi ale triunghiurilor 8. Utilizarea unor concepte matematice în triunghiul isoscel , echilateral şi dreptunghic	- Identificarea unor consecinţe posibile ce decurg din proprietăţile triunghiului isoscel , echilateral şi dreptunghic - Exerciţii de calculare a unor distanţe şi a unor lungimi de segmente pentru determinarea perimetrului triunghiului. - Exerciţii de intuire şi de demonstraţie a proprietă- ţilor de simetrie ale unui triunghi isoscel/ echilate- ral în rezolvări de proble-	Explicaţie Demonstraţie Activitate pe grupe (metoda învăţării pe grupe; turul galeriei)	Aprecierea răspunsurilor primite Observarea sistematică a activităţilor elevilor

6. Proprietăţi ale triunghiului dreptunghic.		me. - Aplicarea teoremei unghiului de 30^0 într-un triunghi dreptunghic, identificarea unor pro-prietăţi ale triunghiului dreptunghic isoscel.		
7. Relaţii între laturile şi unghiurile unui triunghi.	9. Exprimarea proprietăţilor figurilor geometrice în limbaj matematic	- Construirea unei figuri geometrice potrivite cu enunţul problemei. - Sesizarea elementelor relevante pentru deducerea proprietăţilor referitoare la unghiurile şi laturile unui triunghi. - Identificarea şi notarea matematică a ipotezei şi concluziei problemei	Conversaţie Demonstraţie matematică	Temă de lucru cu clasa Evaluare finală

Exemplu

Unitatea de învăţare: Matrice

***Clasa a XI-a;* 3 ore/săpt.**
Disciplina: Matematică - algebră
Număr ore alocate: 11
Cadru didactic: Munteanu Diana Elena
Competenţe specifice:
1.Identificarea unor situaţii practice concrete care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului tehnic sau economic.
2.Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces.
3.Aplicarea algoritmilor de calcul cu matrice în situaţii practice.
4.Rezolvarea unor sisteme utilizând algoritmi specifici.
5.Stabilirea unor condiţii de existenţă şi/sau copmatibilitate a unor metode adecvate de rezolvare a acestora.
6.Optimizarea rezolvării unor probleme sau situaţii - problemă prin alegerea unor strategii şi metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic).

CONŢINU-TURI	***COM-PETE N-ŢE SPECI-***	***ACTIVITĂŢI DE ÎNVĂŢARE***	***STRATEGII DIDACTICE***	***EVALUARE***

	FICE			
1.Tabel de tip matriceal. Matrice. Mulţimi de matrice.	1, 2	Identificarea noţiunii de matrice de tip (m,n), scrierea unei matrice de tip (m,n), print-un tablou cu m linii şi n coloane; exerciţii de scriere a unei matrice linie, matrice coloană, matrice pătratică de ordin n, matrice dreptunghiulară cu m linii şi n coloane. Identificarea matricelor particulare: -matrice nulă; -matice unitate; -matrice triunghiulară; -matrice diagonală; -matrice scalară; -matrice simetrică; -matrice antisimetrică; -transpusa unei matrice. Identificarea egalităţii a două matrice. Exerciţii de scriere a transpusei A^t a unei matrice A, exerciţii de determinare a unor constante, în anumite condiţii date: matricea să fie simetrică, diagonală, unitate, antisimetrică, nulă, două matrice să fie egale.	Manual, culegeri, tablă, cretă. Metode: explicaţia, conversaţia euristică, problematizarea, descoperirea, exerciţiul. 2 ore.	Observarea sistematică a elevilor şi aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsuri-lor primite. Evaluare frontală, individuală.
2.Operaţii cu matrice:adu-narea a două matrice, înmulţirea unei matrice cu un scalar; proprietăţi.	1, 2, 3, 5	Identificarea sumei a două matrice, proprietăţi ale adunării matricelor: -adunarea matricelor este asociativă: $(A+B)+C = A+(B+C), \forall A,B,C \in M_{m,n}(R)$ -adunarea matricelor este comutativă: $A+B = B+A, \ \forall A,B \in M_{m,n}(R)$ -matricea nulă $O_{m,n}$ are rol de element neutru la adunarea matricelor: $A+O_{m,n} = O_{m,n}+A = A, \ \forall A \in M_{m,n}(R)$. -orice matrice admite un opus :	Manual, culegeri, tablă, cretă. Metode: explicaţia, conversaţia euristică, problematizarea, descoperirea, exerciţiul, învăţarea prin cooperare. 2 ore.	Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor şi aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsuri-lor primite. Evaluare frontală, individuală.

		$\forall A \in M_{m,n}(R)$, $\exists (-A) \in M_{m,n}(R)$, astfel încât: $A+(-A) = (-A)+A = O_{m,n}$. Obs. Se pot aduna numai matrice care sunt de acelaşi tip. Rezultatul este o matrice de acelaşi tip. Identificarea produsului dintre un număr real (scalar) şi o matrice; proprietăţi: $1 \cdot A = A$, $0 \cdot A = O_{m,n}$, $\forall A \in M$ $(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A, \forall \alpha,\beta \in R, \forall A \in M$, $\alpha (A+B) = \alpha A+\alpha B$, $\forall \alpha \in R$, $\forall A, B \in M_{m,n}(R)$ $\alpha(\beta A) = \beta(\alpha A) = (\alpha\beta)A$, $\forall \alpha, \beta \in R$, $\forall A, B \in M_{m,n}(R)$ Exerciţii de calculare a sumei, respectiv diferenţei a două matrice, calcularea produsului dintre un număr real şi o matrice, rezolvarea unui sistem de ecuaţii matriceale de tipul: $\begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -6 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix} \\ X + 3Y = \begin{pmatrix} -7 & 7 & 11 \\ 7 & 0 & 11 \end{pmatrix} \end{cases}$		
3.Operaţii cu matrice: înmulţirea matricelor; proprietăţi.	1, 2, 3, 5	Identificarea produsului a două matrice; proprietăţi: -înmulţirea matricelor este asociativă: $A(BC) = (AB)C$, $\forall A \in M_{m,n}(R)$, $\forall B \in M_{n,p}(R)$, $\forall C \in M_{p,q}(R)$. -înmulţirea matricelor este distributivă faţă de adunare: la stânga: $A(B+C) = AB+AC$, $\forall A \in M_{m,n}(R)$, $\forall B, C \in M_{n,p}(R)$. la dreapta: $(A+B)C = AC+BC$, $\forall A, B \in M_{m,n}(R)$, $\forall C \in M_{n,p}(R)$. -pentru mulţimea $M_n(R)$, există element neutru I_n:	Manual, culegeri, tablă, cretă, videoproiector. Metode: explicaţia, conversaţia euristică, problematizarea, descoperirea, exerciţiul. 1 oră.	Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor şi aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsuri-lor primite. Evaluare frontală, individuală.

		$AI_n = I_nA = A,\ \forall A \in M_n(R)$. Obs. Produsul $A \cdot B$ a două matrice nu se poate efectua întotdeauna decât dacă $A \in M_{m,n}(R), B \in M_{n,p}(R)$, adică numărul de coloane ale lui A este egal cu numărul de linii ale lui B, când se obţine o matrice $C \in M_{m,p}(R)$ Exerciţii de calculare a produsului a două matrice, cu accentuarea necomutativităţii înmulţirii matricelor, pentru cazul când matricele $A,B \in M_n(R)$: $AB \neq BA$ (în general); Exerciţii care evidenţiază rolul de element neutru, la inmulţirea matricelor pătratice, a matricei unitate: $I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 1 \end{pmatrix}$: $AI_n = I_nA =$ A, $\forall A \in M_n(R)$.		
4.Operaţii cu matrice: ridicarea la putere a unei matrice.	1, 2, 3, 5, 6	Identificarea puterii unei matrice pătratice. Exerciţii de tipul: Calculaţi f(A), dacă: A = $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $f(X) = X^2 - 2X + I_2$. Identificarea metodelor de ridicare la putere a matricelor pătratice de ordin n: -metoda inducţiei matematice; -metoda binomului lui Newton; -metoda şirurilor recurente; -metoda trigonometrică. Exerciţii de calculare a puterii unei matrice pătratice de ordin 2 sau 3, prin metoda inducţiei matematice, sau prin metoda binomului lui Newton, sau prin metoda şirurilor recurente.	Manual, culegeri, fişe de lucru, cretă, tablă, videoproiector. Metode: explicaţia, conversaţia euristică, problematizarea, descoperirea, exerciţiul, demonstraţia, învăţarea prin cooperare, învăţarea reciprocă. 2 ore.	Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor şi aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsuri-lor primite. Evaluare frontală, individuală, pe grupe. Practica reflectivă.

Realizează un proiect, la alegere, al unei unităţi de învăţare din matematica clasei aVI-a. ***R:*** Revezi paragraful 6.4.4.

SĂ NE REAMINTIM...

- ***Unitatea de învăţare*** reprezintă o structură didactică deschisă şi flexibilă care are următoarele ***caracteristici***:
  -determină formarea la elevi a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referinţă;
  -este unitară din punct de vedere tematic;
  -se desfăşoară în mod sistematic şi continuu pe o perioadă de timp;
  -se finalizează prin evaluare sumativă.
- ***Proiectarea unei unităţi de învăţare*** este ***algoritmică***, conţinând următorii paşi:
  -identificarea obiectivelor (În ce scop voi face?);
  -selectarea conţinuturilor (Ce voi face?);
  -analiza resurselor (Cu ce voi face?);
  -determinarea activităţilor de învăţare (Cum voi face?);
  -stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat?).

6.4.5. Proiectul de lecţie

Proiectarea pe unităţi de învăţare nu conţine suficiente elemente pentru a oferi o imagine completă asupra fiecărei activităţi didactice. Din acest motiv este necesară proiectarea fiecărei activităţi didactice, lecţia trebuind să fie înţeleasă ca o componentă operaţională pe termen scurt a unităţii de învăţare.

Lecţia trebuie să asigure realizarea unor obiective operaţionale precis formulate, subordonate obiectivelor de referinţă, măsurabile pe parcursul sau în finalul lecţiei.

Proiectul de lecţie nu reprezintă decât o variantă aleasă de către profesor, în aplicarea căreia trebuie să dovedească flexibilitate.

Proiectul de lecţie trebuie să conţină:

-date de identificare: data, clasa, şcoala, profesorul, disciplina (matematică);

-datele pedagogice ale lecţiei: subiectul lecţiei, tipul lecţiei (dobândire de noi cunoştinţe, formare de priceperi şi deprinderi, recapitulare şi sistematizare, evaluare), obiectivele de referinţă/competenţele specifice, obiectivele operaţionale, strategii didactice folosite, bibliografia;

-desfăşurarea lecţiei care conţine: eşalonarea în timp a situaţiilor de învăţare (etapele lecţiei), obiectivele operaţionale urmărite, conţinuturile, strategiile didactice şi modalităţile de evaluare pentru fiecare etapă în parte.

Tabelul de specificarea corespondenţelor este următorul (Pălăşan, T., Voinea, M., 2012)**:**

Eşalonarea în timp a situaţiilor de învăţare	Obiec-tive Opera-ţio-nale	Activitatea		Strategia didactică					
		cadrului didactic	elevilor	Resurse			Forma de org	Evalu-are	Indici de perfor-manţă
				proce-du-rale	Mate-riale	tempo-rale			
Moment organizatoric									

Verificarea temei de casă şi a pregătirii elevilor									
Captarea atenţiei									
Anunţarea temei şi a obiectivelor									
Prezentarea situaţiei de învăţare. Dirijarea învăţării									
Asigurarea feedback-ului									
Realizarea performanţei									
Retenţie/ tema de casă									

Evenimentele lecţiei şi succesiunea acestora se adaptează specificului tipului de lecţie

1. Exemplu
PROIECT DE LECŢIE

Clasa: a VIII-a
Disciplina: Matematică-Algebră
Unitatea de învăţare: Operaţii cu numere reale
Tema lecţiei: OPERAŢII CU RAPOARTE DE NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE. APLICAŢII
Tipul lecţiei: Lecţie mixtă
Competenţe generale:

O.1. Identificarea unor relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite.

O.2. Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru o situaţie concretă.

Competenţe specifice:

C.S$_1$ Să înţeleagă semnificaţia şi proprietăţile operaţiilor cu numere reale şi să le aplice în calcule variate.

C.S$_2$ Să utilizeze elemente de calcul algebric pentru a rezolva ecuaţii, precum şi pentru a aplica formule de calcul.

C.S$_3$ Să prezinte în mod coerent soluţia unei probleme, corelând diverse modalităţi de exprimare.

Obiective operaţionale:

Cognitive:

OC$_1$ Să obţină rapoarte prin simplificări şi amplificări.

OC$_2$ Să efectueze operaţii cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere cu acelaşi numitor.

OC_3 Să efectueze operaţii cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere cu numitori diferiţi.

OC_4 Să aplice noţiunile învăţate în calcule numerice ţinînd cont de ordinea efectuării operaţiilor.

Afective:

OA_1 Să fie atenţi.

OA_2 Să participe activ la lecţie.

OA_3 Să colaboreze eficient.

Psihomotorii:

OP_1 Să scrie lizibil pe caiete şi la tablă.

Strategii didactice:

a) Metode şi procedee: conversaţia euristică, explicaţia, modelarea, munca individuală, exerciţiul.

b) Mijloace de realizare: manualul, fişe de lucru, culegere, tabla, creta.

c) Forme de organizare: frontală, individuală, pe perechi.

Bibliografie: Culegere de probleme „Mate 2000” - A. Negrilă
Manual

DESFĂŞURAREA LECŢIEI

Evenimentele lecţiei	Obiective operaţio-nale/Competenţe specifie	Activitatea		Strategia didactică					
		profesorului	elevilor	Resurse			Forma de organizare	Evaluare	Indici de perfor-manţă
				Proceduale	Materiale	Temporale			
1. Moment organizatoric	OA_2	1.Crează condiţiile necesare desfăşurării lecţiei. 2.Verifică prezenţa elevilor.	1.Se pregătesc cu cele necesare pentru lecţie. 2.Se asigură ordinea şi disciplina.	Conversa-ţia		2min	Frontală		
2.Captarea atenţiei	OA_1	Verifică frontal temele scrise făcând eventual observaţii, iar dacă există exerciţii nefinalizate se sugerează elevilor metoda de rezolvare.	Elevii îşi verifică tema şi corectează eventualele greşeli.	Conversa-ţia	Caiete	2min	Frontală	Aprecieri verbale	
3.Anunţarea obiectivelor şi a temei	$C.S_1$	Se fixează cunoştinţele învăţate în capitolul de numere reale şi se realizează operaţii cu ele.	Realizează ceea ce li s-a cerut.	Conversa-ţia		2min	Frontală	Aprecieri verbale	
4.Reactalizarea cunoştinţelor		Se propun spre rezolvare exerciţiile **I-V** cuprinse în fişele de lucru distribuite elevilor. FIŞĂ DE LUCRU NR.1	Rezolvă exerciţiile cuprinse în fişele de lucru	Explicaţia	Caiete Tablă	15min	Individuală		Maxim-frontal Minim elevi CES

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European Instrumente Structurale 2007 - 2013
POS DRU 2007-2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

	O.C.1 C.S$_2$ OP$_1$ OA$_1$ OA$_2$ O.C.2 O.C.3	**I.** Simplificaţi rapoartele: $\frac{3a^2y^3}{3a^2y^5}; \frac{x^2-1}{(x+1)^2}; \frac{4x^3(x^2-3x)}{12(x-3)^2x^4}$; $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$. **II.** Amplificaţi rapoartele: $2x)\ \frac{2x}{3xy}; \quad 3xy)\ \frac{3}{2y}; \frac{3}{x^2-2x}; \quad x-1)\ \frac{x+2}{x-1}$. **III.** Efectuaţi calculele: $\frac{x-1}{x^2-3x}+\frac{x+2}{x^2-3x}+\frac{1}{x^2-3x}$; $\frac{3x+7}{(x-2)(x+7)}+\frac{16}{(x-2)(x+7)}$ $\frac{2}{x-1}-\frac{x+5}{x^2-1}+\frac{5}{x+1;}$. **IV.** Calculaţi, aducând la forma cea mai simplă: $\frac{x+2}{y}\cdot\frac{7y^3}{x^2-4}; \quad \frac{ax+ay}{x^2-25}:\frac{x+y}{x-5}$		Modelarea Exerciţiul					
Anunţarea lecţiei noi	O.A.1 OP$_1$	Se anunţă titlul lecţiei noi: Ordinea efectuării operaţiilor cu rapoarte algebrice.	Elevii notează titlul lecţiei noi.	Explicaţia	Caiete Tablă	1min	Frontală		
Desfăşurarea lecţiei noi	O.A.1	Ordinea efectuării operaţiilor este: 1. se efectuează mai întâi ridicările la putere în ordinea în care sunt scrise (dacă exerciţiul conţine puteri);	Elevii notează ordinea efectuării	Explicaţia	Caiete Tablă	2min	Frontală		

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU
Fondul Social European
POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

	OP_1	**2.** se efectuează înmulţirile şi/sau împărţirile în ordinea în care sunt scrise; **3.** se efectuează adunările şi/sau scăderile în ordinea în care sunt scrise; **4.** dacă exerciţiul conţine paranteze, se efectuează mai întâi operaţiile din parantezele rotunde, apoi din cele pătrate (drepte) şi la urmă din parantezele acolade.	operaţiilor.						
Corecţii şi feed*back*-uri	O.C.1 O.C.2 O.C.3 O.C.4 OA_2 OA_3 O.2.	FIŞĂ DE LUCRU NR. 2 Aduceţi la o formă cât mai simplă expresiile: a) $\frac{2}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{6x}+\frac{x-1}{3x}=$ b) $\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)^2\cdot\frac{(x-2)^2}{(2x+1)^3}-\frac{x-2}{2x-1}=$ c) $\left(\frac{5x+3}{x^2-25}+\frac{1}{x-5}\right):\frac{4}{x^2-5}-(x-3)=$ d) $\left(\frac{1}{3x-2}-\frac{4}{3x+2}+\frac{3x-7}{9x^2-4}\right)\cdot\frac{3x^2+5x+2}{1-2x}=$ Se pun condiţii pentru numitori. Va accentua importanţa asimilării de către elevi a cunoştinţelor referitoare la operaţii cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.	Rezolvă exerciţiile din fişă.	Modelarea Explicaţia Exerciţiul	Caiete Tablă	20min	Pe perechi	Aprecieri verbale	Maxim-frontal Minim elevi CES
Obţinerea performanţei	C.S.3					2min			
Încheierea lecţiei/aprecieri şi recomandări	O.A.1	Oferă câteva sugestii. Face aprecieri, recomandări, notarea elevilor care s-au remarcat la lecţie.	Sunt atenţi la ce se discută.			2min		Notarea elevilor care s-au evidenţiat la oră	
Tema pentru acasă	O.A.1	1.Culegere p. 57 ex. 10, 6. 2.Oferă câteva indicaţii în legătură cu exerciţiile din temă.	1. Elevii notează tema. 2. Sunt			2min			

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

			atenţi la sugestiile şi indicaţiile profesorului.						

PROIECT DE ACTIVITATE DIDACTICĂ

DATE DE IDENTIFICARE

- **Data:**
- **Clasa:** aXI-a
- **Cadrul didactic:** Munteanu Diana Elena

CONSTRUCŢIA

- **Aria curriculară:** Matematică şi ştiinţe
- **Disciplina de învăţământ:** Matematică - algebră
- **Unitatea de învăţare:** Sisteme de ecuaţii liniare
- **Tema:** Ecuaţii matriceale
- **Tipul lecţiei:** Lecţie de comunicare şi însuşire de noi cunoştinţe
- **Obiective operaţionale:** La sfârşitul lecţiei elevii vor fi capabili:
  - O_1: să recunoască tipul de ecuaţie matriceală şi corelarea cu metoda de rezolvare
  - O_2: să utilizeze în mod corect înmulţirea la stânga şi înmulţirea la dreapta a unei ecuaţii cu inversa unei matrice
  - O_3: să aplice calculul inversei unei matrice pentru a rezolva o ecuaţie matriceală
  - O_4: să aplice corect algoritmul de rezolvare a ecuaţiilor matriceale
- **Strategii didactice:**

  Resurse procedurale: conversaţia, algoritmizarea, explicaţia, observaţia, descoperirea dirijată, exerciţiul, problematizarea, demonstraţia

  Resurse materiale: manual de matematică, variante bacalaureat, fişe de lucru, tabla, creta, caiete

UNIUNEA EUROPEANA
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

- **Bibliografie:** M. Ganga – "Matematică- manual pentru clasa a XI-a", Editura Mathpress, Ploieşti, 2006

  M. Ţena, M. Andronache, D. Ştefănescu – "Manual clasa a XI-a", Editura Art, Bucureşti, 2006

  C. Angelescu, N. Baciu şi alţii – "Ghid de pregătire Bacalaureat matematică", Editura Sigma, Bucureşti, 2008

Evenimentele lecţiei	Strategia didactică						
	Conţinuturi/tipuri de activităţi		Resurse			Forma de org	Evaluare
	Activitatea profesorului	Activitatea elevilor	proceduale	materiale	temporale		
Moment organizatoric	Asigurarea ordinei şi liniştii. Notarea absenţelor. Asigurarea condiţiilor optime pentru desfăşurarea lecţiei.	Elevul de serviciu prezintă lista persoanelor care lipsesc. Elevii, după ce şi-au pregătit maculatoarele, aşteaptă în linişte începerea orei.	Conversaţia		2 min		
Captarea atenţiei	Invită elevii să lămurească sensul unui motto scris pe tablă: „Consideră ca nefericită ziua sau ora în care nu ţi-ai îmbogăţit cu nimic cultura" Ian Cominski.	Elevii analizează conţinutul maximei în grupuri. Fiecare grupă printr-un reprezentant încearcă să lămurească în voce sensul motto-ului.	Conversaţia	Cretă, tablă	3 min	Pe grupe, fontală	Observare
Reactualizarea cunoştinţelor anterioare	Se verifică cantitativ, calitativ tema pentru acasă prin sondaj. Se reactualizează noţiunea de inversă a unei matrice	Elevii urmăresc cele prezentate de colegi, răspund la întrebări	Conversaţia euristică, exerciţiul	Cretă, tablă, caiete	9 min	Frontală, colectivă, dirijată de profesor	Analiza răspunsurilor
Prezentarea situaţiei problemă	Scrie pe tablă o ecuaţie matriceală şi cere elevilor să o rezolve (s-au făcut aplicaţii de acest gen la unitatea de învăţare "Matrice", metoda de lucru fiind înlocuirea)	Elevii rezolvă ecuaţia, primul care terminat fiind invitat la tablă.	Exerciţiul, conversaţia euristică, problematizarea	Cretă, tablă, caiete	5 min	Frontală, individuală	

UNIUNEA EUROPEANA
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Anunţarea temei şi a obiectivelor	Anunţă obiectivele lecţiei şi scrie titlul pe tablă	Sunt atenţi, cer anumite lămuriri dacă este cazul Notează titlul lecţiei în caiete	Conversaţia euristică	Cretă, tablă, caiete	3 min	Frontală	
Prezentarea conţinutului şi dirijarea învăţării	Definiţie. Numim ecuaţie matriceală orice ecuaţie în care necunoscuta este o matrice. Propoziţie. Fie $n,m \in N^*, A \in M_n(C), B \in M_m(C)$ două matrice inversabile şi $C \in M_{n,m}(C)$. Atunci fiecare din ecuaţiile matriceale: 1. $A \cdot X = C$ 2. $X \cdot B = C$ 3. $A \cdot X \cdot B = C$ are soluţie unică în $M_{n,m}(C)$. Demonstraţie: 1. Înmulţim la stânga cu A^{-1} şi obţinem soluţia $X = A^{-1} \cdot C$ 2. Înmulţim la dreapta cu B^{-1} şi obţinem soluţia $X = C \cdot B^{-1}$ 3. Înmulţim la stânga cu A^{-1} şi la dreapta cu B^{-1} şi vom obţine soluţia $X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$ Observaţie. Înainte de a înmulţi la stânga sau la dreapta asiguraţi-vă că există acea inversă cu care se face înmulţirea! Împarte fişe de lucru cu exerciţii	Urmăresc prezentarea noţiunilor, fiind coparticipanţi la demonstrarea propoziţiei. Analizează fişele de lucru.	Conversaţia euristică, demonstraţia, explicaţia, descoperirea dirijată, algoritmizarea	Cretă, tablă, caiete, calculator, videoproiector, fişe de lucru	10 min	Frontală, dirijată de profesor	
Obţinerea performanţei. Asigurarea	Urmăreşte activitatea elevilor,dă indicaţii unde este cazul, verifică corectitudinea autoevaluării elevilor	Rezolvă exerciţiile din fişele de lucru şi comunică rezultatele	Conversaţia euristică,	Fişe de lucru, tablă,	15 min	Individuală, frontală	Observa-rea sistema-

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

feedback-ului.	Explică la tablă noţiunile care nu au fost însuşite de către toţi elevii	Îşi notează răspunsurile corecte	explicaţia, exerciţiul, învăţarea prin descoperire, algoritmizarea	cretă			tică a elevilor, apreciera răspunsuri lor primite
Asigurarea retenţiei şi a transferului Tema pentru acasă.	Face aprecieri individuale şi colective asupra activităţii elevilor şi dă câteva recomandări. Stabileşte tema pentru acasă. Oferă indicaţii cu privire la rezolvarea problemelor ce ar putea prezenta dificultăţi.	Elevii îşi notează pe maculatoare tema pentru acasă şi indicaţiile.	Conversaţia, explicaţia	Manual, caiete	3 min	Avtivitate independen-tă	

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

PROIECT DE ACTIVITATE DIDACTICĂ

DATE DE IDENTIFICARE

- **Data:**
- **Clasa:** aXI-a
- **Cadrul didactic:** Munteanu Diana Elena

CONSTRUCTIA

- **Aria curriculară:** Matematică şi ştiinţe
- **Disciplina de învăţământ:** Matematică - algebră
- **Unitatea de învăţare:** Determinanţi
- **Tema:** Aplicaţii ale determinanţilor în geometria analitică
- **Tipul lecţiei:** Lecţie de formare a deprinderilor şi priceperilor
- **Obiective operaţionale:** La sfârşitul lecţiei elevii vor fi capabili:

  O_1 - să determine ecuaţia unei drepte folosind determinanţii de ordinul 2 şi 3

  O_2 - să cunoască şi să aplice condiţia de coliniaritate a trei puncte

  O_3 - să determine aria unui triunghi cu ajutorul determinanţilor

  O_4 - să determine distanţa de la un punct la o dreaptă

  O_5 - să-şi formeze priceperile şi deprinderile necesare de a rezolva probleme folosind aceste noţiuni.

- **Strategii didactice:**

  Resurse procedurale: conversaţia, algoritmizarea, explicaţia, observaţia, exerciţiul, descoperirea

  Resurse materiale: manual de matematică, variante bacalaureat, fişe de lucru, tabla, creta, caiete, videoproiector, computer

- **ibliografie:** M. Ganga – "Matematică- manual pentru clasa a XI-a", Editura Mathpress, Ploieşti, 2006

  M. Ţena, M. Andronache, D. Ştefănescu – "Manual clasa a XI-a", Editura Art, Bucureşti, 2006

  C. Angelescu, N. Baciu şi alţii – "Ghid de pregătire Bacalaureat matematică", Editura Sigma, Bucureşti, 2008

Evenimentele lecţiei	Strategia didactică						
	Conţinuturi/tipuri de activităţi		Resurse			Forma de org	Evaluare
	Activitatea profesorului	Activitatea elevilor	procedurale	materiale	temporale		
Moment organizatoric	Asigurarea ordinei şi liniştii. Notarea absenţelor. Asigurarea condiţiilor optime pentru desfăşurarea lecţiei.	Elevul de serviciu prezintă lista persoanelor care lipsesc. Elevii, după ce şi-au pregătit maculatoarele, aşteaptă în linişte începerea orei	Conversaţia		2 min		

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Anunţarea temei şi a obiectivelor	Anunţă obiectivele lecţiei şi scrie titlul pe tablă	Sunt atenţi, cer anumite lămuriri dacă este cazul Notează titlul lecţiei în caiete	Conversaţia euristică	Cretă, tablă, caiete	3 min	Frontală	
Reactualizarea cunoştinţelor anterioare	Se reactualizează, printr-un material în Power Point, noţiunile: -ecuaţia unei drepte dată sub formă de determinant -coliniaritatea a trei puncte -distanţa de la un punct la o dreaptă -aria unui triunghi	Elevii îşi reamintesc aceste noţiuni printr-o expunere orală, urmând apoi să vadă şi cele prezentate de profesor.	Conversaţia, expunerea	Cretă, tablă, computer, videoproiector	8 min	Frontală, individuală, dirijată de profesor	Observare dirijată, analiza răspunsurilor
Dirijarea învăţării	Împarte fişe de lucru elevilor. Exerciţiile de pe fişe sunt grupate pe stiluri de învăţare. Urmăreşte activitatea elevilor,dă indicaţii unde este cazul	Elevii sunt împărţiţi pe grupe în funcţie de stilul de învăţare al fiecăruia. Analizează fişele de lucru. Rezolvă exerciţiile de pe fişe	Exerciţiul, învăţarea prin descoperire, algoritmizarea, învăţarea prin cooperare	Fişe de lucru	20 min	Individuală, pe grupe	Observarea sistematică a elevilor
Corecţii şi feedback-uri. Obţinerea performanţei	Notează grupa care a fost cea mai rapidă în rezolvare. Explică la tablă noţiunile care nu au fost însuşite de către toţi elevii. Face aprecieri individuale şi colective asupra activităţii elevilor şi dă câteva recomandări. Notează elevii care s-au remarcat la oră.	Câte un elev din fiecare grupă va prezenta la tablă câte un exerciţiu. Elevii notează indicaţiile date de profesor.	Conversaţia euristică, explicaţia,	Cretă, tablă, caiete	15 min	Frontală, individuală	apreciera răspunsurilor primite

UNIUNEA EUROPEANA
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

					Avtivitate indepen-dentă	
				3 min		
				Manual, caiete		
exercitiul, învățarea prin descoperire			Conversatia, explicatia			
			Elevii își notează pe maculatoare tema pentru acasă și indicatiile.			
			Stabilește tema pentru acasă. Oferă indicatii cu privire la rezolvarea temei.			
			Retentie/Tema pentru acasă			

Exemplu

PROIECT DE LECŢIE

Clasa: a VII-a
Aria curriculară: Matematică şi Ştiinţe
Disciplina: Matematică - Geometrie
Subiectul: Asemănarea triunghiurilor
Tipul lecţiei: Lecţie de aplicare în practică a cunoştinţelor
Competenţe generale :

1. Identificarea unor date şi relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite;
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunţuri matematice;
3. Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situaţii concrete;
5. Analiza şi interpretarea caracteristicilor rmatematice ale unei situaţii problemă;
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoştinţelor din diferite domenii.

Competenţe specifice:

1.6. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configuraţii geometrice date;
2.6. Stabilirea relaţiei de asemănare între două triunghiuri;
3.6. Utilizarea noţiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configuraţii geometrice date;
5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelaţie cu proprietăţi calitative şi / sau metrice;
6.6. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice.

Obiective operaţionale:

a) cognitive

OC_1 : să enunţe teorema fundamentală a asemănării;
OC_2 : să enunţe criteriile de asemănare;
OC_3 : să specifice noţiunile matematice pe care le aplică în rezolvarea unei probleme.

b) procedurale

OP_1 : să calculeze lungimile laturilor necunoscute în triunghiuri asemenea;
OP_2 : să aplice teorema fundamentală a asemănării în situaţii practice;
OP_3 : să argumenteze logic în cadrul unui grup, ideile şi metodele matematice, în verificarea şi susţinerea opiniilor;
OP_4: să rezolve probleme aplicând noţiunile discutate.

c) atitudinale

OA_1 : să exprime în limbaj matematic raţionamentul rezolvării problemelor;
OA_2 : să relaţioneze cu colegii şi profesorul, respectând opiniile celorlalţi.

Strategii didactice:

Procedurale: conversaţia, demonstraţia, problematizarea.
Materiale: pantograf, instrumente geometrice, cretă, caiete, manual.
Temporale: 50 min.
Forme de organizare: frontală, pe grupe.
Metode şi tehnici de evaluare: observaţia sistematică.

DESFĂŞURAREA LECŢIEI

Evenimentele lecţiei	Competenţe specifice/Ob. operaţionale	Conţinuturi/tipuri de activităţi		Strategia didactică				Evaluare
		Activitatea profesorului	Activitatea elevului	Resurse procedurale	Resurse materiale	Resurse temporale	Forma de organizare	
1. Moment organizatoric		Salutul şi prezenţa.	Îşi pregătesc caietele şi instrumentele de scris	Conversaţia	Catalogul şcolar	2 min	Frontală	
2. Anunţarea obiectivelor şi a temei		Anunţarea temei lecţiei : Asemănarea triunghiurilor Scopul: Aplicarea teoremelor studiate pentru recunoaşterea triunghiurilor asemenea, rezolvarea unor probleme practice. Se notează titlul lecţiei pe tablă.	Ascultă cu atenţie cele spuse de către profesor. Notează titlul lecţiei în caiete.	Expunerea	Caiete Cretă Instrumente de scris	4 min	Frontală	
3. Reactualizarea cunoştinţelor	2.6/ OC_1 OC_2	Profesorul solicită elevilor: - să enunţe teorema fundamentală a asemănării; - să enunţe criteriile de asemănare.	Răspund cerinţelor profesorului.	Conversaţia		5 min	Frontală	Observaţia sistematică
4. Captarea atenţiei		Se anunţă că se va lucra pe trei grupe eterogene . Fiecare grupă primeşte câte o problemă pe care o vor rezolva împreună, după care reprezentatul grupei o prezintă la tablă.	Ascultă cu atenţie cele spuse de profesor.	Expunerea		3 min		

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

5. Dirijarea învăţării	1.6 3.6 OC_3 OP_1 OP_2 OP_3 OP_4 OA_1 OA_2 5.6 6.6	Elevii se grupează, citesc problema primită după care încep rezolvarea : ***Grupa I :*** Construiţi ΔABC având laturile : AB = 8,13 cm ; BC = 6,24 cm şi AC = 4,65 cm . Cu ajutorul pantografului construiţi ΔEFG asemenea cu ΔABC , ştiind că raportul de asemănare este 3. Determinaţi lungimile laturilor ΔEFG respectiv raportul perimetrelor. ***Grupa II :*** Determinaţi înălţimea unui copac cu ajutorul umbrei , ţinând seama că la un moment dat al zilei însorite razele soarelui formează cu terenul unghiuri congruente . Se cunoaşte umbra copacului (6 m) , înălţimea observatorului – elevului (1m şi 68 cm) respectiv umbra acestuia (0,75 cm). ***Grupa III.*** În ΔABC avem AB = 9 cm , BC = 8 cm şi AC = 6 cm . Fie M mijlocul laturii $[AC]$. Se ia $P \in [AB]$ astfel încât $\angle(ABC) \equiv \angle(AMP)$. Să se calculeze $P_{\Delta AMP}$.	Elevii rezolvă problemele primite.	Problematizarea Demonstraţia	Pantograf Instrumente geom. Fişă de lucru	20 min	Pe grupe	Observaţia sistematică
6. Asigurarea feedback-ului		După rezolvarea problemelor, profesorul solicită un elev din fiecare grupă pentru a	Reprezentantul grupului rezolvă problema la tablă, restul clasei	Conversaţia		15 min	Frontală	Analiza răspunsurilor

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

		prezenta problema clasei .	notează în caiete.	Demon-straţia				Aprecieri verbale
7. Încheierea lecţiei/ aprecieri şi recomandări.		Se dă tema pentru acasă: $\frac{167}{17}$; $\frac{168}{13}$ din manual. Se fac aprecieri şi recomandări .	Elevii notează tema în caiete.	Conver-saţia		1 min		

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Exemplu de p*roiectare a unui opţional-clasa a V-a*

DENUMIREA DISCIPLINEI OPŢIONALE: "APLICAŢII ALE MATEMATICII"
ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ŞI ŞTIINŢE
NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ
CLASA: A V–A
DURATA: 1 AN
TIPUL DE OPŢIONAL: OPŢIONAL LA NIVELUL DISCIPLINEI
NUMELE CADRULUI DIDACTIC: COMĂNICI ELENA

ARGUMENT

Opţionalul răspunde nevoilor de dezvoltare a personalităţii elevilor prin formarea de capacităţi, competenţe şi atitudini bazate pe gândirea critică, logică, divergentă şi creativă.

În alegerea opţionalului au fost implicaţi şi părinţii, iar conţinuturile învăţării au fost stabilite în funcţie de aptitudinile şi interesele elevilor.

Strategia didactică are ca dominantă lucrul în echipă care favorizează comunicarea şi asumarea de către elevi a diverselor roluri în cadrul unui grup.

Abordarea opţionalului ca activitate de rezolvare a unor contexte problematice variate asigură alternative în învăţare şi evaluare, ducând la o destindere sănătoasă în urma unor lecţii dificile sau pot face obiectul unui studiu individual pentru elevii dotaţi.

Opţionalul îi pregăteşte pe elevi pentru rezolvarea unor situaţii problematice din viaţa cotidiană prin cultivarea perseverenţei, încrederii în sine, voinţei de a duce la bun sfârşit un lucru început.

COMPETENŢE GENERALE

1. Identificarea unor date şi relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite.
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunţuri matematice.
3. Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situaţii concrete.
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situaţii concrete şi a algoritmilor de prelucrare a acestora.
5. Analiza şi interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii-problemă.
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoştinţelor din diferite domenii.

VALORI ŞI ATITUDINI

-Dezvoltarea unei gândiri deschise şi creative; dezvoltarea iniţiativei, independenţei în gândire şi în acţiune pentru a avea disponibilitatea de a aborda sarcini variate.
-Manifestarea tenacităţii, perseverenţei, capacităţii de concentrare şi a atenţiei distributive.

-Dezvoltarea spiritului de observaţie.
-Dezvoltarea simţului estetic şi critic, a capacităţii de a aprecia rigoarea, ordinea şi eleganţa în rezolvarea unei probleme sau a construirii unei teorii.
-Formarea obisnuinţei de a recurge la concepte şi metode matematice în abordarea unor situaţii cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice.
-Formarea motivaţiei pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viaţa socială şi profesională.

COMPETENŢE SPECIFICE

Unitatea de învăţare	*Competenţe specifice*
1. Numere naturale	1. Identificarea caracteristicilor numerelor naturale şi a formei de scriere a unui număr natural în contexte variate 2. Utilizarea operaţiilor aritmetice şi a proprietăţilor acestora în calcule cu numere naturale 3. Selectarea şi utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitatea cu 10, 2 şi 5 4. Exprimarea, în rezolvarea sau compunerea unor probleme, a soluţiilor unor ecuaţii de tipul: $x \pm a = b$; $a \pm x = b$; $x \cdot a = b$ ($a \neq 0$, a divizor al lui b); $x : a = b$ $(a \neq 0)$; $a : x = b$ $(x \neq 0, b$ divizor al lui $a)$ şi a unor inecuaţii de tipul: $x \pm a \leq b$ $(\geq, >, <)$; $x \cdot a \leq b (\geq, >, <)$, unde a este divizor al lui b ; $x : a \leq b (\geq, >, <)$, cu $a \neq 0$, unde a şi b sunt numere naturale 5. Deducerea unor proprietăţi ale operaţiilor cu numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule 6. Transpunerea unei situaţii-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obţinute (utilizând ecuaţii, inecuaţii, organizarea datelor) şi interpretarea rezultatului
2. Mulţimi	1. Identificarea în limbajul cotidian sau în enunţuri matematice a unor noţiuni specifice teoriei mulţimilor 2. Evidenţierea, prin exemple, a relaţiilor de apartenenţă sau de incluziune 3. Selectarea şi utilizarea unor modalităţi adecvate de reprezentare a mulţimilor şi a operaţiilor cu mulţimi 4. Exprimarea în limbaj matematic a unor situaţii concrete ce se pot descrie utilizând mulţimile 5. Interpretarea unor contexte uzuale şi/ sau matematice utilizând limbajul mulţimilor 6. Transpunerea unei situaţii-problemă în limbaj matematic utilizând mulţimi, relaţii şi operaţii cu mulţimi
3. Numere raţionale	1. Identificarea în limbajul cotidian sau în probleme a fracţiilor ordinare şi a fracţiilor zecimale

	2. Reprezentarea pe axa numerelor a fracţiilor ordinare şi a fracţiilor zecimale 3. Alegerea formei de reprezentare a unui număr raţional pozitiv şi utilizarea de algoritmi pentru optimizarea calculului cu fracţii zecimale 4. Exprimarea, în rezolvarea sau compunerea unor probleme, a soluţiilor unor ecuaţii de tipul: $x \pm a = b$; $a \pm x = b$; $x \cdot a = b\ (a \neq 0)$; $x : a = b\ (a \neq 0)$, $a : x = b\ (x \neq 0)$ şi inecuaţii de tipul: $x \pm a \leq b\ (\geq, >, <)$; $x \cdot a \leq b (\geq, >, <)$; $x : a \leq b (\geq, >, <)$, cu $a \neq 0$, unde a şi b sunt numere naturale sau fracţii zecimale finite 5. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea operaţiilor cu fracţii zecimale şi a ordinii efectuării operaţiilor

CONŢINUTURILE ÎNVĂŢĂRII

1. Numărare şi ordonare. Calcul de sume.
2. Ecuaţii şi inecuaţii.
3. Reguli de calcul cu puteri.
4. Ultima cifră a unei puteri.
5. Pătrate perfecte. Cuburi.
6. Baze de numeraţie.
7. Divizibilitate. Proprietăţi.
8. Criterii de divizibilitate cu 3, 4, 9, 25.
9. Numere prime între ele. Teoreme de divizibilitate.
10. Probleme deosebite cu multipli şi divizori comuni.
11. Produs cartezian. Determinarea mulţimilor.
12. Localizarea în plan a punctelor cu coordonate numere naturale.
13. Fracţii ireductibile.
14. Periodicitate.
15. Aproximări.

PLANIFICAREA ANUALĂ LA DISCIPLINA "APLICAŢII ALE MATEMATICII"

Nr. crt.	Conţinuturi	Semestrul		Total ore
		I	II	
1.	Numărare şi ordonare. Calcul de sume.	3	-	3
2.	Ecuaţii şi inecuaţii	1	-	1
3.	Reguli de calcul cu puteri	4	-	4
4.	Ultima cifră a unei puteri	1	-	1
5.	Pătrate perfecte. Cuburi	2	-	2
6.	Baze de numeraţie	2	-	2
7.	Divizibilitate. Proprietăţi	3	-	3
8.	Criterii de divizibilitate cu 3, 4, 9, 25. Aplicaţii	2	2	4

9.	Numere prime între ele. Teoreme de divizibilitate	-	2	2
10.	Probleme deosebite cu multiplii şi divizori comuni	-	3	3
11.	Produs cartezian. Determinarea mulţimilor.	-	3	3
12.	Localizarea în plan a punctelor cu coordonate nr. naturale	-	2	2
13.	Fracţii ireductibile	-	2	2
14.	Periodicitate	-	2	2
15.	Aproximări	-	2	2
	Total ore	18	18	36

MODALITĂŢI DE EVALUARE

-probleme orale, scrise;
-autoevaluare;
-observarea sistematică a elevilor;
-portofoliu.

BIBLIOGRAFIE

1. Programa şcolară extinsă.

2. Manual şcolar, editura "Radical".

3. www.didactic.ro.

Proiectează o disciplină opţională, pe durata unui an, la matematică, pentru clasa a VI-a. ***R:*** Revezi paragraful 6.4.5.

SĂ NE REAMINTIM...

- ***Proiectul de lecţie*** trebuie să conţină:

-date de identificare: data, clasa, şcoala, profesorul, disciplina (matematică);

-datele pedagogice ale lecţiei: subiectul lecţiei, tipul lecţiei (dobândire de noi cunoştinţe, formare de priceperi şi deprinderi, recapitulare şi sistematizare, evaluare), obiectivele de referinţă/competenţele specifice, obiectivele operaţionale, strategii didactice folosite, bibliografia;

-desfăşurarea lecţiei care conţine: eşalonarea în timp a situaţiilor de învăţare (etapele lecţiei), obiectivele operaţionale urmărite, conţinuturile, strategiile didactice şi modalităţile de evaluare pentru fiecare etapă în parte.

6.5. Rezumat

În această unitate de învăţare se prezintă metodologia proiectării didactice la matematică în învăţământul preuniversitar. Este definit conceptul de „proiectare pedagogică". Se analizează manualele alternative la matematică şi se prezintă un

studiu comparativ al manualelor de matematică pentru clasa a IX-a. Se descriu şi se exemplifică produsele proiectării didactice la nivel micro: planificarea calendaristică, proiectarea unităţilor de învăţare şi proiectul de lecţie. Se exemplifică şi activitatea de proiectare a unui opţional pe durata unui an, la clasa a V-a şi a unei activităţi de învăţare, la clasa a IX-a.

6.6. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Realizează un proiect, la alegere, al unei unităţi de învăţare din matematica clasei a VI-a.

6.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 6.4.4.

Temă de control 2

1. Realizează un proiect de lecţie -la alegere, dintr-o unitate de învăţare -la alegere, din matematica clasei a VI-a.

2. Realizează o prezentare comparativă a trei manuale în vigoare pentru clasa a VIII-a.

3. Constuieşte o probă de evaluare finală pentru o unitate de învăţare la alegere dim matematica clasei a VIII-a. Aceasta să conţină: 2 itemi obiectivi de tip pereche, 1 item obiectiv cu alegere dual, 1 item obiectiv cu alegere multiplă, 2 itemi semiobiectivi cu răspuns scurt şi 2 itemi cu răspuns deschis tip rezolvare de probleme.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:..... 10 puncte;

1. - Stabilirea corectă şi corelarea tipului de lecţie cu obiectivele şi strategiile didactice de învăţare şi evaluare:.....10 puncte;

- Reflectarea, în desfăşurarea lecţiei a etapelor unei lecţii de matematică de tipul precizat:..... 25 puncte;

- Alegerea adecvată a instrumentelor de evaluare:.....5 puncte;

2. - Prezentarea comparativă a trei manuale în vigoare pentru clasa a VIII-a..... 20 puncte;

3.-Formularea corectă a itemilor, corespunzător cerinţelor:.....12 puncte;

- Alegerea corectă a conţinuturilor în raport cu competenţele specifice de evaluat :.....8 puncte;

-Realizarea grilei de punctaj.....10 puncte.

Unitatea de învăţare 7. Abordarea interdisciplinară a lecţiilor de matematică în învăţământul preuniversitar

Cuprins

7.1. Introducere 266
7.2. Competenţe 266
7.3. Precizări conceptuale 267
7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învăţământul preuniversitar 269
7.5. Probleme de matematică al căror conţinut vizează cunoştinţe ale altor discipline 280
7.6. Discipline opţionale intercurriculare 282
7.7. Utilizarea interdisciplinarităţii la matematică – premisă a cultivării creativităţii elevilor 292
7.8. Rezumat 293
7.9. Test de autoevaluare 294
7.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 294

7.1. Introducere

Promovarea interdisciplinarităţii constituie una dintre trăsăturile definitorii ale progresului ştiinţei contemporane şi se impune şi în învăţământul preuniversitar pentru realizarea sarcinilor ce-i revin în pregătirea elevilor. Prin realizarea unei conexiuni între diversele domenii, activităţi, învăţarea are eficienţă sporită, creşte capacitatea de aplicare a cunoştinţelor.

Promovarea interdisciplinarităţii în sistemul educaţional stimulează dezvoltarea creativităţii. Realizând o abordare interdisciplinară a conţinuturilor matematice se pot înregistra progrese în nivelul de pregătire al elevilor. Abordarea interdisciplinară favorizează aplicarea în practică a cunoştinţelor şi sistematizarea acestora.

Analiza programelor şcolare în învăţământul preuniversitar reliefează un număr mare de competenţe specifice şi activităţi de învăţare ce permit abordarea interdisciplinară, dar cele mai interesante conexiuni se realizează la nivelul conţinuturilor. Pentru realizarea unui învăţământ formativ, predarea-învăţarea interdisciplinară este o condiţie de bază.

Această unitate de învăţare are ca scop prezentarea noţiunilor teoretice cu exemplificări, referitoare la abordarea interdisciplinară a lecţiilor de matematică ale elevilor din învăţământul preuniversitar.

7.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
- să definească termenii de: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate şi integrare;
- să exemplifice abordări interdisciplinare la matematică în învăţământul preuniversitar;
- să exemplifice probleme din matematica de gimnaziu sau de liceu al căror conţinut să vizeze cunoştinţe ale altor discipline;
- să proiecteze discipline opţionale intercurriculare;
- să explice în ce mod utilizarea interdisciplinarităţii la matematică constituie o premisă a cultivării creativităţii elevilor.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 3 ore.

7.3. Precizări conceptuale

Selecţia şi organizarea conţinuturilor curriculare presupune o reflectare ,,în mic" a organizării cunoaşterii realităţii pe domenii distincte, dar şi pe grupe de norme integrate, corelate şi întrepătrunse la nivel de graniţă. În acest fel, conţinuturile sunt organizate în curriculum sub forma disciplinelor şcolare pentru domenii de-sine-stătătoare, pluridisciplinare, interdisciplinare sau pe probleme integrate şi de sinteză pe teme generale (E. Joiţa, 2003, p. 176).

Interdisciplinaritatea se defineşte prin interacţiunea existenta între două sau mai multe discipline, care poate să meargă de la simpla comunicare de idei până la integrarea conceptelor fundamentale privind epistemologia, terminologia, metodologia, procedeele, datele şi orientarea cercetării.(Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ştefănescu, C., Tomşa, R., Tomşa, G., 2005, p.118)

Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problematică a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergenţă şi o combinare prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucoş, C., 1996, p.77)

Interdisciplinaritatea reprezintă o modalitate de organizare a conţinuturilor învăţării, cu implicaţii asupra întregii strategii de proiectare a curriculumului, care conferă o imagine unitară asupra fenomenelor şi proceselor studiate în cadrul diferitelor discipline de învăţământ şi care facilitează contextualitatea şi aplicarea cunoştinţelor dobândite.(Pălăşan,T.,Daniel,O.,Huţan, E.,2003)

În interdisciplinaritatea la nivelul activităţilor de predare-învăţare sunt căutate teme comune pentru diferite obiecte de studiu, care pot duce la realizarea obiectivelor de învăţare de ordin înalt.

Reforma învăţământului românesc vizează transformări pe verticală, prin asigurarea continuităţii între treptele de învăţământ şi pe orizontală, prin abordarea conţinuturilor dintr-o perspectivă intradisciplinară, interdisciplinară şi transdisciplinară.

Integrarea conţinuturilor presupune stabilirea unor relaţii strânse, convergente între următoarele elemente: concepte, abilităţi, valori aparţinând disciplinelor şcolare distincte (De Landsheere, 1992).

A preda interdisciplinar înseamnă a aborda conţinuturile complexe având ca scop formarea unei imagini unitare asupra unei anumite problematici. Reprezintă o modalitate de organizare a conţinuturilor învăţării, cu implicaţii asupra întregii strategii de proiectare a curriculumului.

Activităţile interdisciplinare oferă o imagine unitară asupra fenomenelor şi proceselor studiate în cadrul diferitelor discipline de învăţământ şi facilitează contextualizarea şi aplicarea cunoştinţelor dobândite.

Predarea interdisciplinară contribuie la dezvoltarea intelectuală, emoţională, socială, fizică şi estetică a copilului, cultivă încrederea în forţele proprii şi stimulează.

Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problematică a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergenţă şi o combinare prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucoş, C., 2002, p.77-79)

Abordarea interdisciplinară porneşte de la ideea că nici o disciplină de învăţământ nu reprezintă un domeniu închis, ci se pot stabili legături între discipline. Dacă elevul reuşeşete să coreleze interdisciplinar informaţiile dobândite la lecţii, atunci se poate spune că activitatea a avut succes.

Predarea interdisciplinară a matematicii stimulează empatia, spiriul de competiţie, cultivă capacitatea de a rezolva situaţii problematice, determină utilizarea cunoştinţelor în noi contexte,

determină valorificarea aptitudinilor intelectuale ale elevului. Numai în felul acesta ei dobândesc o privire de ansamblu asupra vieţii.

Dacă profesorul are o temeinică cultură generală, cunoaşte bine metodologia obiectului, dar şi a celorlalte obiecte din aria curriculară, dacă elevii sunt conştienţi de existenţa interdisciplinarităţii, dacă se realizează programe care să includă teme cu caracter interdisciplinar, atunci sunt îndeplinite premisele pentru realizarea unei bune interdisciplinarităţi.

Organizarea interdisciplinară a curriculumului constă în selectarea unui domeniu din mediul natural şi social şi gruparea cunoştinţelor derivate din diferite discipline ştiinţifice în funcţie de relevanţa lor pentru cunoaşterea integrală şi acţiunea umană asupra domeniului respectiv.(Manolescu, M. 2004, p.120)

Perspectiva de organizare interdisciplinară a conţinuturilor nu implică însă abandonarea noţiunii de disciplină. Dimpotrivă, disciplinele de învăţământ, cu metodele şi epistemologia lor proprie sunt considerate drept necesare atât pentru o formare intelectuală sistematică, cât şi pentru o bună înţelegere a lumii.(Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ştefănescu, C., Tomşa, R., Tomşa, G., 2005, p.118)

Abordarea interdisciplinară porneşte de la ideea că nici o disciplină de învăţământ nu constituie un domeniu închis, ci se pot stabili legături între discipline în vederea obţinerii succesului şcolar. Acest model de organizare a curriculumului, asemenea celorlalte modalităţi de integrare a conţinuturilor, prezintă atât avantaje, cât şi dezavantaje. În primul rând, conceptele şi organizarea conţinutului din această perspectivă favorizează transferul de cunoştinţe şi rezolvarea de probleme noi, iar pe de altă parte, ele permit o vedere mai generală şi o de compartimentare a cunoaşterii umane.

În practica şcolară, se regăsesc ***demersuri interdisciplinare*** la nivelul corelaţiilor minimale, sugerate chiar de planul de învăţământ, de programele şcolare ale disciplinelor sau ariilor curriculare.(Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ştefănescu, C., Tomşa, R., Tomşa, G., 2005, p.118-119).

Abordarea integrată se realizează din următoarele perspective:

- interdisciplinară – prezintă două accepţiuni

1. ***perspectiva epistemologică*** - conţinutul a două sau mai multe discipline de studiu se intersectează pe suprafeţe de cunoaştere şi de interes comun.

2. ***perspectiva pragmatică*** **–** presupune valorificarea unor soluţii date de diverse domenii de cunoaştere pentru luarea unor decizii sau proiectarea unor acţiuni.

- multidisciplinară – reprezintă o formă mai puţin elaborată a transferurilor disciplinare. Implică rezolvarea unor teme curriculare unice din perspectiva mai multor domenii de cunoaştere. Abordarea multidisciplinară este ilustrată cel mai bine de metoda proiectelor.

- transdisciplinară – reprezintă o abordare globală deplină a cunoaşterii. Întreg programul de învăţare este organizat pe teme. O temă centrală asigură parcurgerea secvenţială a programei şi integrarea cunoştinţelor în jurul acesteia. Organizarea conţinuturilor este axată pe demersurile celui care învaţă (a comunica, a reacţiona la stimuli exteriori, a se adapta, a lua decizii).

Conţinuturile informaţionale sunt valorificate ca surse de creare a experienţelor de învăţare şi formare care să răspundă nevoilor şi intereselor cognitive ale copiilor şi nu ca scop în sine.

Transdisciplinaritatea fundamentează învăţarea pe realitate, favorizează transferul cunoştinţelor în contexte diferite. (Sinov, E., 2004, p. 263-264)

Caracterizează predarea interdisciplinară.

R: Revezi paragraful 7.3.

Să ne reamintim...

- Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între dicipline diferite cu privire la o problematică a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergenţă şi o combinare prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucoş, C., 1996, p.77)
- Coordonatele prin care se realizează interdisciplinaritatea sunt legate între ele :
  -intra-sistemic, adică prin integrarea sau reluarea pe plan superior a cunoştinţelor de aceeaşi natură, dar însuşite în funcţie de particularităţile de vârstă ale elevilor;
  -inter-sistemic, atunci când se realizează sinteze de cunoştinţe din domenii diferite ale cunoaşterii.
- Integrarea se realizează prin alipirea, într-un scenariu bine închegat, a unor conţinuturi de învăţare – evaluare, aparţinând unor domenii diferite, care au un subiect comun şi care urmează a fi descoperit în urma parcurgerii acestora şi a atingerii obiectivelor propuse.

7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învăţământul preuniversitar.*(Vălcan,D.,T.,2012)*

Matematica nu există izolată faţă de celelalte ştiinţe, deşi ea nu este o ştiinţă a experimentului, rezultatele ei apar pe cale deductivă.

Neglijarea aspectului practic al matematicii în predarea acestei discipline şcolare are consecinţe dintre cele mai grave în plan teoretic şi practic. Prezentarea matematicii ca un efort intelectual fără finalitate practică, pentru învăţarea căreia elevul trebuie să memoreze (mecanic) definiţii, proprietăţi, teoreme şi reguli de deducţie, nu este accesibilă, atractivă, nu poate stârni interes şi pasiune din partea elevilor. Concepţia care consideră aplicabilitatea matematicii în domeniile practicii ca fiind însăşi raţiunea de a fi a acestei discipline, permite o bună înţelegere chiar şi a laturii sale intrinseci. Dacă avem în vedere în permanenţă aplicabilitatea matematicii în ştiinţele naturii, în tehnică, se câştigă o viziune mai cuprinzătoare asupra conceptelor matematice prezentate la clasă, ceea ce permite o înţelegere multilaterală, şi deci mai profundă a lor. Introducerea de noi categorii de numere, de exemplu, trebuie înţeleasă de profesori şi elevi ca fiind impusă nu de faptul de a putea face ca o scădere imposibilă să aibe loc (o astfel de prezentare nu poate provoca decât nedumerire în mintea elevilor), ci de faptul că pentru tratarea matematică a unor situaţii practice mai complexe nu este suficientă folosirea numerelor pozitive.

Conţinutul noţional matematic are foarte multe aplicaţii, în şcoală, la fizică, chimie, biologie şi / sau geografie. Iată câteva dintre acestea:

I. la ***fizică*:**
-trasarea graficului mişcării;
-reprezentarea grafică a legilor deformării elastice;
-compunerea şi / sau descompunerea forţelor;
-mişcarea pe planul inclinat;
-formarea imaginii în oglinzi şi lentile. Reflexia şi refracţia;
-studiul vitezei şi acceleraţiei unui mobil;
-lucrul mecanic;
-dezintegrarea substanţelor radioactive;
-absorbţia razelor X;
-descărcarea unui condensator într-o rezistenţă;

-presiunea atmosferică funcţie de altitidine;
-legea răcirii a lui Newton;
-funcţii termodinamice relative la gaze perfecte (cea mai importantă fiind entropia).

II. la ***chimie*****:**
-calcule chimice pe baza formulelor chimice şi a ecuaţiilor reacţiilor chimice**:**
-calcule chimice pe baza formulelor chimice;
-calcule pe baza ecuaţiilor reacţiilor chimice;
-calcule pe baza concentraţiei procentuale a soluţiilor**;**
-legea acţiunii de mase pentru o reacţie de echilibru între gaze perfecte**;**
-studiul electroliţilor**;**
-viteza unei reacţii.

III. la ***biologie*** cel mai elocvent exemplu este următorul:
-logaritmul apare în studiul selecţiei naturale în lumea speciilor biologice. Să presupunem că avem două tipuri de specii competitive A şi B şi să notăm u_n raportul dintre numărul de exemplare de tip A şi numărul de exemplare de tip B, după n generaţii. Se constată că, în anumite condiţii, există o constantă k, astfel încât $kn=\ln(u_n/u_0)$.
Constanta k se numeşte coeficient de preselecţie.

IV. la ***geografie*****,** cunoştinţele matematice predate în şcoală au numeroase aplicaţii, în special la diferite calcule, cum ar fi:
-calculul distanţelor**;**
-calculul temperaturii**;**
-calculul masei corpurilor**;**
-calculul timpului**;**
-calculul vitezei**;**
-calculul debitelor**;**
-calculul energiei**;**
-calculul indicatorilor populaţiei**;**
-alte calcule.

Din exemplele prezentate mai sus, dar şi din altele se poate constata că însuşirea noţiunilor fundamentale la aceste discipline presupune stăpânirea unui vast aparat matematic ajutător, format din cunoştinţe matematice din toate ramurile acesteia:
-simple calcule aritmetice**;**
-rapoarte şi proporţii**;**
-proporţii derivate**;**
-regula de trei-simplă**;**
-regula de trei compusă**;**
-ecuaţii**;**
-sisteme de ecuaţii**;**
-matrici**;**
-asemănarea triunghiurilor**;**
-proprietăţi fundamentale ale figurilor şi corpurilor geometrice**;**
-elemente de trigonometrie**;**
-funcţii**;**
-trasarea grafică a funcţiilor**;**
-logaritmi**;**
-elemente de combinatorică**;**

-calcul diferenţial şi integral.

La ora actuală nu se poate spune că informatica este o ramură a matematicii. Ca şi în cazul altor ştiinţe, cu toate că are un contact puternic cu matematica, informatica constituie un domeniu cu un specific propriu. Totuşi este foarte interesant de prezentat modul cum s-a ajuns la primul calculator electronic. În primul rând trebuie să precizat faptul că matematicieni celebri, preocupaţi de efectuarea unor calcule complexe, mai ales în alte ştiinţe ale naturii (fizică, astronomie, economie) sau chiar în scopuri militare, au ajuns să-şi pună problema realizării unor dispozitive (maşini) capabile să efectueze în mod conştient diverse calcule. Dintre aceştia amintim pe:

1. ***John Napier*** - inventatorul logaritmilor, a realizat în 1617 un dispozitiv numit ***„zarurile lui Napier"***, dispozitiv care a condus la apariţia riglei de calcul;
2. ***Blaise Pascal,*** în 1650, a terminat de construit o maşină destinată să efectueze operaţii de adunare şi scădere;
3. ***Gottfrield von Leibniz*** a conceput în 1671 o maşină capabilă să efectueze înmulţiri;
4. ***Charles Babbage*** - profesor de Matematică la Universitatea din Cambrige, a lucrat la crearea unor tabele de calcul utilizate în Astronomie (aprox. în 1820);
5. ***Alan Turing*** – matematician englez publică în 1936 o lucrare în care introduce conceptul de maşină universală, care este un concept matematic abstract, introdus cu scopul precizării noţiunii de algoritm;
6. ***John von Neumann***, între 1940 - 1944 a publicat prima descriere a structurii moderne a calculatoarelor digitale;
7. ***John Atanasoff,*** profesor la Universitatea Statului Iowa a proiectat, în 1940, un calculator bazat pe algebra booleană.

   Dintre români amintim:
8. ***Grigore Moisil,*** care între 1950 - 1954 este în fruntea echipei de matematicieni şi ingineri care construieşte primul calculator românesc;
9. ***Tiberiu Popoviciu*** - profesor la Universitatea „*Victor Babeş*", înfiinţează la Cluj, în 1957, Institutul de Calcul al Academiei Române.

Aşadar, informatica, ca ştiinţă, a fost „inventată" de matematicieni. Este firesc atunci ca la baza conceptelor fundamentale de informatică, inclusiv la modul de alcătuire a programelor, să stea noţiuni şi operaţii matematice. Cu toate schimbările produse în dezvoltarea informaticii şi anume:

-trecerea la limbaje de programare de nivel înalt,
-apariţia instrumentelor şi a mediilor de dezvoltare software,
-apariţia reţelelor de calculatoare şi a informaticii distribuite,

programul informatic a avut întotdeauna la bază proceduri algoritmice dezvoltate, în special, de matematică. În acest sens se precizează că, în alcătuirea programelor, sunt deseori folosite următoarele cunoştinţe matematice:

-număr (întreg, real, complex),
-ecuaţie,
-şir,
-funcţie,
-matrice,
-determinant,
-sistem de ecuaţii,
-vector.

Predarea acestor noţiuni (şi ale altora) la orele de matematică, prin prezentarea aspectelor lor aplicative de informatică, conduce la o bună înţelegere a acestora, dar şi a modurilor de alcătuire a programelor ce pot fi rulate pe calculator. Prezentarea noţiunilor matematice din perspectiva aplicabilităţii lor în informatică, este absolut necesară deoarece i***nformatica este liantul, puntea de legătură între matematică şi orice altă disciplină care a ajuns la o oarecare maturitate care să-i***

confere stilului de lucru metode algoritmizate, care apoi, folosind modelări matematice, să poată fi transpuse într-un limbaj de programare şi care rulate pe calculator, să conducă la obţinerea de rezultate, rezultate care altfel ar fi, poate, mai greu de obţinut.

Matematica se regăseşte şi în cuprinsul altor arii curriculare, cum ar fi tehnologiile dar şi artele. Este important pentru elevi să înţeleagă importanţa matematicii din spatele tehnicii pe care o folosesc zilnic pentru a învăţa să aprecieze necesitatea acestei discipline.

De asemenea, matematica poate fi folosită în cadrul ariei curriculare arte pentru a demonstra că proporţiile operelor de artă nu sunt întâmplătoare, că frumuseţea înseamnă număr, că există acea regulă a rapoartelor simple care încântă fiinţa umană indiferent că lucrarea aparţine muzicii sau picturii, sculpturii.

Matematica este deci nu doar regina ştiinţelor ci şi cea a artelor.

Exemplu ***de lecţie abordată interdisciplinar-clasa a VII-a: Aplicaţii alematematicii*** *(Orban, A., 2012)*

Între matematică şi fizică există o relaţie remarcabilă, ştiind că fizica furnizează concepte şi relaţii, iar matematica oferă un limbaj optim de exprimare a acestora. În matematică
rolul cel mai important îl joacă rigurozitatea deducţiilor, iar fizica are sarcina de a schiţa un tablou
exact al lumii, folosind pentru aceasta deducţiile bazate pe intuiţie, care urmează să fie verificate
experimental.

Competenţe specifice :

- Realizarea transferului cunoştinţelor dobândite prin studiul fizicii în domeniul general al
  ştiinţelor şi tehnicii.
- Stabilirea unei conexiuni între domeniile fizicii şi celelalte discipline de studiu.
- Conştientizarea existenţei interdisciplinarităţii.

Scopul lecţiei : Recunoaşterea şi aplicarea noţiunilor geometrice (funcţii trigonometrice, asemănarea triunghiurilor) la rezolvarea unor probleme de fizică.

Desfăşurarea lecţiei :

1) Prima problemă este studierea planului înclinat, punând accent pe descompunerea forţelor, cunoscând funcţiile trigonometrice. Se vor neglija frecările dintre corp şi planul înclinat, astfel asupra corpului acţionează: forţa de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$ şi reacţiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat.

Forţa de greutate se descompune după două direcţii : una paralelă cu planul înclinat şi alta perpendiculară pe el (fig.7.1). Reacţiunea normală N a planului înclinat asupra corpului este egală cu componenta $mg\cos\alpha$ a greutăţii, cu care corpul apasă asupra planului înclinat. Corpul nu apasă asupra planului înclinat cu toată greutatea sa mg, ci numai cu componenta normală $mg\cos\alpha$, cealaltă componentă $mg\sin\alpha$ fiind paralelă cu planul înclinat, care imprimă corpului o acceleraţie

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg\sin\alpha}{m} = g\sin\alpha .$$

Problema 1.: Cu ce forţă orizontală trebuie apăsat un corp de greutate $G = 10N$ aşezat pe un plan înclinat fără frecări de unghi $\alpha = 60^0$, pentru ca acest corp să nu alunece ?

Rezolvare : Se desenează planul înclinat, iar pentru o înţelegere mai bună separat se reprezintă forţele care acţionează asupra corpului.

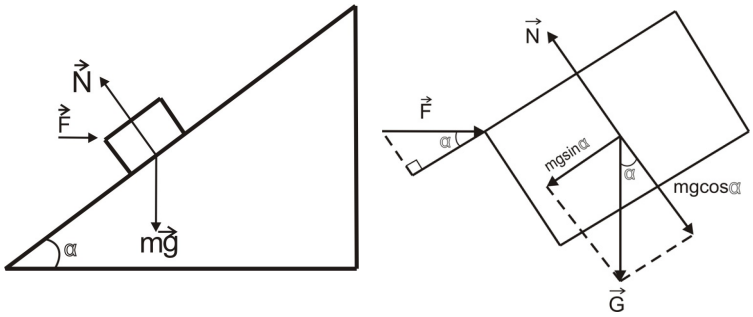


Fig.7.1

În triunghiul forţelor se obţine: $\cos\alpha = \dfrac{mg\sin\alpha}{F} \Rightarrow F = \dfrac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mgtg\alpha$

Deci forţa orizontală cu care trebuie apăsat corpul ca să nu alunece are valoarea : $F = 10\sqrt{3} = 17{,}3N$.

2) A doua problemă este studierea pârghiei, punând accent pe asemănarea triunghiurilor.

Pârghia este un corp rigid, de obicei sub formă de bară care se poate roti în jurul unui punct fix, numit punct de sprijin. Asupra dispozitivului acţionează o forţă $\vec{F}$ numită forţă activă care pune în mişcare pârghia şi cu care se urmăreşte deplasarea altei forţe $\vec{R}$, numită forţa rezistentă, care trebuie învinsă.

Problema 2. : Braţele unei pârghii au lungimile egale cu 30 cm, respectiv 50 cm. Forţele aplicate la braţul mai scurt forţa rezistentă, iar la cel mai lung forţa activă, au modulele egale cu 100 N, respectiv 65 N (sunt paralele şi au acelaşi sens). (fig.7.2) Să se calculeze randamentul pârghiei.

Rezolvare :

R = 100 N
F = 65 N
OB = 30 cm
OA = 50 cm

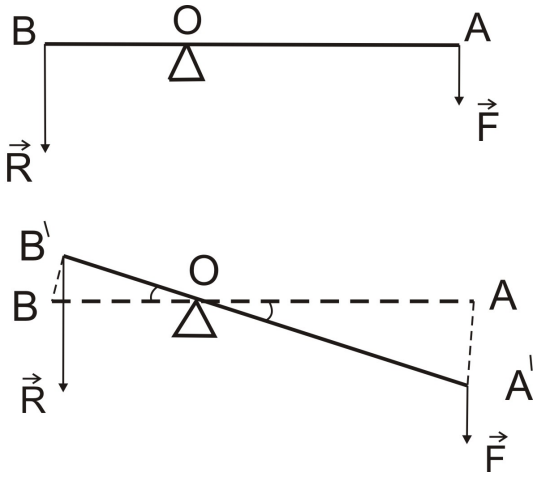


Fig.7.2

Datorită forţei active, pârghia se deplasează din poziţia iniţială obţinându-se două

triunghiuri asemenea.(fig.7.2): $\Delta OAA' \sim \Delta OBB' \Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{BB'}{AA'} \Rightarrow \frac{b_R}{b_F} = \frac{d_R}{d_F}$

$OB = b_R = 0{,}3m$, $OA = b_F = 0{,}5m$, $BB' = d_R$ - deplasarea forţei rezistive , $AA' = d_F$ - deplasarea forţei active.

Randamentul pârghiei este : $\eta = \frac{L_u(util)}{L_c(consumat)} = \frac{L_R}{L_F}$

Astfel se obţine :

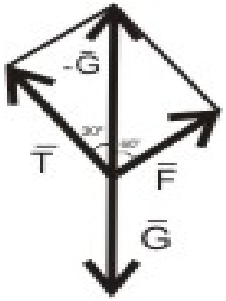
$$\eta = \frac{R \cdot BB'}{F \cdot AA'} = \frac{R}{F} \cdot \frac{d_R}{d_F} = \frac{R}{F} \cdot \frac{b_R}{b_F} \Rightarrow \eta = \frac{100}{65} \cdot \frac{0{,}3}{0{,}5} = \frac{300}{325} = 0{,}92 = 92\,\%$$

Randamentul este adimensional şi subunitar

Problema 3.: Un corp cu greutatea de 200 N este suspendat cu ajutorul unei bare solide articulată la un capăt, de masă neglijabilă, şi cu ajutorul unui fir.(fig.7.3)

Să se determine mărimea tensiunii în fir şi mărimea forţei de compresiune a barei.

Rezolvare :



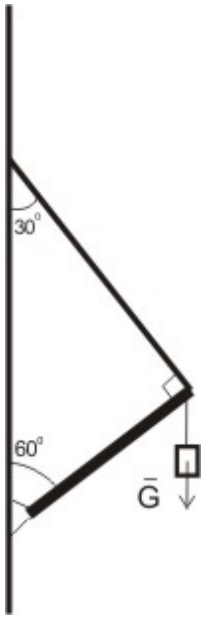


Fig.7.3

Pentru o înţelegere mai bună se figurează forţele care acţionează :

$\vec{G}$ - greutatea corpului

$\vec{T}$ - tensiunea în fir

$\vec{F}$ - forţa de compresiune a barei

Sistemul se află în echilibru dacă şi numai dacă $\vec{T} + \vec{F} = -\vec{G}$, adică vectorul $-\vec{G}$ a fost descompus după vectorii $\vec{T}$ şi $\vec{F}$.

Rezultă $\left\|\vec{T}\right\| = \left\|\vec{G}\right\| \cos 30^0 = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$ N

$$\left\|\vec{F}\right\| = \left\|\vec{G}\right\| \cos 60^0 = 200 \cdot \frac{1}{2} = 100 \quad \text{N.}$$

Exemple ***de lecţie abordată interdisciplinar-clasa a VI-a: Procente: definiţie, aflarea raportului procentual, aplicaţii în diferite domenii***

PROIECT D E LECŢIE

Clasa : a VI-a

Disciplina: Matematică-algebră

Titlul lecţiei: Procente: definiţie, aflarea raportului procentual, aplicaţii în diferite domenii

Tipul lecţiei: lecţie pentru dobândirea de noi cunoştinte

Competenţe generale:

1. Identificarea unor date şi relaţii matematice şi corelarea lor în funcţie de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunţuri matematice
3. Utilizarea algoritmilor şi a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situaţii concrete
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situaţii concrete şi a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analiza şi interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situaţii problemă
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoştinţelor din diferite domenii

Competenţe specifiee leeţiei:

l.Identificarea unor situaţii practice în care se utilizează procente.

2. Exemple de rapoarte egale şi alcatuirea de proporţii utilizând amplificarea sau simplificarea fracţiilor

3. Analizarea unor situaţii practice cu ajutorul rapoartelor, procentelor sau proporţiilor.

4. Rezolvarea cu ajutorul rapoartelor a unor situaţii problemă şi interpretarea rezultatelor.

Metode şi procedee: conversaţia euristică, explicaţia, demonstraţia, exercitiul, observaţia, munca individuală, expunerea;

Resurse: a) materiale: - manual clasa a VI-a

- creta albă, colorată, caiete de notiţe , fisa de lucru

b) umane: - clasa omogenă cu cunoştinţe ce necesită consolidare

- activităţi frontale, individuale;

c) timp: 50 min.

SCENARIU DIDACTIC(cu rubricaţie simplificată)

Secvenţele lecţiei	Comp. spec.	Activităţi ale lecţiei Resurse	Timp	Metode	Evaluare
1. Moment		- Verificarea prezenţei	1 '		

organizatoric		elevilor şi notarea absenţelor în catalog; - Verificare ţinutei elevilor şi celor necesare desfăşurării orei; - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfăşurare a orei; - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfăşurare a orei;			
2. Captarea atenţiei		(P)Se prezintă diferite hărţi ,se precizează distanţa reală între două oraşe şi se cere măsurarea ei pe hartă. (E)Măsoară distanţa între oraşele indicate. Fac trasformări astfel încât cele două distanţe să fie exprimate prin aceeaşi unitate de măsură. Observă relaţia dintre aceste distanţe şi scara indicată pe hartă.	4 '	Activitate comună	Observare sistematică
3. Reactualizarea cunoştinţelor		Elevii vor răspunde la întrebările: - Ce este un raport? - Ce este o proporţie? - Care sunt termenii unui raport?	3 '	Conversaţia euristică	Analiza răspunsurilor
4. Informarea elevilor asupra lecţiei noi	1., 2.	(P)Se va studia noţiunea de procent şi calculul raportului procentual. Se va defini raportul a două mărimi exprimate prin aceeaşi unitate de masură.	1 '	Explicaţia	

5. Dirijarea învățării	1.,2.	Procente Se numește raport procentual (procent), un raport de forma $\frac{p}{100}$, ($p \in Q$, $p \geq 0$). Notație: $\frac{p}{100}=p\%$. Observație: p% se citește " p la sută" sau " p procente". Exemple: dobânda la bancă 17%, rezultatele unui sondaj 96% Observație: Dacă avem un raport, cu numitorul divizor/multiplu al lui 100, putem să-l aducem la un raport procentual prin amplificare/ simplificare. Ex: $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=25\%$ sau $\frac{180}{1000}=\frac{18}{100}=18\%$ Observație: un întreg reprezintă 100%. $1=\frac{100}{100}=100\%$	10 '	Explicația Conversația euristică	Observare sistematică Analiza răspunsurilor
6. Dirijarea învățării	3.,4.	(P)Scara unei hărți: Hărțile sunt însoțite, în general, de o schemă care arată relația dintre distanța pe hartă și distanța reală, din teren. Această relație se numește scara hărții. Scara= $\frac{\text{distanța pe hartă}}{\text{distanța pe teren}}$ Exemplu O hartă a fost executată la scara de $\frac{1}{200\,000}$. Asta înseamnă că unui cm pe hartă îi corespund, în realitate, 200 000cm= 2km pe teren.		Explicația Conversația euristică	Observare sistematică Analiza răspunsurilor
7. Asigurarea feed-back-ului	1., 2., 3., 4.	Elevii sunt rugați sa rezolve problemele din fișa de lucru care reprezintă aplicații din diferite domenii: geografie, tehnologie, fizică,chimie, agricultură, bănci etc.	20'	Munca independentă Conversația euristică Exercițiul	Aprecieri verbale Analiza răspunsurilor
8. Tema pentru acasă		Manual pag 27, ex. 1 și 2.	2'	Conversația	
9. Aprecieri		(P) Se apreciază elevii ce s-au evidențiat în timpul orei.	2'	Conversația	Aprecieri verbale

FIŞĂ DE LUCRU

1) Completaţi tabelele următoare, ştiind că datele se referă la:o hartă;

Distanţa pe hartă	10 cm	5 cm	4 cm	..... cm
Scara	1:70 000	1:80 000	.....	1:100 000
Distanţa pe teren	7 km	..... km	5 km	6 km

2) Este corect desenul alăturat ?
Care este scara?
Plasaţi, într-un desen corect făcut, o maşină lungă de 4,60 m şi lată de 1,60m.

3) Înălţimea vârfului **Mont-Blanc** este de 4 807 m.
Care este înălţimea acestui vârf pe o hartă în relief, făcută la scara de 1: 1 000 000 ?
Care este scara unei hărţi în relief în care vârful **Mont- Blanc** are 4,8 cm ?
4) Ce scară puteţi alege pentru a putea reprezenta **Soarele şi Pământul** pe o foaie de hârtie ?
Care sunt atunci, pe desen, diametrele **Soarelui şi Pământului** ?
Date necesare: Distanţa **Soare – Pământ**: 150 milioane de km.
Diametrul real al **Soarelui**: 1 400 000 km.
Diametrul real al **Pământului**: 12 700 km.
5) Venitul lunar net (fără impozit) al unei familii este 3000 um (unităţi monetare), iar cheltuielile lunare sunt:
20% chiria, 15% transportul, 40% hrana, 7% îmbrăcămintea, 11% energia electrică, 7% diverse cheltuieli.
Completaţi următorul tabel cu sumele aferente şi întocmiţi o diagramă sub formă de cerc în care să treceţi aceste sume.

Utilităţi	Chirie	Transport	Hrană	Îmbrăcăminte	Energie	Diverse
Cheltuieli în u.m.						

6) Aflaţi masa unui aliaj care conţine 5 kg de argint, ştiind că metalul preţios reprezintă 40% din masa aliajului.
7) Daca dobânda anuală este de 7%, ce suma primeşte clientul pentru un depozit de 700 lei?

TEMĂ PENTRU ACASĂ:

Desenaţi un plan al camerei voastre şi scrieţi scara la care aţi lucrat. Plasaţi mobila pe acest plan.

Exemple ***de rapoarte utilizate în practică***

1. ***Raport procentual:***

Un raport de forma $\frac{p}{100}$ se scrie p% şi se numeşte raport procentual.($p \in Q, p \geq 0$).

Exemplu : $17\% = \frac{17}{100}$

2. ***Scara unei hărţi:***

Scara unei hărţi este raportul dintre distanţa pe hartă şi distanţa pe teren.

Exemplu: Pe o hartă, unui segment ce are lungimea de 1 mm îi corespunde o distanţă de teren egală cu 5 km. Deoarece 5 km=5 000 000 mm,

scara hărţii este S= $\frac{\text{distanta din desen}}{\text{distanta din teren}} = \frac{1}{5000000}$ sau S = 1: 5 000 000.

3. ***Concentraţia unei soluţii:***

Concentraţia unei soluţii este raportul dintre masa substanţei care se dizolvă şi masa soluţiei.

Exemplu: În 190 g de apă se dizolvă 10 g de sare. Concentraţia soluţiei este $C=\frac{\text{masa substantei}}{\text{masa solutiei}} = \frac{10}{190+10} = 0{,}05.$

4. ***Titlul unui aliaj:***

Titlul unui aliaj este raportul dintre masa metalului preţios şi masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj conţine 240 g aur şi 940 g cupru. Titlul aliajului este

$$T=\frac{m}{M} = \frac{240}{240+940} = 0{,}2.$$

5. ***Probabilitatea:***

Se numeşte probabilitatea realizării unui eveniment A raportul dintre numărul cazurilor favorabile realizării evenimentului şi numărul cazurilor egal posibile ale experienţei.

Exemplu: Într-o cutie sunt 4 bile albe şi 3 negre. Ana extrage la întâmplare din cutie o bilă. Care este şansa (probabilitatea) ca bila extrasă să fie neagră?

$$P(A) = \frac{\text{nr.cazurilor favorabile}}{\text{nr.cazurilor egal posibile}} = 3/7.$$

Exemple ***de aplicare a inegalităţii mediilor*** $\frac{2ab}{a+b} \le \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \le \sqrt{ab}$,

în fizică

Două mobile parcurg acelaşi drum, primul cu viteză constantă *v*, cel de-al doilea parcurgând *2* porţiuni egale cu vitezele *v1, v2,* a căror medie aritmetică este *v*. Care mobil parcurge drumul mai repede?

Se notează distanţa cu D=2·d, iar timpii de parcurgere cu t1 (pentru primul mobil) şi t2 (pentru al doilea mobil), $t_1 = \frac{D}{v} = \frac{2\cdot d}{\frac{v_1+v_2}{2}} = d\cdot\frac{4}{v_1+v_2}$,

$$t_2 = \frac{d}{v_1}+\frac{d}{v_2} = d\cdot\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right)$$

Se aplică inegalitatea dintre m_a şi m_{arm} pentru v1 şi v2: $\frac{2}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}} \le \frac{v_1+v_2}{2}$

$$\frac{4}{v_1+v_2} \le \frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2} \Rightarrow d\cdot\frac{4}{v_1+v_2} \le d\cdot\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right) \Rightarrow t_1 \le t_2$$

În concluzie, mobilul care merge cu viteză constantă ajunge la destinaţie în cel mai

scurt timp.

Exemplifică o abordare interdisciplinară a unei lecţii la clasa a V-a.
R: Revezi paragraful 7.4. – Exemplele de lecţii abordate interdisciplinar.

Să ne reamintim...

Ţinând cont de aplicabilitatea directă în practică a chimiei, fizicii, biologiei şi matematicii, interdisciplinaritatea între chimie şi fizică, chimie şi matematică, chimie şi biologie, fizică şi matematică, chiar economie şi matematică se realizează în special în planul conţinuturilor, având matematica drept instrument de lucru.

7.5. Probleme de matematică al căror conţinut vizează cunoştinţe ale altor discipline

Există diferite posibilităţi de a folosi cunoştinţele matematice. Dintre acestea rezolvarea problemelor cu conţinut interdisciplinar ocupă un loc central.

Rezolvarea problemelor de către elevi presupune o mare mobilizare a proceselor psihice de cunoaştere, volitive, motivaţionale. Este solicitată gândirea, cu toate operaţiile ei, sporeşte flexibilitatea acesteia, se dezvoltă capacităţile creatoare şi anticipativ-imaginative. Elevii îşi formează deprinderi de muncă intelectuală, care vor influenţa pozitiv şi studiul altor discipline. Nu în ultimul rând, se îmbogăţeşte orizontul de cultură generală al elevilor prin folosirea, în textul problemelor, a unor cunoştinţe pe care nu le studiază la alte discipline.

Se pot rezolva probleme, abordate interdisciplinar, care să-i determine pe elevi să combine şi să recombine cunoştinţele însuşite.

Este indicat să se sublinieze aplicaţii ale matematicii în viaţa curentă (calcule, măsuri, dobaâzi, ecuaţii, etc.). De exemplu, în clasa a VI-a, elevii încep să studieze despre ***rapoarte şi proporţii***. Această temă presupune multe aplicaţii practice: noţiunea de procent în exerciţii cu conţinut economic.

Mărimile direct şi invers proporţionale sunt întâlnite şi ele în situaţii variate. Astfel, se pot rezolva multe exerciţii şi probleme care modelează situaţii cotidiene (probleme de tipul „la cumpărături”, „echipe de muncitori”, de deplasare, de transport).

Elevii au folosit deja hărţi la istorie, geografie, au văzut în manualul şi atlasul de biologie imagini realizate cu ajutorul microscopului electronic. Se poate defini ***scara de realizare a unei hărţi*** ca fiind raportul dintre unitatea de distanţă de pe hartă şi distanţa corespunzătoare în realitate. Ca aplicaţii practice, se pot propune: calcularea distanţei minime dintre două oraşe având la dispoziţie o hartă rutieră, citirea şi realizarea planului unui apartament.

În clasa a VII-a, rapoartele şi proporţiile sunt formate cu lungimi de segmente. Trebuie subliniate aici aplicaţii ale ***teoremei lui Thales*** şi ale ***reciprocei*** sale: determinarea înălţimii unui copac, turn (se poate aminti modul în care Thales calcula înălţimea unei piramide folosind un băţ); împărţirea unui segment într-un raport număr raţional dat; găsirea lungimii unui segment; demonstrarea paralelismului unor drepte.

Reprezentarea datelor prin grafice (cu bare) şi ***elementele de organizarea datelor*** predate în clasa a VI-a, se continuă în clasa următoare folosind tabele, diagrame şi grafice pentru reprezentarea anumitor dependenţe funcţionale. Elevii au întâlnit deja astfel de reprezentări la alte materii (istorie, geografie, biologie, fizică). Este important ca ei să poată „citi” şi realiza grafice, histograme, diagrame circulare, piramide de populaţie; să înţeleagă semnificaţia matematică a acestora; să ştie domeniile în care este recomandată folosirea fiecărui tip de reprezentare prezentat. Prin aceste activităţi, elevii se vor familiariza cu câteva noţiuni introductive de ***statistică.***

De asemenea, noţiunile de calcul vectorial, numerele complexe, calculul ariilor figurilor plane şi de rotaţie în jurul lui *Ox*, al volumelor corpurilor de rotaţie, determinarea lungimii arcelor de curbă, a centrelor de greutate ale plăcilor, lucru mecanic, etc., predate în liceu, au mare aplicabilitate în fizică şi mecanică. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.17-18)

Exemple de ***probleme al căror conţinut vizează cunoştinţe ale altor discipline***

1.În anul 1862 Parlamentul României a stabilit Bucureştiul drept capitala ţării. Cu mulţi ani în urmă, într-un hrisov al lui Vlad Ţepeş, este prima menţiune documentară a Cetăţii Bucureşti. Aflaţi anul acestei menţiuni, ştiind că cifra unităţilor este succesorul dublei cifrei sutelor, care este predecesorul cifrei zecilor. Suma celor patru cifre ale anului este 19.(Revista nr.3 a Cercului de Matematică al Şc.Gen.Nr.2, Braşov, 2009-clasa a V-a)

2. Doimea numărului format din primele două cifre ale unui an este cu 13 mai mică decat treimea numărului format din ultimele două cifre ale aceluiaşi an. Suma celor două numere este 84, iar anul respectiv este anul adoptării primei Constituţii a României. Aflaţi anul respectiv.(Revista nr.3 a Cercului de Matematică al: Şc.Gen. Nr.2, Braşov, 2009-clasa a V-a)

3.Una dintre cele şapte minuni ale lumii antice este Piramida lui Keops (piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 232 m).Se spune că secretul maiestoasei sale armonii s-ar datora faptului că aria unei feţe laterale este egală cu pătratul înălţimii piramidei.

a)Calculează înălţimea piramidei.

b)Arată că raportul dintre semiperimetrul bazei şi înălţime este o aproximare pentru π cu o eroare mai mică decât o sutime.(Radu, D.,Radu, E.,2001, p.177-clasa a VIII-a)

4. Populaţia Pământului creşte cu aproximativ 2% pe an. Ştiind că în anul 2000 aceasta a fost de aproximativ 7 miliarde de locuitori, estimează populaţia globului în anul 2013.

5. Ştiind că piramida de la Luvru este o piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 34 m şi înălţimea de 21 m.

a)Calculează volumul piramidei şi compară-l cu volumul piramidei lui Keops (piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 232 m şi înălţimea de 138m)

b)Află aria totală a plăcilor de sticlă care acoperă piramida de la Luvru. .(Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

6. Pălăriile chinezeşti au forma unui con în care înălţimea este egală cu raza cercului de la bază. Află măsura unghiului de la vârful conului. .(Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

7.Vulcanul Orono din Chile are forma unui con aproape perfect de înălţime 266 m. Ştiind că măsura unghiului de la vârf este de aproximativ 130^0, calculează lungimea razei cercului de bază. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

din lungimea razei cercului de bază. Dacă se presupune că un paratrăznet este situat la 30 m de sol, pe o clădire aflată la 24 m distanţă de o casă şi dacă se consideră că terenul este orizontal, se poate preciza dacă acea casă este situată în totalitate în conul de protecţie al paratrăznetului? Ce mai trebuie determinat pentru a putea da un răspuns la problema propusă? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

9. Mergând cu maşina, întâlnim la un moment dat un panou de semnalizare rutieră care avertizează că urmează o coborâre periculoasă (panta specificată este de 10%). Determină panta (m= tg α) şi măsura unghiului α al pantei. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.17- pentru clasa a VII-a)

10. Maria depune la bancă suma de 1.000 lei. Ea urmează să primească o dobandă simplă de 5% pe an din suma depusă iniţial dacă menţine contul 12 luni, fără extrageri.

a) Contul Mariei creşte sau scade?
b) Care este capitalul iniţial? Dar procentul lunar al dobânzii?
c) Ce sumă va fi în cont după o lună, după două luni, după trei luni? Cum variază contul de la o lună la alta?
d) Reprezintă pe o diagramă sumele S3 şi S4 aflate în cont după trei, respectiv patru luni.
e) Cum se mai poate reprezenta evoluţia sumei din cont în primul an? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.88)

Exemplifică o problemă cu caracter interdisciplinar.

R: Revezi exemplele de mai sus.

Să ne reamintim...

Există diferite posibilităţi de a folosi cunoştinţele matematice.

Dintre acestea rezolvarea problemelor cu conţinut interdisciplinar ocupă un loc central.

Rezolvarea problemelor de către elevi presupune o mare mobilizare a proceselor psihice de cunoaştere, volitive, motivaţionale. Este solicitată gândirea, cu toate operaţiile ei, sporeşte flexibilitatea acesteia, se dezvoltă capacităţile creatoare şi anticipativ-imaginative. Elevii îşi formează deprinderi de muncă intelectuală, care vor influenţa pozitiv şi studiul altor discipline. Nu în ultimul rând, se îmbogăţeşte orizontul de cultură generală al al elevilor prin folosirea, în textul problemelor, a unor cunoştinţe pe care nu le studiază la alte discipline.

Se pot rezolva probleme, abordate interdisciplinar, care să-i determine pe elevi să combine şi să recombine cunoştinţele însuşite.

Este indicat să se sublinieze aplicaţii ale matematicii în viaţa curentă (calcule, măsuri, dobaâzi, ecuaţii, etc.).

7.6. Discipline opţionale intercurriculare

Pentru elaborarea programei de opţional se propune următoarea schemă de proiectare care este în acord cu modelul programelor de trunchi comun pentru clasele a V-a – a VIII-a:

Argument

Competenţe specifice / Activităţi de învăţare

1.

2.
3.
.....
Lista de conţinuturi
Modalităţi de evaluare

Pentru ***Argument*** se va redacta maxim o pagină care motivează cursul propus: nevoi ale elevilor, ale comunităţii locale, formarea unor competenţe de transfer, etc.

Competenţe specifice vor fi:

- preluări ale unor obiective din programa naţională, în cazul opţionalului de aprofundare;
- formulate după modelul celor din programa naţională (al materiilor de trunchi comun), dar nu vor fi reluări ale acestora.

Pentru un opţional de o oră pe săptămană se vor defini şi urmări 5- 6 competenţe specifice pe care elevii trebuie să le realizeze până la sfârşitul anului.

Lista de conţinuturi menţionează toate informaţiile care vor fi cuprinse în cadrul opţionalului, ele fiind considerate ca un mijloc de formare intelectuală.

Activităţile de învăţare descriu modul în care elevul va dobândi abilităţile vizate prin competenţele specifice.

Modalităţile de evaluare precizate vor fi tipuri de probe care se potrivesc opţionalului propus (probe scrise, probe orale, probe practice, referat, proiect).

Schema corespunzătoare pentru un ***opţional la liceu***, în acord cu modelul programelor de trunchi comun, este de forma:

Argument
Competeţe specifice
Conţinuturi
1.
2.
3.
.....
Valori si atitudini
Sugestii metodologice

Competenţele şi conţinuturile presupun o proiectare diferită în funcţie de tipul opţionalului:

Pentru un ***opţional de aprofundare***, la anumite competenţe specifice din programă, se proiectează noi conţinuturi care conduc la aprofundarea acestora.

În cazul unui ***opţional de extindere***, pornind de la competenţele generale ale disciplinei, se pot deriva noi competenţe specifice care vor fi realizate prin operarea cu noi conţinuturi, teme, capitole care nu fac parte din programa de trunchi comun.

La realizarea unui ***opţional ca disciplină nouă*** se pot izola teme, capitole, unităţi de informaţie cu care operează o disciplină şi, pe baza lor, se conturează anumite competenţe pe care dorim să le formăm la elevi;

Dacă ***opţionalul este ca temă integratoare***, unităţile de conţinut vor cuprinde informaţii din mai multe discipline (domenii), iar competenţele vor fi în general competenţe de integrare şi transfer.

Pentru un opţional de o oră pe săptămană se recomandă să fie definite şi urmărite 6-8 competenţe specifice.

Sugestiile metodologice includ tipuri de activităţi de învăţare şi modalităţi de evaluare.

Dacă ***opţionalul*** este prevăzut ***pentru un nivel de şcolaritate sau un ciclu curricular***, este necesar să fie definite şi competenţe generale din care se deduc competenţele specifice pentru

fiecare an de studiu. În acest caz, se redactează câte o programă pentru fiecare an, având grijă să apară explicit progresia competenţelor de la un an de studiu la altul.

Este recomandabil ca programa de opţional să conţină şi ***bibliografie***.

În cursul elaborării proiectului de programă pentru opţional se sugerează consultarea următoarei liste de întrebări ajutătoare:

Competenţe generale:
se reflectă în competenţele specifice?
în cazul aprofundărilor, extinderilor, sunt aceleaşi ca în programa de trunchi comun?

Competenţele specifice sunt:
măsurabile, specifice (nu sunt formulate la modul general, ci sunt adaptate pentru anumite conţinuturi)?
în număr corespunzător?
corelate cu tema opţionalului?
adecvate nivelului de cunoştinţe şi vârstei elevului?
derivă din obiectivele cadru (dacă acestea sunt formulate)?
unice (nu se repetă sub forme diferite)?
altele decât în programa trunchiului comun?
căror etape ale unui proces de invăţare corespund?

Conţinuturile sunt:
corelate cu competenţele specifice?
altele decât în programa trunchiului comun?
o resursă cuprinzătoare pentru competenţele specifice?
organizate articulat, sistemic?
organizate astfel încât să se cumuleze şi să permită progresul?
entităţi esenţiale, fără contradicţii?
posibil de învăţat, adaptate la experienţa elevului?
adecvate intereselor, nevoilor prezente şi viitoare ale elevului?

Activităţile de învăţare:
duc la dezvoltarea capacităţilor propuse?
pot fi derulate efectiv în clasă?
presupun activitatea nemijlocită a elevului?

permit învăţarea în cooperare? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.91-94)

Exemplu de ***disciplină opţională – "Diverse aplicaţii ale matematicii"*** – clasa a VI-a

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ŞI ŞTIINŢE
NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ
CLASA: a VI–a
DURATA: 1 AN
TIPUL DE OPŢIONAL: INTERCURRICULAR
NUMELE CADRULUI DIDACTIC: COMĂNICI ELENA

ARGUMENT

Problema ***interdisciplinarităţii*** a preocupat filisofii şi pedagogii încă din cele mai vechi timpuri: sofiştii greci, Plinius, Comenius şi Leibnitz, iar la noi Spiru Haret, Iosif Gabrea, G. Găvănescu şi, dintre numeroşii pedagogici ai perioadei contemporane amintim pe G. Văideanu. În

opinia acestuia, ***intredisciplinaritatea*** „implică un anumit grad de integrare între diferitele domenii ale cunoaşterii şi între diferite abordări, ca şi utilizarea unui limbaj comun permiţând schimburi de ordin conceptual şi metodologic".

Integrarea ***interdisciplinară*** (prefixul ***inter*** înseamnă „între") reprezintă o formă de cooperare între discipline diferite privind un anumit proces, fenomen a cărui complexitate poate fi explicată, demonstrată, rezolvată numai prin acţiunea convergentă a mai multor puncte de vedere.

Interdisciplinaritatea presupune abordarea conţinuturilor complexe având ca scop formarea unei imagini unitare asupra unei anumite problematici. Ea vizează relaţiile, în special de metodologie care se stabilesc între discipline diferite, sau mai bine zis transferul metodelor dintr-o disciplină într-alta. De exemplu, cooperarea dintre medicină, fizică nucleară şi chimie a condus la apariţia unor tratamente aplicate persoanelor bolnave de cancer cum sunt radioterapia şi chimioterapia.

Etapa actuală de dezvoltare a unei ştiinţe se caracterizează prin legătura şi interpătrunderea mereu crescîndă a ştiinţelor, în special al interdisciplinarităţii matematicii cu alte disciplini ca: fizica, chimia, ştiinţele naturii, biologiei, istoriei, limbii române, etc.

Deşi interdisciplinaritatea este un principiu care derivă din cercetarea ştiinţifică, putem identifica unele modalităţi de implementare a acesteia şi la nivelul curriculum-ului şcolar. Acestea se pot realiza atât la nivelul macroeducaţional (cel al proiectării şi elaborării curriculum-ului: planuri, programe, manuale şcolare), cât şi la nivelul microeducaţional (cel al activităţilor de predare-învăţare-evaluare, desfăşurate într-un cadru formal sau nonformal).

Un conţinut şcolar proiectat, elaborat şi utilizat în manieră interdisciplinară corespunde mult mai bine realităţii prezentate, conducând la o înţelegere cât mai bună şi unitară din partea elevilor.

Corelarea cunoştinţelor de la diferitele obiecte de învăţământ contribuie substanţial la realizarea educaţiei elevilor, la formarea şi dezvoltarea flexibilităţii gândirii, a capacităţii lor de a aplica cunoştinţele în practică; corelarea cunoştinţelor fixează şi sistematizează mai bine cunoştinţele, o disciplină o ajută pe cealaltă să fie mai bine însuşită.

Predarea şi învăţarea unei discipline au dezavantajul că folosesc perceperea secvenţială şi insulară a realităţii unice făcând-o artificială. Din acest motiv este necesară realizarea unor conexiuni, între anumite discipline şcolare pentru o percepere unitară şi coerentă a fenomenologiei existenţiale.

Se pot elabora, în echipă, proiecte de lecţii, planificări semestriale sau anuale comune a două sau mai multe discipline (biologie – chimie, biologie – fizică, matematică – fizică sau biologie – fizică – chimie etc.).

De exemplu, curriculum-ul de ***Ştiinţe*** oferă un punct de plecare în predarea integrată a disciplinelor din aria curriculară ***Matematică şi ştiinţe ale naturii.*** Interdisciplinaritatea este transferul de concepte şi metodologie dintr-o disciplină în alta.

Avantajele ***interdisciplinarităţii*** sunt multiple:

-Permit elevului să acumuleze informaţii despre obiecte, procese, fenomene care vor fi aprofundate în anii următori ai şcolarităţii;
-Clarifică mai bine o temă făcând apel la mai multe discipline;
-Creează ocazii de a corela limbajele disciplinelor şcolare;
-Permite aplicare cunoştinţelor în diferite domenii;
-Constituie o abordare economică din punct de vedere al raportului dintre cantitatea de cunoştinţe şi volumul de învăţare.

Predarea interdisciplinară pune accentul simultan pe aspectele multiple ale dezvoltării elevului: intelectuală, emoţională, socială, fizică şi estetică.

Interdisciplinaritatea asigură formarea sistematică şi progresivă a unei culturi comunicative necesare elevului în învăţare, pentru interrelaţionarea cu semenii, pentru parcurgerea cu succes a treptelor următoare în învăţare, pentru învăţarea permanentă.

COMPETENŢE SPECIFICE

1. Analizarea conţinutului exerciţiului sau al problemei.
2. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmaţii cu ajutorul exemplelor şi a contraexemplelor.
3. Enunţarea a cât mai multe consecinţe posibile care decurg dintr-un set de ipoteze date.
4. Recunoaşterea utilităţii matematicii şi aplicaţiilor unor rezultate matematice în diferite discipline complementare matematicii.
5. Rezolvarea de probleme practice din viaţa de toate zilele, aplicând cunostinţele din matematică.
6. Identificarea în exemple a unor aspecte din matematica distractivă, recreativă sau practică.
7.

ACTIVITĂŢI DE ÎNVĂŢARE

1. Identificarea unor consecinţe posibile ce rezultă din ipoteză.
2. Întrebări referitoare la ce s-ar întâmpla dacă s-ar modifica datele problemei.
3. Exerciţii de verificare a unor afirmatii pe cazuri particulare.
4. Construirea unor exemple şi contraexemple.
5. Formularea de enunţuri generale pornind de la un enunţ sau de la mai multe de acelaşi tip.
6. Verificarea valabilităţii enunţurilor formulate.
7. Gândirea şi elaborarea unei argumentaţii în sprijinul afirmaţiilor generale formulate.
8. Folosirea estimărilor, a măsurătorilor, a comparărilor.
9. Folosirea instrumentelor geometrice în construcţii geometrice.
10. Conceperea unor probleme tip rebus matematic.
11. Informaţii asupra vieţii şi activităţii unor matematicieni celebri.
12. Confecţionarea unor materiale didactice, planşe, figuri geometrice, corpuri geometrice.

PLANIFICAREA ANUALĂ LA DISCIPLINA "DIVERSE APLICAŢII ALE MATEMATICII"

Nr. crt	Conţinutul	Nr ore	Perioada /Săptămâna
1.	Pătrat perfect. Cub perfect	2	1,2
2	Aritmetica în gospodărie.	1	3
3	Aritmetica în jurul casei	1	4
4	Aritmetica în agricultură	1	5
5	Aritmetica în afaceri	1	6
6	Numere amiabile	2	7,8
7	Matematica distractivă	2	9,10
8	Construcţii aleatoare de figuri geometrice prin desen şi decupare	1	11
9	Calcule de perimetre sau arii pe bază de măsurători practice	1	12
10	Patrulatere. Construcţii cu rigla şi compasul şi rezolvarea unor probleme pe bază de construcţii prin măsurători	2	13,14
11	Rebus matematic	1	15

12	Matematicieni celebri	1	16
13	Noţiuni din teoria probabilităţilor	1	17
14	Realizarea unor statistici cu ajutorul procentelor sau a metodelor grafice	1	18
15	Realizarea unor statistici cu ajutorul procentelor sau a metodelor grafice	1	19
16	Matematica- limbaj universal	2	20,21
17	Metode de rezolvare a problemelor (regula de 3 compusă)	2	22,23
18	Proiecte…Proiecte	2	24,25
19	Construcţia centrului cercului circumscris unui triunghi	1	26
20	Construcţia centrului cercului înscris unui triunghi	1	27
21	Suma măsurilor unghiurilor într-un poligon	1	28
22	Construcţii de figuri simetrice	1	29
23	Corpuri simetrice. Identificarea pe bază de axă de simetrie	1	30
24	Împărţirea unui cerc în 3, 4, 6 arce congruente	1	31
25	Cum se desenează figurile asemenea	1	32
26	Rebus matematic	2	33,34
27	Tangram	1	35

Bibliografie

-Dan Brânzei, Dumitru Goleşteanu, “Matematica în concursutile şcolare”, Editura Paralela 45, 2004;

-Comănici Elena, “Aplicaţii ale matematicii. Abordări interdisciplinare”, articol publicat pe didactic.ro, 2010;

-Creţu Virginia, “Direcţii de colaborare interdisciplinară în învăţământul gimnazial”, Revista de Pedagogie nr. 5, 1980;

-Ion Dăncilă, “Construcţii cu rigla şi compasul”, Editura SIGMA, 1999;

-Martin Gardner, “Alte amuzamente matematice”, Editura Ştiinţifică, Bucureşti 1970;

-Valentin Rădulescu, "Revanşa minţii", Editura Militară, Bucureşti, 1974;

-www.mateinfo.ro;

-Wikipedia.

Exemplu de ***opţional integrat – “Interferenţe ştiinţifice”*** – clasele a VIII-a

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ŞI ŞTIINŢE
NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ
CLASELE: a VIII–a
DURATA: 1 AN
NUMELE CADRULUI DIDACTIC: TĂNĂSESCU CARMEN
OPTIONAL INTEGRAT MATEMATICĂ-FIZICĂ
ALGORITM DE ARGUMENTARE

PAŞI DE PARCURS	COMENTARII	COMPETENŢE SPECIFICE	CONŢINUTURI
Compararea curriculum matematică şi fizică. Analiza SWOT.	Apar discrepanţe între conţinuturi,	Identificarea necorelărilor	Reintroducerea noţiunilor cu argument

	fizica nu dispune de argumentul matematic la momentul introdu- cerii noţiunilor		ştiinţific
Cestionar aplicat elevilor :Argumentaţi matematic următoarele legi din fizică…. Problematizati fenomenul…	Nu exista transfer de cunoştinte 10% elevi chestionaţi au reuşit transferul	Transferul informaţiei	Probleme comparate
Motivarea învăţării comparate	Obiectivele de referinta sunt de ansamblu,se regasesc în ambele ştiinte,din cauza lipsei de interferenţă esenţa ştiintifică se pierde	Identificarea elementelor comune celor două ştiinţe	Experimentul:observare, interpretare,argumentare ştiinţifică
Problematizarea- Sistemul modern,aplicat de gândire	Cercetarea ştiinţifică e necesar să devină o activi- tate de învăţare	Modelarea prin abstractizare	Harta conceptuală

NUCLEUL PROGRAMEI

Competenţe specifice	Conţinuturi

Identificarea necorelărilor Transferul informaţiei Identificarea elementelor comune celor două ştiinţe Modelarea prin abstractizare	Reintroducerea noţiunilor cu argument ştiinţific Probleme comparate Experimentul:observare, interpretare, argumentare ştiinţifică Harta conceptuală CONTINUTURILE GENERALE VOR LUA O FORMA APLICATA IN OPTIONALUL INTEGRAT

CUPRINS

1. Argument
2. Obiective de referinţă şi exemple de activităţi de învăţare
   2.1. Dezvoltarea interesului şi a motivaţiei pentru studiul şi aplicarea matematicii în contexte variate
   2.2. Dezvoltarea capacităţilor de explorare şi investigare a situaţiilor-problemă din alte domenii de activitate. Formarea capacităţii de a modela matematic fenomene reale
   2.3. Realizarea unor activităţi interdisciplinare
   2.4. Dezvoltarea capacităţii de sinteză şi a creativităţii
   2.5. Consolidarea însuşirii unor noţiuni matematice şi a proprietăţilor acestora.
3. Conţinuturi
4. Modalităţi de evaluare

1. ARGUMENT

Matematica este un domeniu de interferenţă, ar trebui să fie liantul dintre ştiinţe. Argumentele ştiinţifice sunt fundamentate prin adevăruri matematice.

Macroconceptele se regăsesc în hărţile conceptuale ale matematicii şi fizicii ca instumente cheie.

Conţinuturile acestui curriculum şcolar sunt astfel elaborate încât să se realizeze două obiective majore:

a) motivarea învăţării matematicii prin ilustrarea largii palete de aplicaţii ale acesteia în variate domenii ;
b) sintetizarea şi completarea cunoştinţelor acumulate de elevi în gimnaziu.

Opţionalul integrat a fost propus de profesorii de matematică şi de fizică.

2. COMPETENŢE SPECIFICE ŞI EXEMPLE DE ACTIVITĂŢI DE ÎNVĂŢARE ŞI EVALUARE

1.

Conştientizarea interferenţei informaţiei

Competenţe specifice	**Exemple de activităţi de învăţare**

1.1	Să înţeleagă motivaţia învăţării matematicii, din perspectiva interferentei cu alte stiinte	– rezolvarea unor subiecte date la examen – înţelegerea utilităţii matematicii in probleme dervate din experimente
1.2	Să recunoască din mediul înconjurător fenomene care au interpretare argumentata prin instrumente matematice	– prezentarea unor fenomene fizice, chimice, sociale, economice, care pot fi modelate matematic: mişcarea unui corp, structura materiei, sondaje de opinie, grafice
1.3	Să poată să conceapă modelul matematic al unui fenomen	– alcătuirea unor tabele statistice – prelucrarea numerică a datelor din mai multe puncte de vedere

2. Aprofundarea unor noţiuni matematice şi a proprietăţilor acestora

	Competenţe specifice	**Exemple de activităţi de învăţare**
2.1	Să sintetizeze proprietăţile numerelor reale şi ale operaţiilor cu acestea	– probleme de sinteză cu numere reale – exerciţii cu parte întreagă şi parte fracţionară – exerciţii cu proprietăţile modulului – exerciţii de divizibilitate – probleme aplicate in fizica{mecanica}
2.2	Să fie capabil să efectueze calcule literale	– operaţii cu polinoame – aplicaţii la descompunerea în factori – formule de calcul prescurtat: $a^n \pm b^n$ – aplicarea in fizica a formulelor de calcul prescurtat
2.3	Să-şi însuşească metodele de rezolvare a ecuaţiilor şi sistemelor şi să le aplice în rezolvarea unor probleme	– rezolvări de ecuaţii de gr. I, II,interpretarea fizica – rezolvarea sistemelor cu două ecuaţii – rezolvarea problemelor practice
2.4	Să rezolve inecuaţii de tip compus şi să poată demonstra unele inegalităţi cunoscute	– rezolvări de inecuaţii reductibile la gr. I – inecuaţii cu modul ,interpretare fizica – inegalităţile mediilor – inegalităţi geometrice,interpretare fizica
2.5	Să-şi însuşească proprietăţi ale funcţiilor pe care să le utilizeze corect	– exerciţii referitoare la monotonia funcţiei – reprezentări grafice comparative – graficul în fizică
2.6	Să cunoască proprietăţile şi teoremele referitoare la figurile învăţate şi să le	– demonstrarea teoremelor facultative: Menelaus, Ceva etc.

	integreze în sistemul de informaţii	– demonstrarea proprietăţilor patrulaterelor inscriptibile / circumscriptibile – probleme de sinteză ,de fizica aplicată
2.7	Să sintetizeze cunoştinţele despre corpurile învăţate şi să rezolve probleme	– probleme complexe care pun în valoare cunoştinţele şi vederea în spaţiu ale elevului – problema de echilibru ,argumentare pentru notiunea de vector

3. Dezvoltarea capacităţilor de explorare şi investigare a situaţiilor - problemă din alte domenii de activitate. Formarea capacităţii de a modela matematic fenomene reale

Competenţe specifice		**Exemple de activităţi de învăţare**
3.1	Să recunoască datele de intrare şi pe cele de ieşire	– delimitarea ipotezei şi concluziei, dintr-o teoremă, problemă
3.2	Să investigheze problema dată şi să găsească, prin încercări, calea de rezolvare	– clasificarea metodelor de rezolvare ale aceleiaşi probleme în funcţie de simplitatea, claritatea şi durata redactării
3.3	Să-şi însuşească trăsăturile unui model. Să ştie să facă apel la conceptele şi metodele matematice, care sunt necesare pentru modelarea matematică a unui fenomen	– sesizarea unor fenomene fizice, chimice, biologice, sociale, care pot fi modelate matematic – alcătuirea unor planuri pentru studierea unor fenomene

4. Dezvoltarea capacităţii de sinteză şi a creativităţii

Competenţe specifice		**Exemple de activităţi de învăţare**
4.1	Realizarea unor hărţi conceptuale comparative, matematică-fizică.	– să întocmească sinteze de capitole sub forma unor rezumate, tabele, scheme – să rezolve probleme de sinteză – harta conceptuală ca activitate de învăţare
4.2	Să creeze probleme după modelul celor studiate	– exemple de probleme originale – argumentarea matematica a fenomenului fizic-referat ştiinţific
4.3	Să creeze alte tipuri de probleme, originale	– efectuarea schimbului de probleme între elevi
4.4	Să-şi pună în evidenţă creativitatea	– realizarea unor concursuri si comunicari stiintifice

3. CONŢINUTURI

Conţinuturi	Nr.ore
Mulţimi de numere.Sisteme de puncte materiale	3
Figuri geometrice.	2
Calcul vectorial.Geometrie comparată	2
Arii.	2
Cercul	2
Mişcări .Traiectorie.	3
Polinoame şi fracţii algebrice	2
Ecuaţii şi sisteme; probleme	2
Ecuaţii de mişcare.	2
Corpuri geometrice.Volume.Densitate.	3
Inecuaţii. Inegalităţi	2
Legi fizice -interpretare	2
Funcţii.Calculul erorilor	3
Harta conceptuală.Problematizarea informaţiilor.	4
Comunicări ştiinţifice	1

4. MODALITĂŢI DE EVALUARE

-orală : clasică, susţinere referat, argumentare cercetare ştiinţifică
-practică : experiment problematizat, argumentare calculul erorilor.
-scrisă :testari, referate, harta conceptuală
Se va urmări :

- nivelul cunoştinţelor de care dispune elevul
- conexiunile logice pe care este capabil să le facă
- originalitatea materialelor elaborate / prezentate
- gradul de participare la dezbateri

Proiectează o disciplină opţională intercurriculară la clasa a VIII-a.
R: Revezi exemplelel prezentate în paragraful 7.6.

Să ne reamintim...
Pentru elaborarea programei de opţional se propune următoarea schemă de proiectare care este în acord cu modelul programelor de trunchi comun pentru clasele a V-a – a VIII-a:
Argument
Competenţe specifice / Activităţi de învăţare
1.
2.
3.
.....
Lista de conţinuturi
Modalităţi de evaluare

7.7. Utilizarea interdisciplinarităţii la matematică – premisă a cultivării creativităţii elevilor

Şcoala are responsabilitatea de a acţiona pentru stimularea potenţialului creativ al elevilor astfel: să identifice potenţialului creativ al acestora; să creeze premisele unei activităţii creatoare, libere şi conştiente; să dezvolte posibilităţile individuale de comunicare; să dinamizeze potenţialul creativ individual, în sensul valorificării talentelor şi a cultivării unor atitudini creative. (http://www.scritube.com/ştiinţa/matematica/Metode-de-dezvoltare-a-creativ53367.php).

Deşi este o ştiinţă exactă, matematica contribuie la cultivarea creativităţii elevilor.

Corelaţiile interdisciplinare realizate motivează şi condiţionează caracterul sistemic al activităţilor instructiv-educative. Ele ***cultivă aptitudini creative***, favorizează înţelegerea, nu doar memorarea pasivă, dezvoltă capacitatea de a căuta, cultivă încrederea în forţele proprii, stimulează empatia, dezvoltă capacitatea de a rezolva situaţii problematice. De asemenea, favorizează identificarea unicităţii elevului, valorificarea celor mai bune posibilităţi în raport cu propriile aptitudini intelectuale, iar elevii dobândesc o privire de ansamblu asupra vieţii şi universului.

Gândirea creativă poate fi influenţată prin diferite modalităţi : compunerea de exerciţii şi probleme, rezolvarea problemelor prin mai multe metode, utilizarea unor metode interactive de grup, căutarea unor soluţii dincolo de cunoştinţele însuşite, realizarea unor generalizări matematice, ***crearea unor conexiuni între noţiunile şi informaţiile învăţate în diferite discipline***, etc.

Brainstormingul este o metodă ce presupune participarea elevilor la o activitate a cărei trăsătură generală este formularea a cât mai multor idei. Elevii trebuie să-şi expună liber opiniile, indiferent dacă acestea sunt sau nu realiste, dacă conduc sau nu la rezolvarea problemei. Această metodă permite participarea unui număr mare de elevi, dezvoltă relaţiile interpersonale, ***stimulează empatia, emulaţia, creativitatea.***

Exemplu: La întrebarea ***Cum crezi că ar arăta lumea formată numai din figuri geometrice ?*** vom fi surprinşi de varietatea răspunsurilor şi de gradul lor de originalitate. O altă sarcină ce va declanşa o adevărată furtună este să li se ceară elevilor *să realizeze portretul micului matematician.*

Cum ar fi o lume fără matematică ? e o altă întrebare –problemă la care elevii vor răspunde cu mult entuziasm şi vor dovedi multă imaginaţie

Exemplifică o întrebare care să stimuleze creativitatea elevilor.

R: Revezi exemplele de mai sus.

Activităţile în grup sunt foarte apreciate de elevi.

Exemplu:(clasa a-V-a) Se constituie 4 grupe: geografii, istoricii, literaţii, biologii. Fiecare grupă primeşte câte o fişă cu sarcini de lucru, astfel:

Grupa 1: Geografii

Alin şi Mihai pleacă în excursie urmând traseul Braşov-Bucureşti-Constanţa. Alin pleacă cu trenul, iar Mihai cu autocarul. Folosind tabelul de distanţe,calculează:

a) Câţi kilometri a parcurs Alin cu trenul;
b) Câţi kilometri a parcurs de Mihai cu autocarul ;
c) Desenează pe hartă traseul parcurs de cei doi baieţi.

Grupa 2: Istoricii

Ştefan cel Mare a domnit în Moldova între anii 1457-1504, iar Mircea cel Bătrân în Ţara Românească între anii 1386 -1418.
a) Câti ani a domnit fiecare ?
b) Cu câţi ani a domnit mai mult Ştefan cel Mare decât Mircea cel Bătrân ?
c) Lipeşte pe hartă fotografiile celor doi domnitori în locul unde au domnit .

Grupa 3:Literaţii

Folosind tabelul, calculează :
a) În ce an s-a născut Mihai Eminescu ?
b) În ce an s-a născut Ion Creangă?
c) Dacă Mihai Eminescu şi Ion Creangă au decedat în acelaşi an, folosind datele descoperite anterior , aflaţi cîţi ani a trăit fiecare.

Grupa 4 : Biologii

Calculând sumele şi diferenţele , vei afla :
a) Cîte insecte poate înghiţi o broască în 24 de ore ?
458 028 – 457 728 =
b) Cît cîntăreşte cea mai mare broască din lume ;
865 738 -165 734=
c) Broasca se înmulţeşte prin ouă. Află câte ouă poate depune o broască.
a -6 748 = 5 474

Să ne reamintim...

Corelaţiile interdisciplinare cultivă la elevi aptitudini creative, favorizează înţelegerea, nu doar memorarea pasivă, dezvoltă capacitatea de a căuta, cultivă încrederea în forţele proprii, stimulează empatia, dezvoltă capacitatea de a rezolva situaţii problematice.

Gândirea creativă poate fi influenţată prin diferite modalităţi : compunerea de exerciţii şi probleme, rezolvarea problemelor prin mai multe metode, utilizarea unor metode interactive de grup, căutarea unor soluţii dincolo de cunoştinţele însuşite, realizarea unor generalizări matematice, ***crearea unor conexiuni între noţiunile şi informaţiile învăţate în diferite discipline*****,** etc.

7.8. Rezumat

În această unitate de învăţare se detaliază modalităţile de realizare a caracterului interdisciplinar al lecţiilor de matematică din învăţământul preuniversitar.

Se prezintă conceptele: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate şi integrare.

Se expun îndrumări teoretice şi practice pentru abordarea interdisciplinară la matematică în învăţământul preuniversitar.

Se analizează şi se exemplifică probleme de matematică cu conţinut interdisciplinar.

Se propune o schemă de proiectare pentru elaborarea programei de opţional şi se exemplifică o programă de opţional intercurricular.

În final se explică de ce utilizarea interdisciplinarităţii la matematică este o premisă a cultivării creativităţii elevilor.

7.9. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1.Defineşte termenii: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate şi integrare.

2.Formulează un exemplu de abordare interdisciplinară la matematică în învăţământul preuniversitar.

3. Prezintă o problemă de matematică cu conţinut interdisciplinar.

4. Exemplifică o programă de opţional intercurricular.

7.10. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 7.3.

2. Revezi paragraful 7.4.- Exemple.

3. Revezi exemplele din paragraful 7.5.

4. Revezi exemplul din paragraful 7.6.

Unitatea de învăţare 8. Succesul şi insuccesul şcolar. Activitatea suplimentară la matematică

Cuprins

8.1. Introducere 295
8.2. Competenţe 295
8.3. Delimitări coceptuale 296
8.4. Insuccesul şcolar 297
8.4.1. Factorii insuccesului şcolar 297
8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului şcolar 299
8.5. Activitatea suplimentară la matematică 307

8.5.1. Activitatea ajutătoare şi recuperatoare 307
8.5.2. Performanţa în matematică. Cercurile de matematică.Concursurile şcolare 308
8.5.3. Bibliografia suplimentară 318
8.6. Rezumat 320
8.7. Test de autoevaluare 320
8.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 320

8.1. Introducere

Educaţia naţională, realizată în primul rând prin sistemul de învăţământ, este una din principalele pârghii ale dezvoltării societăţii româneşti. Sistemul actual de învăţământ din ţara noastră este rezultatul valorificării creatoare a tradiţiilor valoroase ce s-au cristalizat de-a lungul unei îndelungate evoluţii istorice.

În cadrul procesului de învăţământ un aspect important este eficienţa acestuia, care îmbracă forma succesului sau insuccesului şcolar.

Din punct de vedere pedagogic, important este de a preveni şi preîntâmpina insuccesul şcolar şi nu de a-l consemna şi analiza după ce el a devenit o stare reală.

Eşecurile şcolare se produc foarte inegal pe clase şi chiar pe cicluri de învăţământ. Experienţa arată că eşecurile înregistrate duc, uneori, la o suită de eşecuri viitoare în timp ce abordarea cu succes a unei trepte de învăţământ îi mobilizează pe elevi, le insuflă încredere în forţele lor.

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice ale succesului şi insuccesului şcolar.

8.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

-să definească conceptele de succes şi insucces şcolar;
-să enumere factorii insuccesului şcolar şi metodele de prevenire a acestuia;
- să caracterizeze performanţa în matematică;
-să expună metodologia organizării unui cerc de matematică;
-să prezinte informaţii referitoare la concursurile şcolare la matematică;
-să exemplifice bibliografia suplimentară cu conţinut matematic.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

8.3. Delimitări conceptuale

În literatură ca şi în vorbirea curentă, frecvent sunt utilizate expresii precum randamentul şcolar, succesul şi eşecul ca forme de reuşită sau de nereuşită în activitate, în acţiunile întreprinse.

Randamentul şcolar exprimă nivelul, performanţele şi eficienţa procesului de predare-învăţare la un moment dat şi la sfârşitul perioadei de şcolarizare a unui ciclu, grad, profil sau formă de învăţământ, fiind evidenţiat de estimarea raportului dintre rezultatul didactic ideal (şi necesar) proiectat în documentele şcolare şi rezultatul didactic obţinut. (Bontaş, 1996, p. 211)

Succesul şcolar reprezintă alternativa pozitivă, favorabilă, optimă a randamentului şcolar, denumită şi reuşită şcolară. (Bontaş, 1996, p. 212)

Insuccesul şcolar reprezintă alternativa negativă, nefavorabilă a randamentului şcolar, fiind denumită şi nereuşită şcolară sau eşec şcolar. (Bontaş, 1996, p. 212)

Succesul (insuccesul) şcolar exprimă gradul de adecvare dintre nivelul dezvoltării psihofizice a elevului şi solicitările obiective ce i se adresează în procesul de învăţământ. Detaliind, ***succesul şcolar*** va desemna concordanţa ce se stabileşte între solicitări şi nivelul dezvoltării psihofizice a elevului, iar ***insuccesul*** este un indice al discordanţei dintre cei doi poli. (Nicola, I., 1996 , p. 412)

Succesul şcolar reprezintă randamentul superior în activitatea şcolară în raport cu programa şcolară şi cu finalităţile învăţământului. (Popescu ,V.,V., 1991).

Succesul şcolar se defineşte prin formarea la elevi, în concordanţă cu cerinţele programelor şcolare, a structurilor cognitive (sisteme de cunoştinţe), operaţionale (priceperi, capacităţi, abilităţi), psihomotrice (deprinderi), afectiv-motivaţionale şi socio-morale (atitudini, trăsături de voinţă şi caracter).

Succesul şcolar trebuie analizat din perspectiva obţinerii de către elevi a unui randament şcolar superior, care să le permită în viitor integrarea socio-profesională şi realizarea unei personalităţi productive, receptive faţă de schimbări, intelingente, creative, capabile să ia decizii şi să se adapteze rapid la situaţii noi.

Succesul şcolar poate fi considerat , o expresie a concordanţei între capacităţile şi interesele elevului, pe de o parte şi exigenţele şcolare, formulate şi prezentate elevului, pe de altă parte.

Succesul şcolar ca reuşită şcolară, nu presupune doar obţinerea unor calificative superioare la învăţătură, ci şi integrarea în grupul şcolar, asimilarea unor valori sociale corespunzătoare vârstei. (Dicţionar de pedagogie , 1979, p.394)

Performanţa este rezultatul care este obţinut de elev în urma unei activităţi de învăţare este vorba de un rezultat constatabil, uneori chiar măsurabil. La rândul ei, performanţa atestă existenţa unei competenţe câştigate, în fapt ea reprezintă modalitatea de a proba realizarea obiectivului proiectat. Aşadar , performanţa, în acest sens, nu este un scop în sine, ci un indicator al progresului elevului. (Mircea, Şt., 2006, p. 269)

Performanţa este o realizare de excepţie, care depăşeşte nivelul atins în mod obişnuit. (Mircea ,Şt.,2006, p. 269)

Performanţa este măsura în care un individ rezolvă cu succes o problemă sau o sarcină; gradul însuşirii anumitor conţinuturi, priceperi, deprinderi, cunoştinţe, atitudini. (Schaub, H., Zenke, K.,G., 2001, p. 219)

În lucrarea de faţă conceptul de ***performanţă*** are, semnificaţia de rezultat şcolar, gradul realizării obiectivelor educaţionale propuse.

Evaluarea performanţelor elevilor este o evaluare centrată pe proces şi presupune dezvoltarea abilităţilor de a aplica în practică ceea ce s-a învăţat.

Insuccesul şcolar indică rămânerea în urmă la învăţătură, neîmplinirea cerinţelor obligatorii din procesul instructiv-educativ, este discrepanţa dintre exigenţe, posibilităţi şi rezultate **(**Popescu, V.,V., 1991, p.24**).**

Insuccesul şcolar se defineşte prin rămânerea în urmă la învăţătură a unor elevi, care nu reuşesc să obţină un randament şcolar la nivelul cerinţelor programelor şi ale manualelor şcolare. El este premisa inadaptării la mediul socio-profesional, la nivelul cerinţelor acestuia. Dacă succesul exprimă o potrivire, insuccesul şi rămânerea în urmă la învăţătură sunt simptomele unei discordanţe dintre posibilităţile elevului şi exigenţele impuse de şcoală.

Defineşte conceptele de: succes şi insucces şcolar. ***R:*** Revezi paragraful 8.3.

8.4. Insuccesul şcolar

Cercetările de specialitate fac deosebire între ***tipurile de insuccese,*** cum ar fi:

1. *insuccesul generalizat* – dat de dificultăţile de adaptare, de incapacitatea de a nu face faţă baremelor minime stabilite – sau limitat – redus ca sferă, ca deficienţă doar la unele materii;

2. insuccesul şcolar de tip cognitiv, care reflectă nerealizarea obiectivelor învăţării, manifestat prin luarea unor examene la limită sau nepromovarea acestora – sau ***de tip necognitiv***, ca inadaptare la exigenţele şcolare;

3. insuccesul episodic –de scurtă durată, limitat în timp –şi de lungă durată- cu lacune acumulate în timp, în semestre sau ani de şcoală. (Sălăvăstru, D. , 2004)

Insuccesul ca fenomen psihologic parcurge următoarele ***etape:***

a)faza premergătoare- specifică apariţiei primelor probleme, a primelor goluri în învăţare: încetinirea ritmului; simptome de nemulţumire, lipsa interesului şi a dorinţei de învăţare. Fenomenul poate fi recuperat sau adâncit, în raport cu descoperirea lui şi efortul depus pentru depăşire;

b)faza de retrapaj- cu goluri mari în acumulare, evitarea sarcinilor şcolare şi aversiune faţă de învăţare; perturbarea orelor şcolare, chiulul, obţinerea notelor proaste – fenomen care determină factorii de conducere să rezolve cazul atât oficial cât şi interpersonal;

c)faza eşecului şcolar formal – pus în evidenţă de repetenţie, abandon şcolar cu efecte negative în dezvoltarea elevului, a personalităţii şi integrării acestuia.(Popescu, V.,V. ,1991)

8.4.1. Factorii insuccesului şcolar

Analiza insuccesului şcolar şi identificarea formelor acestuia reclamă cu necesitate aflarea cauzelor, a factorilor săi determinanţi. Cercetările de specialitate susţin că există trei tipuri de factori ai insucceselor şcolare: care ţin de subiect, de elev; care ţin de şcoală, de organizaţie şi de condiţiile pedagogice ale învăţării; care ţin de familie, de mediul de ambianţă, de mediul socio-cultural general (Sălăvăstru, D., 2004).

a) ***Factorii individuali ai insuccesului*** ţin de subiect şi pot fi cauzaţi de existenţa unor probleme de sănătate: boli organice, deficienţe fizice, senzoriale, ori de factori psihologici individuali , fie de natură endogenă sau exogenă; a unor determinări anatomo-fiziologice – malformaţii, deficienţe senzoriale (hipoacuzia, ambliopia, dislexia etc.); de factori individuali de natură endogenă –deficienţă mentală (un IQ redus), autism infantil, hiperexcitabilitate etc.

Deficienţa mentală, unul dintre factorii importanţi ai insucceselor şcolare, exprimă diminuarea funcţiilor cognitive ale subiectului în diferite grade.

Hiperexcitabilitatea/irascibilitatea se manifestă în forma unor crize impulsive, ca reacţii de abandon şi necooperare de orice fel. Se întâlneşte la emotivi, deci cu instabilitate emoţională, la cei cu reacţii intense şi disproporţionate pentru orice fel de evenimente; subiecţii sunt supuşi schimbărilor devenind irascibili şi greu de integrat în mediul şcolar.(Sălăvăstru, D. , 2004)

b) ***Factorii psihologici*** exogeni se referă la faptul că elevii sunt supuşi unor stări depresive, de şoc şi care dezorganizează personalitatea acestuia, îl inhibă atât intelectual, atitudinal cât şi voliţional, stări care apar sub influenţa unor situaţii tensionate, de conflict, de frustrare. Asemenea situaţii dezvoltă anxietatea, insecuritatea la copil, îndeosebi în familiile cu autoritate agresivă, agasantă, lipsindu-l pe acesta de o comunicare liberă şi sinceră, de afectivitate; obligaţia de a îndeplini sarcini neconcordante vârstei, lipsa toleranţei, a înţelegerii, aplicarea de pedepse, de persecuţii de către familie sau şcoală, produc modificări în structurile de caracter şi de atitudine ale copilului, dezvoltând la acesta egoismul, hipersensibilitatea sau agresivitatea. Aceste stări conduc la formarea unui comportament şi o inducere a insuccesului.

c) ***Factorii şcolari ai insuccesului*** se referă la contribuţiile şcolii la producerea acestui fenomen, din care:

- rigiditatea ritmurilor învăţării- obligativitatea asimilării conţinuturilor programelor didactice în unităţi de timp unice pentru elevi; ignorarea particularităţilor/dificultăţilor individuale;

- diversitatea, diferenţa dintre structurile şi stilurile profesorilor, a exigenţelor unor şcoli/clase privind cerinţele tot mai ridicate în plan cognitiv faţă de elevi;

- tratarea şi abordarea exclusiv frontală a procesului educativ, prioritate având clasa sau obiectivele ei – ignorându-se particularităţile psiho-cognitive ale elevilor;

- volumul demografic sau numărul de elevi în clasă: numărul mare de elevi într-o clasă creează dificultăţi în desfăşurarea procesului didactic, face greoaie coparticiparea la actul didactic, iar competiţia este lentă;

- eterogenitatea clasei- dată de şcolarizarea obligatorie a tuturor copiilor de aceeaşi vârstă, face posibilă prezenţa în aceeaşi clasă a copiilor cu aptitudini şi ritmuri intelectuale diverse: copii cu niveluri de dezvoltare intelectuală modestă vor îngreuna dezvoltarea celor cu niveluri intelectuale mai înalte, doar crearea de clase/şcoli cu elevi cu asemenea niveluri de dezvoltare (elitiste) vor rezolva pozitiv aceste aspecte;

- stilurile didactice deficitare - au contribuţia lor în producerea insucceselor şcolare: suprasolicitarea intelectuală şi nervoasă, în exces a elevilor; rigiditate intelectuală, neabaterea de la manualul şcolar; folosirea excesivă a exerciţiilor practice în detrimentul predării noilor cunoştinţe teoretice, a informaţiilor, noţiunilor sau principiilor necesare înţelegerii conţinutului programei, considerându-se că acestea sunt mai uşor de însuşit prin activităţi individuale; punerea accentului pe memorare, pe reproducere, pe activităţi de tip frontal, la care se adaugă subiectivitatea profesorului în evaluarea partenerului didactic ca şi slabele cunoştinţe ale acestuia privind psihologia copilului şi a învăţării;

- deficienţe privind resursele şcolare- ţin de; managementul şcolar, al clasei; slaba dotare tehnică; fixarea orarului săptămânal sau semestrial, cu mari disproporţii privind încărcarea elevilor; existenţa unui climat conflictogen, tensionat, nepropice actului didactic.

d) ***Factorii familiali*** – sunt categoria de factori care pot influenţa favorabil sau nefavorabil activitatea şcolară a copilului. Familia devine factor favorizant atunci când creează condiţiile materiale şi nemateriale, culturale, morale ca şi capacităţile psihosociale necesare acestor acţiuni; când dezvoltă atmosfera, climatul psihosocial propice instrucţiei şi educaţiei propriului copil; când devine stimulent, mobil motivator al activităţilor educaţionale, culturale, când relaţiile intrafamiliale probează şi promovează valorile culturale. După cum poate fi şi factor nefavorizant când se află în afara parametrilor favorizanţi, respectiv: când apare disjuncţia între valorile promovate în şcoală şi cele apărate de familie, dezorientând copilul; când există o stare materială precară, când se optează pentru cursuri de scurtă durată şi profesii imediate, cerute pe piaţa muncii. Investigaţiile asupra eşecului şcolar reliefează o relaţie între frecvenţa acestuia şi mediul socioeconomic al copilului aflat în dificultate. (Sălăvăstru, D. , 2004, p. 242).

e) ***Factorii de ambianţă***- sunt cei care ţin de contextul social, respectiv, atenţia de care se bucură acest domeniu socializator, de formare a personalităţii umane din partea societăţii, a factorilor de decizie politică, importanţa acordată învăţământului, integrării lui, a succesului profesional şi social al beneficiarilor.

Din păcate şcoala nu propune exerciţii de viaţă, ci e mai mult un spaţiu închis, centrat pe conţinuturile academice, considerate ca fiind singurele capabile să asigure succesul în viaţa publică. (Sălăvăstru, D., 2004, p. 248-249).

Exemplifică din propria experienţă, un factor al insuccesului şcolar.

R: Revezi şi paragraful 8.4.1.

8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului şcolar

Principalele ***modalitaţi de prevenire a eşecului şcolar*** adoptate în programul reformei curriculare sunt:

- obligativitatea frecventării orelor de curs în învăţământul preuniversitar;

- extinderea şi diversificarea reţelei de unităţi şcolare;
- reducerea efectivelor de elevi pe clasă;
- dotări moderne pentru şcoli;
- evitarea memorării excesive;
- folosirea capacitaţilor de acţiune creativă a elevilor;
- formarea unor depinderi de muncă intelectuală;
- respectarea principiilor pedagogice şi psihologice;
- abordarea unor strategii moderne şi abordarea metodelor activ-participative în cadrul procesului de învăţământ;
- introducerea mijloacelor de învăţământ în cadrul demersului didactic, pentru a trezi curiozitatea elevilor şi a stârni interesul pentru cunoaştere;
- evitarea surmenajului, a supraîncărcării;
- introducerea şi generalizarea tehnicilor de cunoaştere şi diagnosticare a personalităţii elevilor, a nivelului de instruire şi educaţie, a cauzelor rămânerii în urmă la învăţătură;
- promovarea unui program de recuperare cu copiii problemă;
- colaborarea şcolii cu familia şi alţi factori educativi.

Cunoaşterea individualităţii elevilor constituie un factor important în prevenirea, depistarea, combaterea eşecului şcolar.

Prin ***diferenţierea şi individualizarea activităţii***, manifestând mult optimism, se poate sădi în sufletele copiilor bucuria succesului.

Pentru a-i ajuta pe elevi să progreseze la învăţătură, potrivit particularităţilor de vârstă, nivelului de pregătire al acestora, se recomandă ***abordarea învăţământului diferenţiat, munca pe grupe sau în echipă.***

Grupele vor fi reduse numeric şi relativ omogene, funcţie de un anumit criteriu, folosind metode, procedee, sarcini de învăţare adecvate, specifice fiecărui grup.

Deosebit de necesară pentru promptitudinea şi ***eficienţa măsurilor ameliorative şi corective*** ce se introduc este ***monitorizarea, de către profesor a greşelilor esenţiale pentru fiecare elev, cât şi a celor tipice pentru întreaga clasă.***

Evidenţa greşelilor trebuie monitorizată astfel încât, profesorul să ştie pentru fiecare elev:
- care sunt capacităţile şi subcapacităţile pentru formarea cărora elevul are nevoie de sprijin;
- în ce probleme este nevoie de un plus de explicaţii şi indicaţii;
- unde şi cum trebuie intervenit pentru dezvoltarea deprinderilor;
- care sunt operaţiile gândirii suficient exersate.

Se ştie că, elevul care înregistrează eşec după eşec, indiferent de cauzele iniţiale ale insuccesului, nu-şi formează sentimentul siguranţei şi al încrederii în sine.

Trebuie evitate etichetările negative, defavorabile, acestea având un efect negativ asupra copilului, cu atât mai mare, cu cât personalitatea lui este mai fragedă.

Succesul dozat în mod corect, în raport cu natura şi dificultatea obiectivă a sarcinilor, pe de-o parte, şi cu particularităţile individuale, pe de altă parte, constituie o cale accesibilă şi eficientă a prevenirii şi combaterii rămânerii în urmă la matematică.

În concluzie, acţiunea de prevenire şi combatere a rămânerii în urmă la învăţătură este una dintre cele mai complexe şi mai dificile acţiuni pedagogice. Ea presupune o acţiune sistematică de instruire şi educare a elevului. Ajutorul la învăţătură dat de cadrul didactic nu este mereu eficient şi asta deoarece nu respectă unele aspecte:

- ajutorul trebuie dat în timpul lecţiei (eventual printr-o repetare a rezolvării problemei), iar când este dat în afara lecţiei trebuie să fie diferenţiat;
- ajutorul trebuie să asigure participare conştientă şi liberă a elevului la însuşirea de cunoştinţe, să pună în valoare toate resursele elevilor, să educe simţul de răspundere personală;
- ajutorul trebuie să dezvolte intelectul elevului.

Alături de cadrele didactice, părinţii au un rol important în progresul şcolar al copilului şi în înlăturarea, sau mai bine zis prevenirea, eşecului şcolar. Forma principală de ajutor constă în crearea unui mediu familial favorabil: condiţii şi regim de studiu corespunzător (camera să fie aerisită, învăţatul să se desfăşoare la ore rezonabile), încurajare şi stimulare a simţului de responsabilitate, susţinerea şi întărirea satisfacţiei în muncă a copilului etc.

Climatul emoţional pozitiv din familie, participarea sinceră, spontană a părinţilor la greutăţile dar şi la bucuriile şcolare ale copiilor reprezintă stimuli hotărâtori, decisivi, în ceea ce priveşte combaterea insuccesului şcolar prin trezirea, menţinerea şi dezvoltarea atitudinii pozitive şi a interesului copiilor faţă de învăţătură.

Controlul sistematic şi continuu asupra muncii şcolare a copilului este o altă formă de ajutor venită din partea părinţilor. Acesta trebuie să fie persistent însă discret. Se poate realiza prin convorbiri, observarea copilului în timpul studiului, verificarea caietelor de temă, schimbul de informaţii cu dirigintele/profesorul referitor la munca şcolară a copilului etc.

Cadrul didactic trebuie să pună un accent tot mai mare, la lecţie, atât pe predarea cunştinţelor cât şi pe aplicaţiile practice efectuate cu elevii, pe sistematizarea şi integrarea cunoştinţelor, pe munca individuală a elevilor. Trebuie să insiste asupra formării priceperilor de muncă intelectuală la elevi, mijloacele de expunere, dicţia cadrului didactic contribuind la nuanţarea ideilor cuprinse în lecţie, la alegerea celor mai insemnate dintre ele.

Un ***rol hotărâtor în prevenirea rămânerii în urmă*** la învăţătură îl are ***elevul însuşi***. Fără participarea lui activă la însuşirea cunoştinţelor, nu poate fi vorba de succes şcolar. Acest lucru poate fi realizabil la elevi prin perfecţionarea metodei de lucru, a priceperilor şi deprinderilor de muncă şcolară prin dezvoltarea tendinţei de realizare în cele mai bune condiţii a îndatoririlor şcolare şi mai ales prin valorificarea aptitudinilor şi intereselor deja formate la elevi pentru dezvoltarea unei noi atitudini.

Un ***rol hotărâtor în prevenirea rămânerii în urmă*** la învăţătură îl are ***elevul însuşi***. Fără participarea lui activă la însuşirea cunoştinţelor, nu poate fi vorba de succes şcolar. Acest lucru poate fi realizabil la elevi prin perfecţionarea metodei de lucru, a priceperilor şi deprinderilor de muncă şcolară prin dezvoltarea tendinţei de realizare în cele mai bune condiţii a îndatoririlor şcolare şi mai ales prin valorificarea aptitudinilor şi intereselor deja formate la elevi pentru dezvoltarea unei noi atitudini.

Măsurile cu caracter general care pot fi luate de cadrul didactic în vederea ***prevenirii rămânerii în urmă la învăţătură*** sunt:

- crearea climatului şi atmosferei psihice necesare;
- creşterea treptată a nivelului exigenţelor şi verificarea sistematică a pregătirii elevilor;
- activizarea elevilor în timpul lecţiei şi creşterea continuă a nivelului muncii independente a acestora;
- realizarea de evaluări sistematice**.**

Sugestii menite să orienteze activitatea profesorului, astfel încât acesta să-i ajute pe elevi să rezolve cu succes diferite tipuri de teste aplicate în evaluarea curentă sau în condiţii de examen. (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.150)

Dificultate întâmpinată

Elevii nu sunt familiarizaţi cu forma testului, cu modul de completare a răspunsului, cu utilizarea unor foi de răspuns.

Sugestii de remediere

Daţi elevilor să exerseze rezolvarea a diferite tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi. Pe parcursul clasei a VIII-a este necesar ca la capătul unei unităţi de învăţare, ca şi la sfârşit

de capitol, elevii să fie verificaţi printr-un test cuprinzând itemi standard în forme variate.

Obişnuiţi-i pe elevi să utilizeze tehnica excluderii la itemii cu alegere multiplă.

Dificultate întâmpinată

Evaluarea prin teste îi poate face pe unii elevi să aibă impresia că trebuie să facă faţă unor cerinţe foarte înalte.

Sugestii de remediere

Încurajaţi-i pe elevi să privească testul doar ca un mod de a arăta ceea ce au învăţat.

Amintiţi-le elevilor să nu se necăjească dacă au întâlnit un item care nu le este familiar.

Poate fi avantajos să sară peste acel item, să revină la el mai târziu, sau să încerce ghicirea soluţiei.

Dificultate întâmpinată

Elevii nu sunt pregătiţi mental şi/sau fizic pentru a fi testaţi.

Sugestii de remediere

Informaţi părinţii asupra condiţiilor testului. Încurajaţi-i pe părinţi să creeze copiilor o atmosferă de calm şi încredere în preajma testului şi să se asigure că aceştia s-au odihnit suficient.

Asiguraţi-vă că elevii au toate materialele necesare pentru test (creion, gumă, riglă etc.)

Nu daţi impresia că testul este mai important decât este în realitate. În această situaţie, elevii devin mult mai anxioşi şi stresaţi.

Dificultate întâmpinată

Majoritatea elevilor săvârşesc greşelile tipice.

Sugestii de remediere

Analizaţi în mod continuu în clasă greşelile elevilor. Comentaţi aceste greşeli, atenţionaţi asupra condiţiilor de apariţie a lor şi asupra căilor de remediere.

Atenţie! Nu culpabilizaţi elevii în cadrul acestor discuţii. Propuneţi sistematic elevilor exerciţii capcană, în care trebuie identificată greşeala.

Dificultate întâmpinată

Limbajul sau vocabularul unui test standardizat pot crea elevilor dificultăţi.

Sugestii de remediere

Folosiţi forme variate de exprimare pentru a reda o anumită sintagmă sau un anumit concept. Formulaţi periodic întrebările unor teste în limbaj standard, dar şi în limbaj uzual.

Exemplu: Presupunând că în urma aplicării la clasa a VIII-a a unei probe de evaluare similare cu cea de la testarea naţională din anul precedent, o treime din elevi au obţinut note sub 5, se indică mai jos posibile modalităţi pentru remedierea acestei situaţii.

Varianta 1-de remediere a situaţiei costatate

Concluzia, în urma simulării, este că elevii trebuie pregătiţi suplimentar prin activităţi de remediere (activităţi de învăţare) :

Activităţi de remediere	**Mod de desfăşurare**
Corectarea	Frontal , la tablă, profesorul şi unde este cazul, cu elevii care au

testului dat la simulare	dat răspunsuri bune, rezolvă toate exerciţiile de la testul de simulare, iar elevii scriu în caiete aceste rezolvări, inclusiv modul de redactare, asupra căruia insistă profesorul. Profesorul solicită elevii să arate cum au înţeles rezolvarea , pentru a identifica ceea ce nu se cunoaşte de fapt şi greşelile tipice pe care le fac elevii.
Fixarea materiei prin teme	Elevii primesc tema cu exerciţii asemănătoare celor de la simulare. Tema va fi verificată în clasă, prin prezentarea la tablă a rezolvărilor ,de către elevii care au avut dificultăţi la simulare.
Recapitularea sistematică a materiei	Elevii care dovedesc lacune în cunoştinţele de bază, vor primi teme de recapitulare pe baza unui plan întocmit de profesor.
Mobilizarea întregului efectiv al clasei	Rolul activităţilor de remediere este de a pregăti pe toţi elevii pentru rezultate la testări pe măsura cunoştinţelor lor. Elevii mai bine pregătiţi vor primi exerciţii pe măsura posibilităţilor lor , pregătirea elevilor cu lipsuri în cunoştinţe se va face prin teme specifice iar la tablă vor fi abordate exerciţii la care va participa toată clasa, fiecare pe măsura cunoştinţelor lui.
Obţinerea încrederii în forţele proprii	Elevii dezamăgiţi în urma simulării , cei 1/3 din efectiv la care se adaugă cei nemulţumiţi de nota prea mică , îşi vor recăpăta încrederea după ce vor parcurge programul de remediere. Părinţii îi vor sprijinii pe copiii lor urmărind să se odihnească

	suficient şi să-şi folosească timpul eficient pentru pregătirea temelor.

Varianta 2-de remediere a situaţiei costatate

Modalităţi de remediere

Testarea sumativă se aplică de regulă la sfârşitul lunii aprilie. Până la data evaluării naţionale există de obicei un interval de 6-7 săptămâni. Remedierea situaţiei descrise se poate realiza pe mai multe căi dar eficienţă maximă are un program de pregătire suplimentară intensivă desfăşurat la şcoală în afara orelor de curs. Elementele de bază ale acestui program sunt:

-organizarea de şedinţe suplimentare de pregătire zilnice (maxim o oră) pe teme fundamentale de algebră şi geometrie pentru elevii care au obţinut note mici la testare;

-fiecare temă de pregătire este însoţită de un scurt test cu 2-3 exerciţii din aria aferentă temei abordate;

- fiecare temă trebuie să cuprindă un volum mic de teorie şi multe exemple; este de preferat ca teme care în mod curent au alocate în planificări una-două ore la clasă să fie împărţite în subteme mai mici la şedinţele de pregătire;

- pregătirea elevilor slabi la matematică trebuie făcută în paşi mici, iar exerciţiile propuse trebuie să fie abordate la tablă prin rotaţie de către toţi elevii grupei de pregătire;

- la sfârşit de săptămână se aplică un test sumativ din temele abordate în săptămâna curentă;

- la sfârşit de lună se poate aplica un test de două ore din tematica acoperită în luna curentă, dar după încheierea pregătirii intensive se aplică obligatoriu un test final;

-toate testele aplicate se discută apoi punctual cu elevii; se rezolvă toate problemele la tablă implicând în principiu acei elevi pentru care rezolvarea acelor probleme s-a dovedit dificilă sau imposibilă.

Propuneri de teme/ore alocate la clasa a VIII-a:

1.Mulţimi de numere / 2ore
2.Intervale.Operaţii cu intervale / 2 ore
TEST / 1 oră
3.Calcul în R / 2 ore
4.Formule de calcul prescurtat / 2 ore
TEST / 1 oră
5.Descompuneri în factori / 2 ore
6.Operaţii cu rapoarte şi expresii reprezentate prin litere / 2 ore
TEST / 1 oră
7.Funcţia de gradul I - reprezentare grafică, intersecţii cu axele / 2 ore
8.Ecuaţia de gradul I / 2 ore
TEST / 1 oră
9.Ecuaţia de gradul II / 2 ore
10.Sisteme de ecuaţii / 2 ore
TEST / 1 oră
11.Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor şi sistemelor / 2 ore
12.Procente.Mărimi direct şi invers proporţionale / 2 ore
TEST / 1 oră
13.Calcul de arii şi volume la corpuri geometrice studiate / 2 ore

14. Calcul de distanţe şi unghiuri în corpurile studiate / 2 ore
TEST / 1 oră
TEST FINAL / 2 ore
TIMP TOTAL ALOCAT PREGĂTIRII SUPLIMENTARE (semstrul II) : 7 săptămâni

Varianta 3-de remediere a situaţiei costatate

Modălităţi de remediere:
1.Investigaţia prin discuţia cu elevii sau/şi cu părinţii acestora în vederea identificării opiniei acestora referitoare la rezultatele slabe obţinute;
2.Chestionare ce vor cuprinde întrebări scurte şi clare referitoare la situaţia creată. Toţi elevii răspunzând la aceleaşi întrebări, se poate construi un tablou obiectiv al cauzelor ce au dus la rezultatele slabe;
3.Observarea sistematică a comportamentului elevilor cu notarea şi prelucrarea acestor date;
4.Teste de autoevaluare**,** pentru a-şi vedea propriul nivel de pregătire;
5.Profesorul realizează un ***plan de remediere a situaţiei prin identificarea punctelor slabe comune*** în pregătirea elevilor (fişă de lucru cu eventualele greşeli; prezentarea unor exerciţii cu „rezolvare" greşită şi concluzie evident falsă şi identificarea greşelii împreună cu elevii; recapitularea noţiunilor şi aprofundarea acestora pentru categoriile de probleme şi exerciţii la care s-au constatat greşeli;
elevii să exerseze rezolvarea a diferite tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi);
6.Profesorul discută cu elevii toate nelămuririle acestora şi le clarifică ce nu au înţeles.
7.Aplicarea unor metode moderne de predare-învăţare ca de exemplu ***instruirea asistată de calculator***. Aceasta, prin gradul sporit de atractivitate de care beneficiază, poate ajuta elevii atât la creşterea interesului faţă de matematică cât şi la o înţelegere sporită a conţinuturilor. Învăţământul asistat de calculator poate contribui la dezvoltarea raţionamentului, imaginaţiei şi creativităţii, precum şi a capacităţii de autoevaluare.
8.Evaluarea cu ajutorul calculatorului. Spre deosebire de metodele de evaluare tradiţionale, evaluarea cu ajutorul calculatorului este obiectivă.
9.Folosirea unor fişe de evaluare. Acestea vor conţine diverse exerciţii şi probleme ce urmează a fi rezolvate de elevi în timpul lecţiei. Fişa de evaluare este utilă şi pentru obţinerea feedback-ului de către profesor, pe baza căruia el poate face precizări şi completări.

Varianta 4-de remediere a situaţiei costatate

Dintre cauzele care au putut conduce la aceste rezultate enumerăm :
1. Elevii nu cunosc(sau cunosc insuficient) forma şi procedura de testare.
Remediere:
a) Structura testelor date la clasă trebuie să fie asemănătoare cu structura testului naţional.
b) La începutul fiecărui test profesorul trebuie să explice clar modul de lucru şi baremele. Trebuie date indicaţii privind gestionarea timpului alocat rezolvării(elevul are tendinţa de a "pierde timpul" pe marginea unui item la care nu ştie răspunsul).
c) Evaluarea curentă se va face cu itemi asemănători celor din testul naţional.

2. Conştinetizarea importanţei testului: testul nu trebuie să fie nici mai mult nici mai puţin important decât trebuie să fie. La examenul final elevul trebuie să folosească "la maxim" resursele de care dispune. Rezistenţa la efort, gestionarea stărilor interioare, găsirea echilibrului mental sunt de competenţa şcolii şi familiei elevului.

3. Greşeli – identificarea /remedierea la orele de curs a celor mai frecvente greşeli.

4. Elevii nu stăpânesc materia de examen.

Remediere:

a) Lecţii recapitulative.

b) Ore de consultaţii şi meditaţii.

c) Teme individuale/lucru diferenţiat.

Posibile modalităţi de remediere a situaţiei:

- se analizează la clasă greşelile tipice ale elevilor, se comentează aceste greşeli, atenţionând asupra condiţiilor de apariţie a lor şi asupra căilor de remediere şi nu se culpabilizează elevii în cadrul acestor discuţii;
- se propun elevilor alte exerciţii-capcană, în care trebuie identificată greşeala;
- se pot pune elevii cu note mai mari să explice frontal unele exerciţii;
- se poate lucra la clasă diferenţiat, având fişe de lucru diferenţiate;
- unii elevi pot avea dificultăţi privind limbajul unui test standardizat, de aceea, se pot folosi forme variate de exprimare, formulând periodic întrebările unor teste în limbaj standard, dar şi în limbaj uzual;
- se poate propune elevilor un joc: să scrie pe bileţele anonime, motivele rezultatelor slabe obţinute la test, se citesc apoi bileţelele cu voce tare în clasă şi se discută, realizând astfel un feedback din partea elevilor;
- elevii trebuie învăţaţi să nu se necăjească dacă nu pot rezolva un item şi să nu se blocheze, şi că este uneori avantajos să sară peste acel item şi să revină la el mai târziu, sau să încerce ghicirea soluţiei în ultimă instanţă;
- elevii trebuie să mai exerseze rezolvarea altor tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi;
- se informează părinţii cu privire la rezultatele testului, încurajându-i să creeze o atmosferă de calm şi încredere în preajma testului, asigurându-se că elevii s-au odihnit suficient.

Căi practice de îmbunătăţire a performanţelor elevilor (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.151)

Evaluarea trebuie să contribuie la motivarea activităţii elevului şi să furnizeze profesorului diagnoze şi prognoze asupra activităţii didactice.

Se recomandă în continuare câteva modalităţi prin care evaluarea poate contribui la îmbunătăţirea performanţelor elevilor:

- Aplicaţi metode şi instrumente cât mai variate de evaluare. Anterior, explicaţi elevilor aceste metode şi simulaţi evaluarea prin câteva exemple.
- Analizaţi rezultatele testelor, discutând metodele posibile de rezolvare, greşelile tipice, modalitatea de acordare a notelor.
- Dacă rezultatele unui test nu sunt conforme cu aşteptările dumneavoastră sau ale elevilor, repetaţi testul într-o formă echivalentă la un interval scurt de timp şi fixaţi nota finală prin medie ponderată. În acest fel, puteţi verifica fidelitatea testului şi acordaţi elevilor posibilitatea unei a doua şanse.
- Alternaţi metodele de evaluare spontane (examinare orală, lucrări neanunţate) cu metode planificate. Nu faceţi publică o regulă de succesiune a elevilor pentru examinarea orală!
- Folosiţi metoda observării sistematice pe o perioadă mai mare de timp pentru a impulsiona activitatea elevilor.

- Încurajaţi elevii să vorbească despre activitatea pe care o desfăşoară. Întrebaţi-i de ce au luat o anumită decizie în rezolvare. Adresaţi-le întrebări care să-i facă să gândească, să prezinte un raţionament. In acest mod puteţi descoperi unde s-a produs neînţelegerea.
- Toate aspectele legate de limbaj şi de vocabular sunt esenţiale pentru succesul elevului la teste.

În activitatea de rezolvare a unei probleme, elevii trebuie să recunoască simbolurile, să relaţioneze aceste simboluri cu imagini şi cuvinte. Ei trebuie să înţeleagă conţinutul unui test adresat lor indiferent de forma în care este prezentat.

Următoarele aspecte trebuie avute în vedere.

- Se poate întâmpla ca un elev să răspundă greşit numai din cauză că limbajul folosit în enunţ îi este nefamiliar. Stimulaţi elevii să abordeze sarcini variate, chiar dacă acestea apar în contexte neobişnuite.
- Adesea elevii nu realizează că materialul din test este similar celui întâlnit în activitatea la clasă. Este important să fie conştientizată ideea că aceleaşi exerciţii şi probleme pot apărea în diferite forme.
- Terminologia utilizată în diferite teste standard poate fi diferită de cea utilizată în mod curent în clasă. Utilizaţi cât mai frecvent denumiri şi/sau definiţii echivalente.
- Unele confuzii pot fi generate de utilizarea unor cuvinte cu sensuri multiple sau cu sensuri diferite în cotidian faţă de sensul matematic. Identificaţi şi evidenţiaţi situaţiile respective.
- Apariţia unui enunţ formulat ambiguu poate avea consecinţe nefaste pentru un elev aflat în emoţiile unui examen. Pentru a preîntâmpina această situaţie:
- propuneţi enunţuri incomplete şi cereţi elevilor să le completeze;
- propuneţi enunţuri discutabile şi cereţi elevilor să le interpreteze;
- conduceţi elevii spre formarea unei strategii de abordare a unor astfel de situaţii.

În scopul ***proiectării şi implementării unor activităţi recuperatorii*** trebuie avute în vedere următoarele aspecte:

-proiectarea de activităţi didactice diferenţiate şi individualizate;
-stimularea învăţării prin folosirea metodelor interactive de grup;
-realizarea sistematică de evaluări pentru identificarea atât a rămânerilor în urmă, cât şi a performanţei;
-proiectarea unor activităţi interdisciplinare;
-dezvoltarea interesului şi a motivaţiei pentru învăţarea matematicii;
-organizarea optimă a clasei pentru asigurarea eficienţei;
-asigurarea ritmului individual propriu de lucru ;
-realizarea de activităţi cu caracter practic-aplicativ, învăţare din viaţa reală pentru viaţa reală;
-realizarea de evaluări sistematice.

Se vor realiza activităţi de învăţare cât mai diversificate, pentru a da fiecărui elev posibilitatea să se manifeste. De asemenea ***pentru elevii cu CES se vor elabora planificări personalizate, în funcţie de specificul fiecăruia, după curiculum şcolar adaptat***.

Recuperarea rămânerii în urmă la matematică se va realiza atât printr-un ***program de lucru suplimentar (1 -2 ore pe săptămână)*** cât şi pe parcursul lecţiilor prin ***activităţile diferenţiate;*** mai dificil va fi în cazul celor care au multe absenţe.

Cei mai mulţi dintre copiii cu rămâneri în urmă la matematică au şi probleme legate de imaginea de sine şi de stima de sine, de aceea strategiile didactice interactive prin specificul lor pot soluţiona şi problemele de acest gen.

Tot pentru recuperare elevii pot lucra ***exerciţii suplimentare de antrenament şi de bază***, exerciţii pentru care se realizează o interevaluare sub coordonarea profesorului.

Se reiau aspectele neînţelese la lecţie şi se aprofundează atât prin strategii didactice interactive cât şi prin metode tradiţionale.

Activitatea de învăţare fundamentală în recuperare, în special la copiii cu deficienţă mintală, este jocul. Astfel plecând de la situaţii de învăţare sub formă de joc, se poate obţine întărirea comportamentelor şi raţionamentelor corecte, motivarea copulului deficient spre explorare şi cunoaştere.

Reguli de respectat pentru a preveni eşecul şcolar

Există o serie de reguli pe care profesorul trebuie să le respecte pentru a îndruma elevii spre eficienţa şcolară. Acestea sunt:

1. ***Să fie interesat de subiect şi să transmită entuziasmul său şi elevilor;***
2. ***Să stăpânească bine subiectul;***
3. ***Să cunoască căile pe care se dobândesc cunoştinţele, calea cea mai bună de a învăţa este de a descoperi singur;***
4. ***Să se străduiască să citească pe feţele elevilor, să încerce să le ghicească anticipările şi dificultăţile, să se pună în locul lor;***
5. ***Să le transmită elevilor nu numai informaţii, ci şi obişnuinţa muncii metodice;***
6. ***Să-i facă pe elevi să înveţe să ghicească;***
7. ***Să-i facă pe elevi să înveţe să demonstreze;***
8. ***Să fie atent la acele trăsături ale problemei de azi care ar putea fi utile la rezolvarea problemelor de mâine;***
9. ***Să nu dezvăluie dintr-o dată tot secretul – să-i lase pe elevi să-l ghicească, înainte de a-l spune (cu ajutorul întrebărilor şi aluziilor elevii pot intra foarte eficient în miezul problemei, sfârşind prin a-l descifra);***
10. ***Să sugereze, nu să "bage pe gât".***

Odată respectate aceste reguli, eşecul şcolar nu-şi va spune cuvântul!

Întocmeşte o strategie proprie în scopul combaterii insucceselor şcolare la matematică. ***R:*** Revezi şi paragraful 8.4.2.

Să ne reamintim...

- Pentru ***proiectarea şi implementarea unor activităţi recuperatorii*** se au în vedere următoarele aspecte:
  - folosirea strategiilor didactice de diferenţiere şi individualizare;
  - dinamizarea învăţării prin folosirea strategiilor didactice interactive;
  - realizarea de evaluări sistematice;
  - proiectarea unor lecţii interdisciplinare;
  - dezvoltarea interesului şi a motivaţiei pentru învăţarea matematicii;
  - organizarea optimă a clasei pentru asigurarea eficienţei;
  - realizarea de activităţi cu caracter practic-aplicativ, învăţare din viaţa reală pentru viaţa reală.

8.5. Activitatea suplimentară la matematică

Forme de activitate matematicã cu elevii, în afara clasei:

Printre ***activităţile extraşcolare*** care vin în completarea şi dezvoltarea cunoştinţelor dobândite în cadrul orelor de curs sunt şi: ***consultaţiile, pregătirea pentru participarea la concursurile şcolare, cercurile pe obiecte şi meditaţiile***.Toate acestea au ca principală valenţă formativă stimularea creativităţii elevilor.

8.5.1. Activitatea ajutătoare şi recuperatoare

Activitatea matematică în afara clasei, ajutătoare şi recuperatoare se adresează elevilor neinteresaţi, cu rezultate slabe la matematică, ale căror cunoştinţe sunt sub nivelul minim acceptat pentru clasa în care se găsesc.

Rezultatele nesatisfăcătoare la evaluările iniţiale reprezintă primul semnal de alarmă pentru elevii care mai târziu, prin lipsa caietelor de teme, prin dezinteresarea faţă de activitatea de la orele de matematică, confirmă situaţia dificilă în care se găsesc.

Pe lângă atenţia sporită în cadrul orelor curente a profesorului faţă de ei, încadrarea lor în grupe eterogene, solicitarea lor mai deasă la răspunsuri, încredinţarea unor sarcini şcolare (aducerea cretei, strângerea lucrărilor, etc.), este necesar să se acorde acestor elevi un timp special folosit în activităţi suplimentare ca: consultaţii, meditaţii, întrevederi cu familia, organizarea întrajutorării colegiale.

Consultaţiile sunt individuale şi ele sunt acordate la solicitarea elevului. Ele se pot realiza după ore, înainte de ore, sau într-un timp rezervat special şi durează 15-30 minute.

La consultaţii se încearcă explicarea unor nelămuriri precise prin câteva exerciţii şi propunerea pentru acasă a altora asemănătoare.

Meditaţiile sunt colective, scopul lor este de a uşura înţelegerea materiei curente, dar nu sunt excluse nici acoperirile golurilor mai vechi. Ele pot dura 1 oră. În scopul ca profesorul să nu-şi consume prea mult timp cu aceşti elevi, toţi elevii de aceeaşi clasă, indiferent de profesor, pot fi grupaţi la meditaţii comune, ţinute pe rând de câte unul din cadrele didactice care predau la clasele respective.

Se poate încerca şi întrajutorarea, adică ajutorul colegial pe care un coleg de clasă mai bine pregătit i-l acordă colegului cu deficienţe. Explicaţiile date într-un cadru lipsit de tensiune, într-un limbaj mai “neoficial”, au o influenţă pozitivă şi asupra celui care le primeşte, dar şi asupra celui care le dă, acesta fiind obligat să exprime clar ceea ce cunoaşte, să găsească uneori explicaţii la întrebările pe care el personal nu şi le-a pus şi care luminează unele părţi ale teoriei.

Toate activităţile în afara clasei, amintite mai sus sunt soluţii “extreme” şi ideal ar fi ca cel în cauză să se apuce de învăţat. Pentru aceasta, materia trebuie să devină mai atractivă, elevul trebuie convins că matematica merită toate eforturile depuse în scopul învăţării ei.

8.5.2. Performanţa în matematică. Cercurile de matematică.Concursurile şcolare

A obţine ***performanţe în matematică***, nu înseamnă a avea rezultate bune în acel domeniu, înseamnă a fi mai bun decât cei buni. Pentru aceasta trebuie depusă o muncă asiduă, pasionată, talentul şi şansa având o importanţă mult mai mică în reuşită decât munca.

Cerinţe pentru obţinerea performanţei la matematică:

- munca individuală;
- participarea la cât mai multe concursuri şcolare, olimpiade, etc;
- participarea la o pregătire de specialitate în clase speciale;

- existenţa unei familii care să se implice activ în viaţa copilului cu încurajări, stimulente şi cu sprijin permanent;
- existenţa unor cadre didactice competente care să se ocupe special de elevii super-dotaţi, dornice să se dezvolte şi în acest domeniu al performanţei la matematică, care să se implice cu dăruire şi să menţină în permanenţă interesul elevilor pentru studiu, să-i motiveze.

1. Cercurile de matematicã

Cercul de elevi este o formă de organizare a activităţilor extradidactice, constituită pe bază opţională şi care răspunde preferinţelor, intereselor şi înclinaţiilor elevilor pentru domeniul matematicii. Această formă de organizare a activităţilor în afara clasei necesită în prealabil o cunoaştere şi chiar o testare a aptitudinilor, dar şi a interesului elevilor pentru obiectul matematică. Cercurile de matematică se realizează sub forma unor ***şedinţe*** adresate elevilor buni cu scopul aprofundării cunoştinţelor matematice necesare fie la clasă, fie la concursuri. De obicei se rezolvă probleme mai dificile date în anii precedenţi la respectivele concursuri de matematică sau probleme din Gazeta Matematică.

Pe lângă pregătirea suplimentară legată de performanţă, este indicat să se abordeze şi teme care conduc la creşterea culturii matematice, cum ar fi: biografii, comemorări, materiale referitoare la istoria matematicii, la un scurt istoric al publicării manualelor de matematică pentru învăţământul preuniversitar şi a altor materiale auxiliare din ţara noastră şi din alte ţări, etc.

Aceste mici conferinţe, ce pot fi ţinute şi de către elevi (cu ajutorul proiecţiilor, planşelor, fotografiilor, etc.), pot constitui un prim punct în cadrul şedinţei de cerc, şi nu ar trebui să depăşească 15'.

Nu trebuie să lipsească matematica propriu-zisă, care poate fi prezentă în mai multe rubrici: probleme propuse, probleme rezolvate.

Pot fi prevăzute teme din programa şcolară pentru consolidarea şi adâncirea cunoştinţelor dobândite la ore, dar şi unele metode de rezolvare a problemelor, jocuri matematice, construcţii geometrice, şarade matematice, probleme interesante, etc.

Problemele propuse (1-2) sunt date pentru a fi discutate în şedinţa următoare. Problemele rezolvate sunt cele propuse în şedinţa anterioară (eventual se compară şi se premiază rezolvările cele mai elegante). Pentru a spori atractivitatea cercului s-ar putea realiza un miniconcurs de probleme având caracter instructiv şi distractiv, câştigătorul fiind recompensat cu o carte, o revistă sau o ciocolată. O informare asupra ultimelor cărţi şi reviste apărute, ar putea încheia şedinţa.

Modelul acestei activităţi nu este unic, dar stilul lui trebuie să fie deosebit de cel în care se desfăşoară ora la clasă.

Tot în cadrul orelor de cerc, elevii vor fi deprinşi să rezolve, să redacteze şi să expedieze problemele rezolvate la Redacţia Gazetei Matematice.

Şedinţele cercului de matematică se pot desfăşura bilunar.

Este bine ca elevii să aibă un caiet în care să fie trecută tematica şi conţinutul şedinţelor.

Alcătuirea şi urmărirea tematicii cercului de matematică nu se va face la întâmplare. De aceea, este indicat ca la fiecare şedinţă să se reamintească succint despre ce s-a discutat în şedinţa anterioară.

Exemplu: ***Tematica orientativă a cercului de matematică la clasa a V-a***

Nr. crt.	Activităţi, teme, sarcini propuse	*Perioada*	Cine răspunde
0	**1**	*2*	**3**
1.	Organizarea cercului: stabilirea tematicii, stabilirea unui regulament de desfăşurare a activităţii.	Octombrie	…
2.	**"*Povestea numerelor*".** Operaţii cu numere naturale; proprietăţi; ordinea efectuării operaţiilor. Rezolvări de probleme date la olimpiade şi concursuri.	Octombrie	…
3.	**"*Date biografice: Gheorghe Ţiţeica*".** Rezolvări de probleme date la olimpiade şi concursuri.	Noiembrie	…
4.	**"*Vom deveni corespondenţi ai Gazetei Matematice*".** Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: **"*Probleme pentru gimnaziu*".**	Noiembrie	…
5.	**"*Istoria numărului π*".** Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: **"*Probleme pentru gimnaziu*".** Şarade matematice.	Decembrie	…
6.	**"*Probleme celebre*".** Rezolvarea unor probleme de perspicacitate. Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: **" *Probleme pentru olimpiade*".**	Decembrie	…
7.	**"*Matematică distractivă*".** Prezentarea şi analiza rezolvării problemelor date la olimpiada de matematică-etapa locală.	Ianuarie	…
8.	**"*Traian Lalescu - matematician şi poet*".** Prezentarea şi analiza rezolvării problemelor date la olimpiada de matematică-etapa judeţeană.	Februarie	…
9.	**"*Alte amuzamente matematice*".** Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: **"*Probleme pentru gimnaziu*".**	Februarie	…
10.	**"*Jocuri şi probleme distractive.*"** Careuri magice.	Martie	…
11.	**"*Geometrie distractivă*".** Prezentarea şi analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Martie	…
12.	**"*Vechi şi nou în matematică*".** Prezentarea şi analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Aprilie	…
13.	**"*Printre linii şi suprafeţe*".** Fracţii ordinare. Fracţii zecimale. Aplicaţii la transformarea unităţilor de măsură.	Mai	…
14.	**"*Gheorghe Vrânceanu*".** Prezentarea şi analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Mai	…
8.	**"*Ce ştim despre matematicienii români?*".** Şarade matematice.	Iunie	…

Exemplifică o tematică orientativă a cercului de matematică la clasa a VII-a.

R: Revezi paragraful 8.5.2. - Exemplu.

2. Concursurile şcolare la matematică

Concursul şcolar este o activitate extraşcolară prin care se verifică cunoştinţele, competenţele şi posibilităţile participanţilor de a depăşi anumite dificultăţi şi care implică o atmosferă de tensiune emoţională şi poate aduce scoaterea din anonimat.

Exemple: ***Cele mai importante concursuri şcolare la matematică sunt:***

Concursuri internaţionale

1. ***Olimpiada internaţională de matematică*** este o competiţie anuală de matematică la care participă elevi din diferite ţări. Prima olimpiadă internaţională de matematică s-a desfăşurat în România în anul 1959 şi la care au participat şapte ţări din Europa de Est: Bulgaria, Cehoslovacia, Polonia, RDG, România, Ungaria şi URSS. De atunci a avut loc în fiecare an, cu excepţia anului 1980. Numărul ţărilor participante a crescut treptat, ajungând la peste nouăzeci de ţări din cinci continente.

2. ***Concursul Internaţional de matematică aplicată Cangurul*** este cel mai popular concurs de matematică din lume, reunind în anul 2010 peste **5.500.000** de participanţi din **43** de ţări. Este un proiect educaţional adresat tuturor elevilor claselor I-XII, nu numai celor mai buni. Testul este astfel structurat încât fiecare elev să poată rezolva măcar o parte din probleme. Acest tip de concurs propune o formă modernă de educaţie: învăţarea prin joc. Concursul constă în teste grilă cu probleme grupate pe clase, astfel: I, II, III, IV, V-VI, VII-VIII, IX-X, XI-XII. Problemele sunt structurate pe grade de dificultate: 3 puncte, 4 puncte şi, respectiv, 5 puncte.

Elevii claselor I, a II-a si a III-a vor susţine concursul la o dată diferită de elevii claselor IV-XII.

Elevii din clasele I si a II-a au de rezolvat câte un test format din 24 de probleme, iar cei din clasele a III-a si a IV-a, câte un set cu 30 de probleme.

Testul grilă este alcătuit din probleme cu grade diferite de dificultate, fiecare problemă având câte cinci variante de răspuns, dintre care unul singur este corect.Subiectele sunt grupate astfel: I, II, III, IV, V-VI, VII-VIII, IX-X, XI-XII.

Problemele la care se dă un răspuns corect măresc punctajul cu valoarea întrebării, iar cele la care răspunsul este greşit scad punctajul cu un sfert din valoarea întrebării. 30 de puncte se acordă din oficiu.

Lucrările sunt corectate computerizat, asigurând calcularea imparţială a punctajelor şi stabilirea clasamentelor.

Se acordă diplome de participare şcolilor, directorilor şi cadrelor didactice organizatoare din fiecare centru de concurs.

Concursuri naţionale

3.Olimpiada naţională de matematică se organizează în patru etape: etapa pe şcoală, etapa locală, etapa judeţeană, etapa naţională.

4. Concursul naţional Euclid se adresează elevilor din ciclul primar şi gimnazial. Se organizează în patru etape, conţine patru subiecte şi 10 puncte din oficiu. Structura subiectelor este urmãtoarea: 5 itemi grilã cu alegere multiplã (cu 4 distractori fiecare). Fiecare item grilã valorează 4 puncte. La itemii cu alegere multiplã, un singur distractor va fi corect. 10 întrebări cu răspuns scurt, care valorează câte 4 puncte.2 probleme cu itemi structurati, care valorează câte 15 puncte.Această structurã este valabilã pentru primele 3 etape ale concursului, adicã cele cu rol de evaluare.Etapa finală are rol de departajare şi are o altfel de structurã a subiectelor, de tip concurs naţional.

Pentru elevii din clasa a II-a, a III-a sau a IV-a, concursul durează două ore, iar redactarea rezolvărilor se va face direct pe foaia cu subiecte.

5. Concursul naţional de matematică Arhimede se organizează în trei etape: locală în noiembrie, zonală în februarie şi finală în aprilie.

Pot participa elevi de la clasele II – XII. Subiectele concursului vor fi unice, formulate de Comisia Naţională şi vor fi elaborate din materia anului anterior şi a anului în curs , conform programelor şcolare, care vor fi afişate din timp pe site-un revistei.

Din cele 4 subiecte, două vor fi concepute cu grad mediu de dificultate şi două de selecţie.

De regulă, un subiect din concurs, va fi selectat din revista Arhimede. Se va afişa şi o bibliografie selectivă, utilă candidaţilor la concurs.

Punctarea fiecărui subiect se va face cu note de la 1 la 10, conform baremului de corectare, în total, maximum 40 de puncte.

6. Concursul şcolar naţional de competenţă şi performanţă- COMPER pentru elevii din clasele I-VIII pentru disciplinele limba şi literatura română şi matematică se organizează în mai mulţi paşi: la nivel de clasă, unitate şcolară, judeţ şi la nivel naţional, din decembrie până în iunie.

7. Concursul naţional de matematică Lumina Math, constă într-un test grilă alcătuit din probleme cu grade diferite de dificultate, fiecare având 5 variante de răspuns. Fiecare problemă are un singur răspuns corect. Subiectele sunt grupate pe clase astfel:
-clasele primare II-IV şi
-clasele gimnaziale V-VIII.
Concursul se desfăşoara la aceeaşi dată pentru toate clasele.
Concursul are două etape. Subiectele pentru ambele etape vor consta în 30 de probleme grilă pentru clasele II-IV şi 40 de probleme grilă pentru clasele V-VIII. Vor exista 2 broşuri cu subiecte, una pentru clasele II-IV şi una pentru clasele V-VIII.
Durata concursului este de 2 ore.. Formula de calcul a punctajului final este:
P = 25(oficiu) + 2.5 x NRC - 0.5 x NRG
P = 20(oficiu) + 2 x NRC - 0.5 x NRG
unde NRC - numărul de răspunsuri corecte, NRG - numărul de răspunsuri greşite. Nu este de ajuns a alege răspunsul corect pe broşura de subiecte, ele trebuie completate pe foaia de răspuns în dreptul numărului întrebării respective.

8.Concursurile SMART sunt axate pe secţiunile: matematică- pentru elevii din clasele I-VIII, limba română -pentru elevii din clasele I-VIII, limba engleză- pentru elevii din anii I-VI de studiu, limba franceză - pentru elevii din anii I-VI de studiu şi cultură generală -pentru elevii din clasele I-VIII. Materia de concurs este cea prevăzută în programa şcolară, din semestrul în curs, studiată cu aproximativ două săptămâni înainte de data concursului. Concursurile sunt organizate semestrial, acestea ocupând doar o ora / o ora şi jumătate din ziua în care au loc, nepericlitându-se procesul de învăţământ. Concursurile vor avea loc în unităţile şcolare, simultan, la nivel naţional şi constau într-un test grilă cu 15 - 20 întrebări, fiecare având 5 variante de răspuns din care numai una corectă. Concursurile au durata de o oră, cu excepţia concursului Matematica (90 minute), cu desfăşurare separată pe materii, în zilele menţionate. Participarea la concursuri se va face cu minim 25 de elevi / şcoală, indiferent de materie. Numărul de înscrieri minim la o materie este de 5 participanţi.Înscrierea la concursuri se realizează numai prin cadrele didactice coordonate de un profesor organizator principal pentru toate materiile, stabilit de comun acord. Organizatorul principal va colecta taxele de concurs doar prin intermediul Preşedintelui Comitetului de părinţi sau a altui părinte.

Organizatorul are obligaţia comunicării înscrierilor pe materii: telefonic, prin e-mail sau fax. Cadrelor didactice cu minim 50 de participanţi la o materie li se vor acorda la cerere certificate de organizator. Fiecare elev participant va primi câte o revistă (revistele includ subiectele), grilele de răspuns, factura fiscală aferentă taxelor de participare, precum şi plicurile de retur pentru fiecare materie. Este indicată prezentarea prealabilă a grilelor de răspunsuri în scopul familiarizării elevilor cu acestea, în special la clasele I si a II-a. Modelul grilei de răspunsuri este expus pe www.concursurilesmart.ro la secţiunea **Grile**.

9. Concursul Evaluarea naţională în educaţie. La Matematică pot participa elevi de la clasele I-XII. Concursul la Matematică se va desfăşura în 3 etape de evaluare curentă şi o etapă cmpetiţională: Etapa I- a predictivă; Etapa a II- a de evaluare curentă; Etapa a III- a de bilanţ an şcolar; Etapa finală- de competiţie. Programa de evaluare pentru fiecare etapă/disciplină va fi disponibilă pe pagina de internet www.evaluareineducatie.ro, cu cel puţin 14 zile calendaristice înainte de desfăşurarea acesteia. Programa etapelor de evaluare nu va depăşi programa MECTS pentru anul şcolar în curs.Rezultatele probelor sunt apreciate prin puncte, de la 0 la 100, după baremele alcătuite de comisie. Timpul maxim de lucru: Clasa I – 50 minute; Clasa a II-a - 1h30min (90 minute); Clasele III-IV – 2h (120 minute).

10. Concursul Micul Matematician se organizează în şcoli la nivel naţional pentru elevii claselor II-VI. Pentru pregătirea elevilor cu subiecte tip Micul Matematician se oferă spre vânzare un material suport.Proba de evaluare naţională se desfăşoară în aprilie. Durata probei scrise va fi de 50 minute.

În judeţele/sectoarele unde numărul de elevi înscrişi este foarte mare, Comisia de evaluare poate să organizeze un test preliminar în luna martie. Este obligatoriu ca problemele să fie selectate din culegerea oferită ca material support pentru concurs. Problemele trebuie selectate din materia predată până la 1 martie. Pentru subiecte sunt acceptate propuneri de la profesori din toată ţara pe adresa de email concurs.nomina@gmail.com.

Concursuri interjudeţene

11. Concursul interjudeţean de matematică „Radu Miron”, este adresat elevilor din clasele VII-XII. La acest concurs se poate înscrie orice elev cu rezultate bune la concursurile de matematică din anul şcolar precedent. Înscrierea se face prin plata taxei de participare de 10 lei/elev.
Subiectul, la fiecare clasă, va conţine trei probleme cu grade diferite de dificultate;
una dintre probleme va fi din Gazeta Matematica
Subiectele de concurs se notează cu note întregi de la 0 la 7 de către fiecare Profesor corector, conform baremelor stabilite de către Comisia de concurs.

12. Concursul interjudeţean de matematică „Florica T. Câmpan” La concurs sunt invitati sa participe elevi din clasele a V-a, a VI-a, a VII-a si a VIII-a, respectiv câte doi elevi reprezentanţi ai şcolilor participante pentru fiecare nivel de clasă, din judeţele: Bacău, Bistriţa-Năsăud, Botoşani, Galaţi, Iaşi, Neamţ, Suceava, Vaslui şi Vrancea. La rândul lor, toţi profesorii de matematică din zona Moldovei au putut trimite propuneri de subiecte, inclusiv pentru clasa a IV-a, însoţite de solutii şi bareme de corectare. Acestea urmează să fie publicate în cartea dedicată marii matematiciene Florica T. Câmpan. Subiectele au putut cuprinde: probleme clasice cu aplicaţii practice, probleme de perspicacitate, probleme distractive, probleme de logică, situaţii problemă în matematică.
Concursul este organizat de ***Asociaţia "Florica T. Câmpan"*** şi ***Liceul de Informatică Grigore C. Moisil***, *în colaborare cu* ***Inspectoratul Şcolar Judeţean (ISJ), Facultatea de Matematică din cadrul UAIC*** şi **Asociaţia "Recreaţii Matematice"**. Acest concurs presupune două etape: una

locală şi una interjudeţeană.

13. Concursul interjudeţean de matematică „Laurenţiu Duican” Organizatorii aşteaptă la concurs participanţi din toată ţara, elevi olimpici, laureaţi ai Olimpiadei Naţionale din clasele VII - XII, problemişti, autori de comunicări ştiinţifice şi profesori colaboratori.
Este organizat sub egida Societăţii de Ştiinţe Matematice din România, Ministerului Educaţiei şi Cercetării, a Universităţii Transilvania Braşov şi a Inspectoratului Şcolar Judeţean Braşov. Concursul, cu un real succes pentru mişcarea matematică, a devenit tradiţie braşoveană şi o prestigioasă competiţie de performanţă din ţară.

În anul 2005 a fost publicată ***MONOGRAFIA CONCURSULUI NAŢIONAL DE MATEMATICĂ "LAURENŢIU DUICAN"*** (12 ediţii) unicat în literatura concursurilor, Ed.Paralela 45, prin aportul unui puternic colectiv de intelectuali braşoveni, în coordonarea Universităţii Transilvania, Facultatea de Matematică şi Informatică Braşov.

14. Concursul interjudeţean de matematică aplicată „Gheorghe Lazăr” Participanţi: elevi din clasele VII-XII din unităţi de învăţământ din Sibiu şi din judeţele invitate.
Programul şi calendarul Concursului Interjudeţean de Matematică „Gheorghe Lazăr” sunt avizate de Comisia Judeţeană de Matematică. Programa de concurs coincide cu cea pentru faza judeţeană a olimpiadei de matematică.
Participarea la Concursul Interjudeţean de Matematică „Gheorghe Lazăr” este asigurată după cum urmează:

a)2 elevi de clasă (VII-XII) pentru judeţele invitate;
b)5 elevi de clasă(VII-XII) pentru judeţul Sibiu;
c)cu acordul Comisiei Judeţene, pot participa şi alţi elevi, care au avut rezultate bune la concursuri şcolare la disciplina matematică.

15. Concursul interjudeţean de matematică aplicată „Adolf Haimovic”se adresează elevilor din clasele IX-XII. Competiţia se desfăşoară pe patru secţiuni: Tehnologic, Uman, Ştiinte ale Naturii şi Servicii. Au loc, practic, patru olimpiade, la care participă elevi de la toate profilurile. Nu este cazul celorlalte olimpiade la care participă numai unul-doi elevi de la profilurile de Matematică-Informatică. În total sunt elaborate 16 versiuni de subiecte, la fiecare profil participând elevi din toate cele patru clase de liceu. Subiectele sunt propuse de ISJ .

Este organizat de Facultatea de Construcţii de Maşini şi Management Industrial **(**FCMMI**),** de la Universitatea Tehnică (UTI) Gheorghe Asachi în parteneriat cu Inspectoratul Şcolar Judeţean (ISJ) şi Colegiul Tehnic Gh. Asachi.

Premianţii concursului beneficiază de facilităţi pentru admiterea la facultate.

16. Concursul interjudeţean de matematică aplicată „Grigore Moisil” se adresează elevilor din clasele IX-XII **- profil M2.** Fiecare unitate şcolară poate participa cu câte **4 elevi/an studiu** sau maxim **16 elevi**. La cerere putem asigura cazare la internatul liceului.
Programa de concurs este cea pentru etapa naţională a Concursului Naţional De Matematică Aplicată ”ADOLF HAIMOVIC”

Exemplu:*de subiecte date la OLIMPIADA DE MATEMATICĂ Etapa judeţeană, Braşov, martie 2010:*

Clasa a V-a

SUBIECTUL I

Arătaţi că suma a patru numere naturale consecutive nedivizibile cu 5 este divizibilă cu 10.

Dacă $8n+1$ şi $6n+1$ sunt pătrate perfecte, atunci aflaţi restul împărţirii lui n la 5, unde $n \in N$.

Prof. Postolache Camelia

SUBIECTUL II

Aflaţi ultimele două cifre ale numărului 7^{2010}.

Se consideră mulţimea $M=\{7^n \mid n \in N\}$. Să se arate că orice submulţime cu 5 elemente a mulţimii M conţine cel puţin două numere a căror diferenţă se divide cu 25.

Prof. Aurel Bârsan

SUBIECTUL III

Aflaţi numerele naturale a şi b ştiind că $a^2+b^2=100$.

Arătaţi că 10^{2008}se poate scrie ca o sumă de două pătrate perfecte.

Arătaţi că 10^{2009}se poate scrie ca o sumă de patru cuburi perfecte.

Aflaţi cinci numere naturale a,b,c,d şi e astfel încât $a^4+b^4+c^4+d^4+e^4=10^{2010}$

Prof. Dorina Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect are 7p.
Timp de lucru 2 ore.

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Câţi divizori numere prime are numărul 2010?

Numerele prime a şi b au proprietatea $67a-67b=2010$. Arătaţi că produsul ab are ultima cifră 1 sau 9. Aflaţi numerele prime a,b,c cu proprietatea $335a-bc=2010$

Prof. Dorina Zaharia

SUBIECTUL II

Fie A,O,B puncte coliniare cu $O \in (AB)$ şi unghiurile adiacente AOC şi COD. Ştiind că punctele C şi D sunt de aceeaşi parte a dreptei AB, determinaţi:

Măsura unghiului COD, ştiind că măsurile unghiurilor AOC şi COD sunt direct proporţionale cu numerele 5 şi 4, iar măsurile unghiurilor COD şi DOB sunt invers proporţionale cu numerele $0,5$ şi $0,(3)$.

Măsura unghiului AOD, dacă măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC şi COD reprezintă 15% din măsura unghiului AOB.

Prof. dr. Ioana Maşca

SUBIECTUL III

Să se calculeze suma tuturor elementelor mulţimii

$$A=\left\{\frac{a}{2}+\frac{b}{3} \mid a,b \in N,\ 1 \leq a \leq 50,\ 1 \leq b \leq 50\right\}$$

Prof. Romeo Ilie

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect are 7p.
Timp de lucru 2 ore.

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Descompuneţi în factori expresia $xy - x - y + 1$.

Demonstraţi că dacă numerele întregi a şi b verifică $|a \mid b| > |1 \mid ab|$, atunci $ab = 0$.

SUBIECTUL II

Fie n un număr natural, $n \geq 2$. Determinaţi restul împărţirii numărului $n(n+1)(n+2)$ la $(n-1)$.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL III

Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC$ şi $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Punctele S şi T se află pe laturile AB, respectiv BC, astfel încât $\widehat{BAT} = \widehat{BCS} = 10^\circ$. Dreptele AT şi CS se intersectează în punctul P. Demonstraţi că $BT = 2PT$.

SUBIECTUL IV

Considerăm patrulaterul $ABCD$ cu $AD = DC = CB$ şi $AB \| CD$. Punctele E şi F aparţin segmentelor CD şi BC astfel încât $\widehat{ADE} = \widehat{AEF}$. Demonstraţi că $4CF \leq CB$

Dacă $4CF = CB$, atunci AF este bisectoarea unghiului $\widehat{DAF}$.

Notă: Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare subiect are 7p.
Timp de lucru 3 ore.

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Arătăţi că nu putem pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din mulţimea $\{0,1,2,3,\ldots,11,12\}$ astfel încât suma numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 2.

Arătăţi că nu putem pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din mulţimea $\{0,1,2,3,\ldots,11,12\}$ astfel încât suma numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 3.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL II

Fie x, y două numere naturale nenule diferite. Arătaţi că numărul $\frac{(x+y)^2}{x^3+xy^2-x^2y-y^3}$ nu este întreg.

SUBIECTUL III

Se consideră cubul $ABCDA'B'C'D'$. Bisectoarele unghiurilor $\widehat{A'C'A}$ si $\widehat{A'AC'}$ intersectează AA' şi $A'C'$ în punctele P, respectiv S. Punctul M este piciorul perpendicularei din A' pe $C'P$, iar N este piciorul perpendicularei din A' pe AS. Punctul O este centrul feţei $ABB'A'$.

Demonstraţi că planele (MNO) şi $(AC'B)$ sunt paralele.

Calculaţi distanţa dintre planele (MNO) şi $(AC'B)$ ştiind că $AB = 1$.

SUBIECTUL IV

Determinaţi perechile de numere naturale (a, b) care verifică egalitatea $a + 2b - b^2 = \sqrt{2a + a^2 + |2a + 1 - 2b|}$

Notă: Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare subiect are 7p.

Timp de lucru 3 ore.

3. Colaborarea la Gazeta Matematicã

Gazeta matematică este prima revistă de matematică din România (în limba română). Primul număr al gazetei a apărut la 15.09.1895. În anul 1988 tirajul Gazetei Matematice a ajuns 120 000 de exemplare, dar după anul 1990 acesta a scăzut dramatic. Conţine patru rubrici: 1. Probleme pe cicluri de clase; 2."Probleme pentru cercurile de elevi"; 3."Probleme pentru examenele naţionale"; 4. Rezolvările problemelor din Gazeta Matematică.

Gazeta Matematică este o publicaţie a Societăţii de Ştiinţe Matematice din România (SSMR), care printre multe alte activităţi organizează şi Concursul Anual al Rezolvitorilor şi Gala Laureaţilor şi sprijină lotul olimpic al ţării noastre la Olimpiadele Internaţionale.

Reguli pentru corespondenţa colaboratorilor la Gazeta-Matematică:

- orice elev poate rezolva şi trimite la redacţie problemele destinate clasei pe care o urmează, din clasa imediat inferioară, precum şi din orice clasă superioară, la sfârşitul soluţiei scriind numele, prenumele, clasa, şcoala;
- pe aceeaşi foaie se va rezolva o singură problemă, începând scrierea cu numărul, apoi enunţul problemei şi numele autorului ei, aşa cum apar problemele în G.M., urmată de o soluţie;
- fiecare plic va conţine cel puţin 8 probleme rezolvate din ultimele 3 numere apărute;
- plicurile cu problemele rezolvate trebuie să conţină şi borderoul respectivelor probleme, numele, prenumele, şcoala şi localitatea rezolvitorului;

Pe lângă provocarea la rezolvare, pe care o lansează diferitele rubrici de probleme, rezolvarea reprezentând câştigul principal pentru elev, redactarea sub forma cerută de redacţie este un antrenament, care chiar dacă pe elevul de azi îl plictiseşte, profesorului sau cercetătorului de mâine îi este absolut necesar.

Îndemnul de a colabora la Gazeta Matematică la început cu rezolvarea şi propunerea de probleme, iar mai târziu cu publicarea unor note şi articole este motivat pe lângă multe alte argumente… şi de stimulente morale şi materiale (rezolvitorii cei mai remarcabili participă în vacanţa de vară la o tabără), iar atracţia propriului nume tipărit în paginile revistei, a fost şi va rămâne un argument de natură să întărească motivaţia.

Alte publicaţii de matematică:
2.Axioma-Supliment matematic.
3.Recreaţii matematice.
4.Revista de logică.
5.Foaie Matematică (Chişinău).
6.Crux Mathematicorum.
7.Die Wurzel.
8.Eureka.
9.Forum Geometricorum.

Matematica ON LINE. Există numeroase site-uri şi forum-uri ce conţin întrebări şi răspunsuri, probleme rezolvate, informaţii despre concursurile matematice, teste, meditaţii pentru BACALAUREAT, sau videoclipuri: **www.matematic.ro**; **www.mateonline.net**; www.meditaţiionline.ro;www.concursurilecomper.ro;www.edu.ro; **office@concursurilesmart.ro**; www.luminamath.ro.; www.concurs-euclid.ro; **www.cangurul.ro**; **www.arhimede.ro**; www.evaluareineducatie.ro ; **www.evaluare-edu.ro**; **www.viitoriolimpici.ro**.

ViitoriOlimpici.ro este un portal de concursuri online, care se adresează elevilor de ciclu primar şi gimnazial. Sesiunile de concurs disponibile pe portalul ViitoriOlimpici.ro presupun aprofundarea, exersarea şi recapitularea cunoştinţelor şcolare într-o competiţie antrenantă.

Prezintă un concurs şcolar la matematică pentru clasele V-VIII.

R: Revezi paragraful 8.5.2. - Exemple.

Să ne reamintim...

- ***Cerinţe pentru obţinerea performanţei la matematică:***

- munca individuală;
- participarea la cât mai multe concursuri şcolare, olimpiade, etc;
- participarea la o pregătire de specialitate în clase speciale;
- existenţa unei familii care să se implice activ în viaţa copilului cu încurajări, stimulente şi cu sprijin permanent;
- existenţa unor cadre didactice competente care să se ocupe special de elevii super-dotaţi, dornice să se dezvolte şi în acest domeniu al performanţei la matematică, care să se implice cu dăruire şi să menţină în permanenţă interesul elevilor pentru studiu, să-i motiveze.

8.5.3. Bibliografia suplimentară (Banea, H.,1998, p. 192-193).

Având în vedere particularităţile de vârstă ale elevilor, se prezintă în continuare o listă cu majoritatea cărţilor de cultură matematică accesibile elevilor, apărute la noi în ţară.

Parcurgerea unor astfel de cărţi, creează de cele mai multe ori o stare de confort şi bună dispoziţie intelectuală provocată de uimirile succesive în faţa atâtor aspecte ale aplicaţiilor matematicii şi a rezolvărilor neaşteptate şi ingenioase, contribuind la dezvoltarea capacităţii de sesizare şi recepţionare a acestor componente intrinseci ale matematicii.

1. I.I. Perelman: *Matematica vie*, Editura de Stat, 1949
2. B. Iosub: *Geometrie recreativă*, Editura Tineretului, 1954
3. B. Iosub: *Aritmetică recreativă*, Editura Tineretului, 1957
4. G. Gamow: *Unu, doi, trei, ..., infinit*, Editura Tineretului, 1958
5. I.I. Perelman: *Astronomia amuzantă*, Editura Tineretului, 1959
6. B.A. Kordemski: *Matematica distractivă*, Editura Tineretului, 1959
7. H. Steinhaus: *Caleidoscop matematic*, Editura Tehnică, 1961
8. G. Gamow, M. Stern: *Enigme matematice*, Editura Ştiinţifică, 1961
9. I.I. Perelman: *Aritmetică distractivă*, Editura Tineretului, 1964

10. I.I. Perelman: *Algebră recreativă*, Editura Tineretului, 1964
11. I.I. Perelman: *Geometrie distractivă*, Editura Ştiinţifică, 1965
12. A.P. Domoread: *Jocuri şi probleme distractive de matematică*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1965
13. Fl. Câmpan: *Povestea numerelor*, Editura Tineretului, 1965
14. Fl. Câmpan: *Istoria numărului* π, Editura Tineretului, 1965
15. M. Atanasiu: *Mecanica distractivă*, Editura Tineretului, 1966
16. G. Gamow: *1, 2, 3, ...,* ∞, Editura Tineretului, 1967
17. M. Gardner: *Amuzamente matematice*, Editura Ştiinţifică, 1968
18. Fl. Câmpan: *Probleme celebre*, Editura Tineretului, 1968
19. V. Smilga: *În goană după frumos*, Editura Tineretului, 1968
20. G. Andonie: *Varia Mathematica*, Editura Tineretului, 1969
21. Ed. Nicolau: *Clubul logicienilor*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1970
22. A.I. Ostrovski: *Simple şi totuşi*, Editura Enciclopedică, 1970
23. M. Gardner: *Alte amuzamente matematice*, Editura Ştiinţifică, 1970
24. M. Atanasiu: *Ordine în complicaţie*, Editura Albatros, 1971
25. P. Constantinescu: *Jocuri şi probleme distractive*, Editura Albatros, 1971
26. E. Rusu: *De la Tales la Einstein*, Editura Albatros, 1971
27. Fl. Câmpan: *Probleme celebre*, Editura Albatros, 1972
28. Fl. Câmpan: *A doua carte cu probleme celebre*, Editura Albatros, 1972
29. Fl. Câmpan: *Printre linii şi suprafeţe*, Editura I. Creangă, 1973
30. H.R. Radian, T.J. Radian: *Recreaţii matematice*, Editura Albatros, 1973
31. Fl. Câmpan: *Din istoria câtorva numere de seamă*, Editura Albatros, 1973
32. L. Görke, ş.a.: *În jurul matematicii*, Editura I. Creangă, 1974
33. Fl. Câmpan: *Triunghiuri, triunghiuri şi iar triunghiuri*, Editura I. Creangă, 1974
34. Ch.W. Trigg: *Ingeniozitate şi surpriză în matematică*, Editura Enciclopedică, 1975
35. Fl. Câmpan: *De la papirusul Rhind la calculatorul electronic*, Editura I. Creangă, 1975
36. Fl. Câmpan: *A treia carte cu probleme celebre*, Editura Albatros, 1976
37. Fl. Câmpan: *Povestea numărului* π, Editura Albatros, 1977
38. T. Popescu: *Retrospectivă matematică*, Editura Litera, 1977
39. G. Andonie: *Varia Mathematica*, (ed. a II-a), Editura Albatros, 1977
40. Fl. Câmpan: *Vechi şi nou în matematică*, Editura I. Creangă, 1978
41. V. Bobancu: *Caleidoscop matematic*, Editura Albatros, 1979
42. T. Popescu: *Retrospectivă matematică, vol. II*, Editura Litera, 1980
43. Ed. Nicolau: *Din nou la clubul logicienilor*, Editura I. Creangă, 1980
44. N. Oprişiu: *Mai în glumă mai în serios*, Editura Dacia 1981
45. H.R. Radian: *Cartea proporţiilor*, Editura Meridiane, 1981
46. D. Lăzărescu: *Paleoaritmetica şi alte probleme de logică*, Editura Albatros, 1981
47. Fl. Câmpan: *Poveşti despre numere măiestre*, Editura Albatros, 1981
48. A. Hollinger: *Dialoguri matematice*, Editura I. Creangă, 1982
49. T. Popescu: *Retrospective matematice, vol. III*, Editura Litera, 1982
50. Fl. Câmpan: *Licuricii din adâncuri*, Editura Albatros, 1983
51. N. Oprişiu: *Olimpiada jocurilor raţionale*, Editura Dacia, 1984
52. Gh. Păun: *Între matematică şi jocuri*, Editura Albatros, 1986
53. T. Popescu: *Matematica de vacanţă*, Editura Sport-Turism, 1986
54. I. Achiri: *Sofisme matematice*, Editura Ştiinţa Chişinău, 1992

55. R. Courant, H. Robbins: *Ce este matematica*, Editura Ştiinţifică, 1969
56. G. Pólya: *Descoperirea în matematică*, Editura Ştiinţifică, 1971
57. Eg. Colerus: *De la tabla înmulţirii la integrală*, Editura Ştiinţifică, 1967
58. Eg. Colerus: *De la punct la a patra dimensiune*, Editura Ştiinţifică, 1967
59. Gh. Păun: *Matematica, un spectacol?* Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1988
60. N. Wiener: *Sunt matematician*, Editura Politică, 1972
61. O. Becker: *Măreţia şi limitele gândirii matematice*, Editura Ştiinţifică, 1968

Primul pas în recomandarea bibliografiei suplimentare de acest tip, ar fi realizarea unui fişier cu cărţile din biblioteca şcolii, sau cu articole din revistele existente în colecţie.

8.6. Rezumat

În această unitate de învăţare se prezintă problemele specifice ale succesului şi insuccesului şcolar. Astfel, se definesc conceptele de: succes şi insucces şcolar şi se enumeră factorii insuccesului şcolar, precum şi metodele de prevenire a acestuia. Se caracterizează performanţa în matematică şi se expun informaţii referitoare la activităţile matematice cu elevii, în afara orelor de clasă: concursurile şcolare la matematică, cercurile de elevi. Se prezintă o listă bibliografică suplimentară cu conţinut matematic adresată elevilor, sunt date unele informaţii referitoare la colaborarea la Gazeta Matematică.

8.7. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Enumeră factorii insuccesului şcolar şi metodele de prevenire a acestuia.
2. Elaborează un plan de desfăşurare a unei şedinţe a cercului de matematică la clasa a VI-a.
3. Prezintă informaţii referitoare la două concursuri şcolare la matematică.
4.Enumeră trei lucrări care pot fi utilizate ca bibliografie suplimentară la studiul geometriei plane.

8.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragrafele: 8.4.1. şi 8.4.2.
2. Revezi paragraful 8.5.2.
3. Revezi paragraful 8.5.2.
4. Revezi paragraful 8.5.3.

Unitatea de învăţare 9. Diferenţiere şi individualizare la matematică

Cuprins

9.1. Introducere 321
9.2. Competenţe 322
9.3. Problematica elevilor integraţi 322
9.4. Modalităţi de diferenţiere şi individualizare în munca cu elevii în cadrul lecţiilor de matematică 323
9.4.1. Educaţia diferenţiată şi individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătăţirea performanţelor şcolare 323
9.4.2. Valenţe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală şi pe grupe 328
9.5. Rezumat 343
9.6. Test de autoevaluare 343
9.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare 343
Temă de control 3 343

9.1. Introducere

Munca de învăţare la matematică reprezintă o tensiune, o încordare, o "ardere" a spiritului care înseamnă antrenarea gândirii logice în primul rând şi în acest sens devine destul de grea.

Profesorul este managerul clasei pe care o conduce. El formează elevii în cadrul unui proces educaţional în care instrucţia îşi are rolul bine determinat, dar nu preponderent. El va trebui să-şi formeze, în timp, competenţele manageriale şi să dezvolte la clasă anumite tipuri de relaţii, care să favorizeze cunoaşterea elevilor şi tratarea lor diferenţiată şi individuală.

Fiecare individ reprezintă un unicat al colectivităţii, al speciei sale. Într-o clasă sunt tot atâtea individualităţi câţi elevi sunt.

Fiecare elev constituie un caz având condiţiile sale specifice de viaţă, experienţele proprii, caracteristicile sale, originalitatea sa.

Eşecurile şcolare se produc şi din cauza tratării nediferenţiate de către cadrul didactic a anumitor elevi, din cauza tratării identice a unor situaţii diferite, fapt ce duce la adâncirea inegalităţilor dintre elevi.

Experienţa acumulată până acum în ţara noastră şi peste hotare, demonstrează că, hotărâtoare în asigurarea reuşitei la învăţătură este munca diferenţiată cu elevii în funcţie de particularităţile lor de vârstă şi individuale, pentru a asigura fiecăruia posibilitatea de a se dezvolta şi pregăti la nivelul capacităţilor sale.

O premisă indispensabilă pentru asigurarea reuşitei fiecărui elev şi realizarea unor performanţe cât mai apropiate de potenţialul său intelectual o constituie tratarea diferenţiată şi individualizarea instruirii.

O tratare diferenţiată şi individualizată a elevilor în procesul învăţării ar putea apropia învăţământul românesc de generosul ideal al "educaţiei pentru toţi copiii-educaţie pentru fiecare".

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice ale elevilor integraţi, precum şi ale diferenţierii şi individualizării în lecţia de matematică.

9.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
-să caracterizeze situaţia elevilor integraţi;
-să definească conceptele de: diferenţiere şi individualizare;
-să caracterizeze activitatea frontală, individuală şi pe grupe la matematică;
- să aplice modalităţile de diferenţiere şi individualizare în munca cu elevii în cadrul lecţiilor de matematică;
-să întocmească fişe de muncă independentă pe grupe de nivel;
- să realizeze probe de evaluare diferenţiate.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

9.3. Problematica elevilor integraţi

Educaţia specială este forma de educaţie adaptată şi destinată tuturor copiilor cu cerinţe educative speciale ***(C.E.S.)*** care nu reuşesc singuri să atingă un nivel de educaţie corespunzător vârstei şi cerinţelor societăţii pentru un om activ, autonom şi independent. (Metodologie de organizare şi funcţionare a serviciilor educaţionale prin cadre didactice de sprijin/itinerante - 6.12.2004).

Educaţia specială este un tip de educaţie adaptată şi destinată persoanelor care nu reuşesc (sau este puţin probabil ca vor reuşi) să atingă în cadrul învăţământului obişnuit - temporar sau pe toată durata scolarităţii - nivele educative şi sociale corespunzătoare vârstei. (Integrare în comunitate a copiilor cu C.E.S. - Ministerul Învatamântului şi Reprezentanţa UNICEF în România - 1966).

Deficienţa mentală indică, aşa cum sugerează şi termenul, o scădere sau diminuare de un anumit grad a funcţiilor cognitive (intelectuale), fapt care duce la o reducere semnificativă a competenţei sociale a celui în cauză (sau, altfel spus, la limitări serioase în comportamentul adaptativ al persoanei, care va face faţă greu cerinţelor vieţii cotidiene şi standardelor comunităţii căreia îi aparţine). Activitatea (funcţionarea) intelectuală generală se măsoară printr-un coeficient de inteligenţă (Q.I.) stabilit prin evaluarea rezultatelor obţinute în urma aplicării unuia sau a mai multor teste de inteligenţă standardizate, administrate individual. Luându-se în considerare acest criteriu al coeficientului de inteligenţă, deficienţa mentală desemnează toate acele forme de activitate intelectuala generală situate semnificativ sub medie (Q.I. de aproximativ 70 sau sub 70). Conform clasificării oferite de ***Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*** (**DSM** IV 1994), există, în principal, patru grade de retardare (întârziere) mentală.

Retardarea mentală uşoară (sau deficienţa mentală de graniţă) este corespunzatoare unui Q.I. cuprins între 50-55 şi 70. Acest nivel de întârziere mentală reprezintă cel mai larg segment al retardării mentale (aproximativ 85%) şi este, în linii mari, echivalent cu ceea ce se obişnuieşte a se numi, din punct de vedere pedagogic, "categoria educabililor". Persoanele cu un nivel de retardare mentală uşoară au posibilitatea să dobândească, în perioada preşcolară, unele abilităţi sociale (de comunicare) şi unele deprinderi de autoservire. Până la sfârşitul adolescenţei pot achiziţiona deprinderi şcolare şi pot atinge nivelul educaţional specific clasei a VI-a. În decursul perioadei adulte dobândesc deprinderi sociale şi profesionale adecvate întreţinerii proprii, dar au nevoie de supraveghere, consiliere şi asistenţă, mai ales în situaţii care angajează responsabilitatea socială sau în cele de stres social-economic. Cu un suport social corespunzator, persoanele cu retardare mentală uşoară pot fi integrate cu succes în familii sau pot trăi în spaţii amenajate, independente sau supravegheate.

Deficienţa mentală, indiferent de cauzele generatoare sau de modalitatea explicării apariţiei şi evoluţiei sale, este cea mai gravă formă de deficienţă, deoarece alterează individul la aproape toate nivelurile. (Şchiopu, U., Verza, E., 1995) Ea implică dificultăţi în cele mai diverse cazuri, de la inserţie şi acceptare socială, până la învăţare, în sensul larg al cuvântului. În cazul acestor copii se impune o atenţie deosebită deoarece pe lângă un intelect precar, s-au remarcat şi deficienţe de limbaj. În acest caz, învăţarea individualizată are un rol covârşitor. Integrarea lor alături de alţi elevi în rezolvarea de sarcini pe măsura puterilor lor, făcând apel la dorinţa general umană de a ajuta a colegilor va conduce la mici progrese şi în aceste cazuri.

Aceşti copii provin de multe ori din familii dezorganizate, tarele lor fiind, cele mai multe, căpătate genetic, dar şi datorate unei îngrijiri defectuoase şi unei substimulări intelectuale în familie.

Explică ce se înţelege prin educaţie specială? ***R:*** Revezi paragraful 9.3.

Să ne reamintim...

- ***Educaţia specială*** este forma de educaţie adaptată şi destinată tuturor copiilor cu cerinţe educative speciale *(C.E.S.)* care nu reuşesc singuri să atingă un nivel de educaţie corespunzător vârstei şi cerinţelor societăţii pentru un om activ, autonom şi independent.

9.4. Modalităţi de diferenţiere şi individualizare în munca cu elevii în cadrul lecţiilor de matematică

Cunoaşterea individualităţii elevilor constituie un factor important în prevenirea, depistarea, combaterea eşecului şcolar.

Prin ***diferenţierea şi individualizarea activităţii***, manifestând mult optimism, se poate sădi în sufletele copiilor bucuria succesului.

Pentru a-i ajuta pe elevi să progreseze la învăţătură, potrivit particularităţilor de vârstă, nivelului de pregătire al acestora, se recomandă ***abordarea învăţământului diferenţiat, munca pe grupe*** sau ***în echipă.***

9.4.1. Educaţia diferenţiată şi individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătăţirea performanţelor şcolare

Diferenţierea şi individualizarea instruirii constituie o problemă pedagogică veche, dar mereu actuală, deoarece oamenii se deosebesc unii de alţii nu doar în ceea ce priveşte felul lor de a gândi şi a fi, ci şi prin capacitatea şi ritmul de învăţare, prin atitudinea faţă de aceasta. (Jinga,I., 2005).

Alături de alte virtuţi pe care le are, ***diferenţierea învăţământului*** constituie calea principală de ameliorare a randamentului şcolar, de prevenire şi lichidare a rămânerii în urmă la învăţătură, în special la matematică. Ea reprezintă strategia de adaptare a structurilor, conţinutului învăţământului, a metodologiei şi tehnologiei didactice şi a formelor de organizare a instruirii, la posibilităţile şi particularităţile copiilor.

Individualizarea învăţământului trebuie să vizeze pe toţi elevii, pe cei cu un nivel ridicat ajutându-i să-şi dezvolte capacităţile la un nivel şi mai înalt, pe cei cu un nivel scăzut ajutându-i să realizeze cerinţele minime.

Organizarea ***activităţii diferenţiate pe grupe de elevi*** este foarte necesară la obiectul matematică întrucât la acest obiect se constată cele mai frecvente rămâneri în urmă la învăţătură şi cele mai mari diferenţe între elevi, iar dificultăţile întâmpinate au cauze foarte diferite, ce nu pot fi combătute decât prin exerciţii concepute în mod adecvat.

Abordarea ***tratării diferenţiate*** are ca punct de plecare ideea deosebirilor individuale dintre elevi în ceea ce priveşte capacitatea de asimilare a cunoştinţelor, a ritmului de învăţare, când volumul cunoştinţelor este în continuă creştere şi conţinutul se complică mereu.

Prevenirea eşecului şcolar şi a rămânerii în urmă la învăţătură, prin ajutorul promt şi adecvat acordat elevilor cu dificultăţi la învăţătură, astfel încât în cel mai scurt timp ei să se reintegreze în activitatea clasei.

Strategia diferenţierii învăţământului conduce la o gamă foarte variată de forme de lucru şi modalităţi de organizare a activităţii didactice. O lecţie modernă se poate realiza prin munca diferenţiată cu elevii: întrebări adresate elevilor, sarcinile privind munca în grup sau munca independentă (pe caiete, pe fişe, la tablă), sarcinile date în activitatea practică. Munca diferenţiată nu înseamnă scăderea exigenţei sau reducerea volumului de cunoştinţe. Limita minimă în stabilirea sarcinilor muncii diferentiate o reprezintă prevederile programei şcolare.

Pentru elevii cu un nivel scăzut la învăţătură, cu un ritm lent de activitate intelectuală, cu posibilităţi limitate se vor da sarcini de nivel reproductiv şi de recunoaştere pentru a-i ajuta să realizeze obiectivele programei de geometrie la nivel minimal(5-6). Acestea vizează:

a)să aplice proprietăţi şi definiţii simple în probleme de calcul;
b)să recunoască prin desen figurile geometrice studiate;
c)să identifice figuri plane pe corpuri geometrice;
d)să utilizeze reprezentări pentru clarificarea unor enunţuri;
e)să verifice validitatea unei generalizări, pe exemple;
f)să recunoască informaţii cu caracter matematic;
g)să expună demersuri de rezolvare a unei probleme.

O altă categorie de sarcini angajează intelectul mai plenar, fiind vorba de probleme mai complexe de calcul, în care se utilizează algoritmi simpli, rezolvarea unor probleme care solicita transfer de cunoştinte şi tehnici, exemple noi, rezolvări variate. Obiectivele vizate(7-8) sunt:

a)să utilizeze definiţii, teoreme, proprietăţi în probleme de calcul şi de demonstraţie;
b)să reprezinte prin desen corpuri şi figuri geometrice studiate;
c)să utilizeze simetria unui punct/segment faţă de o dreaptă;
d)să folosească metode variate pentru demonstrarea unor enunţuri, cu mici greşeli de calcul;
e)să construiască generalizări justificate ale problemelor;
f)să înteleagă, separe şi combine secvenţe complexe de informaţie;
g)să expună logic propriile demersuri de rezolvare a unei probleme.(Competenţe generale/ Standarde de performanţă-Programa de evaluare naţională, 2011-2012)

O a treia categorie de sarcini se înscrie în planul creativităţii. Li se cere elevilor să interpreteze, să descopere noi aspecte, relaţii, să construiască noi sisteme, să inventeze, să efectueze calcule care solicită creativitatea, să rezolve şi să compună probleme, etc. Obiectivele vizate(9-10) sunt:

a)să utilizeze definiţii, teoreme, proprietăţi, în probleme de calcul şi de demonstraţie;
b)să identifice şi să facă legături conexe între noţiuni;
c)să reprezinte corect prin desen corpuri şi figuri geometrice studiate;
d)să identifice şi să utilizeze corect proprietăţile de simetrie ale unui punct/segment faţă de o dreaptă;
e)să identifice şi să folosească metode variate pentru demonstrarea unor enunţuri;
f)să identifice şi să construiască generalizări ale problemelor;
g)să verifice validitatea generalizării;
h)să înţeleagă, identifice, separe şi combine secvenţe complexe de informaţie;
i)să expună logic şi detaliat propriile demersuri de rezolvare a unei probleme.(Competenţe generale/Standarde de performanţă-Programa de evaluare naţională, 2011-2012)

În condiţiile învăţământului organizat pe clase şi lecţii sunt necesare anumite instrumente de lucru adecvate. În acest sens, ***fişele*** constituie un sprijin eficient în vederea realizării obiectivelor

urmărite. ***Aplicarea fişelor de lucru individual*** permite elevului să rezolve sarcinile în ritm propriu, conform capacitatilor şi nivelului său de cunoştinţe, priceperi şi deprinderi.

Elevii care întâmpină dificultăţi în asimilarea cunoştinţelor vor rezolva ***fişe de recuperare*** pentru înlăturarea lacunelor, toţi elevii vor rezolva ***fişe de lucru cu grade de dificultate progresive***, iar ***fişele de dezvoltare*** vor fi rezolvate de elevii cu un nivel mai ridicat decât nivelul clasei. ***Fişele de autoinstruire*** sunt ***temele pentru acasă***, care şi ele trebuie date diferenţiat. Una din cauzele principale care provoacă rămânerea în urmă la învăţătură a unor elevi o constituie lipsa tratării diferenţiate în stabilirea temelor pentru acasă. (Stănescu,I., Popa Balaci,N., 2000). Nu se renunţă la temele pentru acasă comune întregii clase care au un scop bine definit şi anume acela de a contribui la însuşirea elementelor esenţiale unui conţinut.(http://ro.scribd.com/doc/61080796/Munca-Diferentiata-premisa-a-Succesului-Şcolar) Dar, în momentul în care în clasă sunt elevi cu niveluri diferite de pregătire, eficacitatea temei pentru acasă apare odată cu diferenţierea acestora. Diferenţierea, raportată la cerinţele tratării individuale şi ale accesibilităţii, consta în alcătuirea temelor pe măsura posibilitătilor elevilor, pentru înlăturarea lacunelor din cunoştinţele elevilor cu probleme la învăţătură, în vederea atingerii nivelului minim al programei şcolare. Acelaşi articol din „Tribuna învăţământului" sugerează două variante de a da tema pentru acasă cu scopul de a-i ajuta pe copiii cu pregătire slabă. Prima variantă spune că se poate da tema comună întregii clase, structurată pe principiul acesibilităţii. Tema are o gradare treptată a dificultăţilor, dând astfel posibilitatea elevilor de a efectua parţial sau integral tema pe măsura pregătirii lor. A doua variantă propune efectuarea de către elevi a unor teme suplimentare, pornind de la lacunele descoperite în urma testarii iniţiale, fără a supraîncărca elevul. În concluzie, temele pentru acasă sau fişele de autoinstruire devin o formă superioară a muncii independente, care contribuie într-o măsură deosebită la obţinerea succesului şcolar. Prin activitatea independentă elevul este pus în situaţia de a-şi folosi propriile achiziţii, devine responsabil şi implicat în realizarea sarcinii date, depune efort propriu, se concentrează şi îşi impune un ritm de lucru. El ştie că va fi verificat şi apreciat, astfel sporindu-i încrederea în forţele proprii. Sarcinile muncii independente cultivă elevului iniţiativa, flexibilitatea gândirii, originalitatea, perspicacitatea şi imaginaţia. Deasemenea, dezvoltă priceperea de a-şi organiza timpul.

În concluzie, faptul că toţi elevii au acces la educaţie în mod egal ne obligă pe noi, cadrele didactice, să le oferim seturi de experienţe de învăţare pe măsură. Diferenţierea sarcinilor în cadrul activităţilor independente presupune cunoaşterea elevilor, a particularităţilor lor de vârstă şi individuale. Se impune cunoaşterea aptitudinilor, intereselor, caracteristicile proceselor intelectuale, afective şi volitive, rezistenţa la efort intelectual. Cadrul didactic ia cunoştinţă de nivelul pregătirii anterioare prin evaluarea iniţială, decide care noţiuni sunt asimilate corect şi care eronat, care deprinderi sunt formate corect şi care nu sunt consolidate. Plecând de aici profesorul diferenţiază sarcinile activităţii independente, trecând de la învăţământul pentru toţi la învăţământul pentru fiecare.(http://ro.scribd.com/doc/61080796/Munca-Diferentiata-premisa-a-Succesului-Şcolar)

Strategia diferenţierii şi individualizării la matematică dispune de aceeaşi metodologie ca orice strategie globală de instruire: de la obişnuitele conversaţii, demonstraţii şi explicaţii la exerciţiile şi instrumentele muncii intelectuale eficiente, de la tehnica fişelor de muncă independentă la tehnicile intuitive, iconice şi simbolice, de la formele învăţării individuale la cele ale învăţării în grupuri mici. Toate acestea şi altele urmăresc eficienţa internă a învăţării şi predării matematicii.

Exemplu de tratare diferenţiată
de fişe de exerciţii cu dificultăţi crescânde- clasa a VII-a-Patrulatere

Prima fişă cuprinde probleme mai uşoare, a doua probleme de nivel mediu şi a treia mai dificile. Profesorul îndrumă şi ajută mai mult pe cei cu posibilităţi reduse în rezolvare.

Fişa nr.1 (Probleme simple de calcul)

*1.*Dacă AB=5cm, AC=6cm, BC=4 cm, atunci perimetrul triunghiului ABC este egal cu.....cm

*2.*Dacă un teren în formă de pătrat are latura de 25 m atunci aria terenului este: a)$625m^2$ b)$100m^2$ c)$50m^2$ d)$62,5m^2$

Fişa nr.2 (Probleme complexe de calcul)

1.O parte de acoperiş în formă de trapez cu bazele de 12 m şi 6 m şi înălţimea de 4,5 m se acoperă cu ţiglă. a)Calculează: suprafaţa părţii de acoperiş;

b)Dacă pentru 1 m^2 de acoperiş sunt necesare 8 ţigle, află de câte ţigle este nevoie pentru ca să se acopere partea de acoperiş?

2.Într-un triunghi cu perimetrul de 90 cm, având laturile direct proporţionale cu numerele 3,5,6 calculează lungimile laturilor triunghiului.

Fişa nr.3 (Probleme de calcul care solicită creativitatea)

1.Laturile neparalele AB si CD ale trapezului ABCD se intersecteaza în punctul P.Ştiind că AB=8, AD=12, DC=15, BC=9, calculează lungimile PA, PB, PC, PD.

2.În triunghiul MNP, MN=10, NP=12, PM=8. Calculează lungimea segmentelor determinate de bisectoarele interioare pe laturile opuse.

Exemplu *de tratare diferenţiată*

Se explică modul de organizare a clasei şi se exemplifică sarcinile proiectate pentru o secvenţă didactică ce vizează tratarea diferenţiată, Ştiind că aproximativ jumătate din elevii clasei a VIII-a, au dovedit în urma evaluarii cunoştinţelor că nu stăpânesc reprezentarea grafică a funcţiei de gradul I.

Varianta 1

Elevii vor primi fişa de lucru şi vor fi împărţi şi în grupe în funcţie de nivelul de pregătire.

O parte dintre exerciţii sunt astfel construite încât să ajute elevii care au dovedit că nu şi-au însuşit suficient reprezentarea grafică a funcţiei de gradul I-FIŞA DE LUCRU 1, iar elevii mai buni lucrează cu un alt set de probleme de grad de dificultate mai mare. FIŞA DE LUCRU 2 .

FUNCTII - FIŞA DE LUCRU (1)-de recuperare-nivel scăzut

I. Alegeţi răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

1. Fie funcţia f:{l, 2, 3} ›Z, f(x)=2x. Dintre punetele M(1,l); N(4; 8); P(2; 4); Q(3,5) cel care aparţine G_f este:

A.M B.N C.P D.Q

2. Fie funcţia f:{1, 2, 3}→N, f(x)=x+ 1. Mulţimea Imf este egală eu:

A. {1,2,3} B. {2,3,4} C. {3,4,5} D. {1,2,3,4}

3. Fie funcţia f:{-l, 0, 1, 2}→N, f(x)=x. Mu1ţimea G_f are un număr de elemente egal cu:

A. 1 B. 0 C. 3 D. 4

II. Completaţi enunţurile de mai jos astfel încât să obţineţi propoziţii adevărate.

4. Pentru funcţia f:{O,l, 2, 4}→Z, f(x)=x-11, domeniul de definiţie este , codomeniul este ..... iar legea de corespondenţă a funcţiei este.

5. Dacă f: R→R, f(x)=3x atunei f(1)= .
6. Fie funcţia f:R→R, f(x)=3x+ l.Valoarea de adevăr a propoziţiei "A(-l ;-2)∈G_f' este:
III. Scrieti rezolvarile complete.
7. Reprezentaţi geometric graficele funcţiilor:
a) f:{0,1,2} ›Z, f(x)=x+2; b) f:R ›R, f(x)=2x+2.
8. Fie funqia f:R→R, f(x)=ax-4. Determinaţi numărul întreg a ştiind că punctul P(5; 6) aparţine graficului funcţiei.

FIŞA DE LUCRU (2)-de dezvoltare-nivel bun

1. Fie funcţia f: R → R, f(x) = x -1. Calculaţi f(3)+ f(-3).
2. Verifica şi dacă punctul A(2; -3) se află pe graficul funcţiei f: R → R, f(x) = 2x - 1.
3. Aflaţi numărul real a, astfel încât punctul A(1; -3) să aparţină graficului funcţiei f: R → R, f(x) = (x - 3) . a + 1.
4. Reprezentaţi grafic funcţiile:
a) f:{-3;-1;0;2;3}→R, f(x)=x+1
b) f:R ›R, f(x)=-x+3.
5. Fie funcţia f: R → R, f(x) = 2x - 6.
a) Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele de coordonate.
b) Reprezentaţi graficul funcţiei f.
e) Aflaţi tangenta unghiului format de graficul funcţiei f şi axa ordonatelor.
d) Calculaţi aria şi perimetrul triunghiului determinat de graficul funcţiei f şi axele de coordonate.
e) Calculaţi distanţa de la originea axelor la graficul funcţiei.
6. Se consideră funcţia f: R → R, f(x) = 3x + I.
a) Reprezentaţi graficul funcţiei f.
b) Rezolvaţi în R ecuaţia f(x) = 7.
e) Rezolvaţi în R inecuaţia f(x) - 5 < x.
d) Determinaţi mulţimea A = {x ∈ R | f(x) + 21≤ 6}.

Varianta 2

Dacă elevii nu şi-au însuşit, în proporţie de peste 50% , reprezentarea grafică a funcţiei de gradul I:

- Se împarte clasa în 2 grupe, grupa celor care şi-au asimilat reprezentarea funcţiei(grupaI) şi grupa celor care trebuie ajutaţi să şi-o însuşească(grupa a II-a).
- Se repetă noţiunile de bază legate de funcţia de gradul I: domeniu, codomeniu, reprezentarea unui punct în sistemul cartezian xOy
- Sunt solicitaţi elevii din prima grupă să dea exemple de direct proporţionalităţi : distanţă parcursă- timp, cantitate-preţ total, etc.
- Elevii sunt împărţiţi în subgrupe de 3-4 elevi Ia, Ib, ...,respectiv IIa, IIb, ...fiecărei grupe Ia asociindu-i-se o grupă IIa. Cei din prima grupă ”valorică” vor trebui să compună exerciţii simple pentru cei din grupa a II-a: reprezentarea pe axe a numerelor pozitive şi negative, calcularea f(x) pentru diverse valori ale lui x, reprezentarea în sistem cartezian a perechilor de valori (x, f(x))
- Elevii din subgrupele II prezintă în plen rezolvarea unuia dintre exerciţiile propuse de cei din grupa I.

- Se măreşte gradul de dificultate dacă se constată progres : se trece la reprezentări grafice ale funcţiilor, se modifică sau se diversifică domeniile de definiţie, se calculează pe cale grafică valori ale funcţiei.

9.4.2. Valenţe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală şi pe grupe

Cele trei forme de organizare a activităţii în cadrul lecţiei sunt: frontală, individuală şi pe grupe. Asigurarea unui randament dorit al activităţii şcolare se poate obţine prin îmbinarea celor trei forme în activităţi diferenţiate.

1. Învăţământul frontal ca mod de organizare a procesului didactic este şi una dintre formele de organizare a muncii elevilor în cadrul lecţiei.

La activitatea frontală, dascălul ajută elevul să înţeleagă noile cunoştinţe, trecând apoi la munca independentă, unde fiecare îşi manifestă iniţiativa.

Cu toate ca învăţământul frontal prezintă unele dezavantaje, el nu poate fi eliminat din procesul de învăţământ, deoarece în cadrul activităţii frontale profesorul explică ceea ce elevii nu au înţeles, face demonstraţii logice pe care elevii nu le-ar putea face singuri.

Iniţiativa, creativitatea şi munca independentă a elevilor presupune însuşirea de către aceştia a unor tehnici de muncă intelectuală, pe care le învaţă de la cadrul didactic.

Tot în cadrul muncii frontale, elevii îşi însuşesc şi algoritmii de calcul, necesari în munca independentă individuală şi pe grupe. Stăpânind bine cunoştinţele asimilate şi tehnicile de muncă intelectuală, prin efort personal, elevii vor fi capabili să se educe permanent, şcoala învăţându-i cum să înveţe.

Rezolvarea de exerciţii variate, precum şi a diferitelor tipuri de probleme se fac tot în activităţi frontale. În lecţiile de consolidare a cunoştinţelor bazate numai pe activitatea independentă a elevilor există momente de activitate frontală: explicarea cerinţelor care trebuie rezolvate din: fişa, proba de control sau munca pe caiete, precum şi aprecierile care se fac asupra modului de lucru.

Necesitatea dezvoltării iniţiativei elevilor, punerea lor în situaţia de a găsi singuri mijloace de rezolvare a diferitelor probleme şi situaţii noi, care să le solicite gândirea, imaginaţia, căutarea de soluţii originale, rezolvarea problemelor pe mai multe căi, impune ca în procesul didactic să se utilizeze alături de învaţământul frontal şi organizarea individuală şi cea pe grupe.

2. *Învăţământul pe grupe* se pretează mai ales în clasele în care elevii au niveluri şi aptitudini eterogene, profesorul împărţind clasa în grupe corespunzătoare cu diversele niveluri de cunoştinţe ale elevilor. Într-o clasă eterogenă învăţământul pe grupe se poate organiza în două moduri: grupe omogene şi grupe eterogene.

Grupele omogene sunt formate din elevi care au cam acelaşi nivel de inteligenţă, aceleaşi aptitudini. După nivelul de pregătire, grupele se împart în: grupa elevilor buni, grupa elevilor mediocri şi grupa elevilor slabi. Temele date sunt diferenţiate în raport cu posibilităţile grupei.

Grupele eterogene sunt formate din elevi cu niveluri diferite de inteligenţă, performanţă , studiu sau aptitudini. Temele date spre rezolvare sunt de aceeaşi dificultate, de obicei de dificultate medie. Un aspect pozitiv al acestor grupe este că ele ajută la formarea unor relaţii trainice, obişnuindu-i pe elevi să se ajute unii pe alţii, să ceară sprijinul într-o situaţie problemă, îi învaţă cum să critice sau să primească observaţiile colegilor - lucruri necesare în viaţa profesională de mai târziu.

Exemple *de tratare pe grupe eterogene*

Se explică modul de organizare a clasei şi se exemplifică sarcinile proiectate pentru o secvenţă didactică ce vizează tratarea diferenţiată, ştiind că aproximativ jumătate din elevii clasei a VIII-a, au dovedit în urma evaluarii

cunoştinţelor că nu stăpânesc reprezentarea grafică a funcţiei de gradul I.

Soluţia 1

Se va organiza întreaga clasă pe 4-5 grupe de lucru eterogene. Fiecare grupă va cuprinde elevi slab pregătiţi, elevi mediu pregătiţi şi elevi bine pregătiţi. O grupă nu va fi mai mare de 5-6 elevi.

Secvenţa didactică cu tema de reprezentare grafică a funcţiei de gradul I va cuprinde trei etape specifice:

a) etapa frontală- iniţiere în reprezentarea grafică a funcţiilor afine, cu durata de 10 minute. Se vor prezenta 3 exemple de funcţii:

- o funcţie liniară definită pe o mulţime finită de elemente: $f:\{1;2;3\}\to R \quad f(x)=2x-1$;
- o funcţie liniară definită pe un interval mărginit de numere reale: $f:(-1;4]\to R \; f(x)=2x-1$;
- o funcţie liniară definită pe un interval nemărginit de numere reale:$f:(-2;\infty)\to R \quad f(x)=2x-1$

Se va insista pe respectarea unui ***algoritm de reprezentare grafică*** **:**

- realizarea tabelului de valori;
-completarea tabelului cu valori prin efectuarea de calcule;
-reprezentarea grafică a sistemului de axe ortogonale Ox şi Oy;
-stabilirea prin notare a punctelor din grafic în concordanţă cu tabelul de valori obţinut;
-marcarea pe grafic a punctelor stabilite şi trasarea graficului funcţiei.

Se vor evidenţia asemănări şi deosebiri în structura graficelor obţinute ţinând cont de domeniile de definiţie alese.

b) etapa individuală/pe grup

- se vor distribui 4-5 fişe de lucru (în număr egal cu grupurile de elevi realizate), fiecărui grup revenindu-i o singură fişă cu 2-3 reprezentări grafice.
-exemple de itemi din cele 4 fişe ar putea fi cei de mai jos:

FIŞA 1 - reprezentaţi grafic următoarele funcţii

a. $f:\{-1;0;2\}\to R, \qquad f(x)=2x-3$
b. $f:[1;4]\to R, \qquad f(x)=x+1$

FIŞA 2 - reprezentaţi grafic următoarele funcţii

a. $f:\{-2;1;3\}\to R, \qquad f(x)=3x-1$
b. $f:[-1;3)\to R, \qquad f(x)=2x-1$

FIŞA 3 - reprezentaţi grafic următoarele funcţii

a. $f:\{-1;1;2\}\to R, \qquad f(x)=2x-2$
b. $f:(1;\infty)\to R, \qquad f(x)=x-1$

FIŞA 4 - reprezentaţi grafic următoarele funcţii

a. $f:\{-1;0;2\}\to R, \qquad f(x)=2x-3$
b. $f:(-\infty;2]\to R, \qquad f(x)=-x-1$

- se va atribui un punctaj cuprins între 0 şi 10 puncte pentru fiecare fişă;
- timpul de lucru pentru fiecare fişă - 10 minute;
-se vor realiza permutări circulare ale fişelor între grupurile de lucru :

Grupa1←Grupa2←Grupa3←Grupa4←Grupa1 ş.a.m.d.

- fiecare echipaj va primi un punctaj final egal cu suma punctajelor aferente fişelor primite.

c)etapa finală - se vor comenta rezultatele obţinute şi se va repeta procedeul într-o oră consecutivă din săptămâna curentă în scopul ameliorării rezultatelor.

Soluţia 2

Se va începe cu o recapitulare a noţiunilor teoretice: definiţia funcţiei, exemple, grafice de funcţii având domenii de definiţie diferite, condiţia pentru ca un punct să aparţină graficului unei funcţii date.

Aceasta recapitulare se va face împreună cu elevii care au reuşit să-şi însuşească noţiunile, iar apoi se va propune un set de exerciţii care se vor rezolva la tablă sub îndrumarea profesorului.

Exerciţii propuse spre rezolvare:

1. Reprezintă grafic funcţiile:

a) f: { -2, -1, 0, 1, 3 } $\to$R, f(x) = x+1

b) f: (-∞ ,2] $\to$R , f(x) = -2x

c) g: [-3, 3] $\to$R, g(x) = $\frac{x}{3}$ +1

d) h : R $\to$R, h(x) = 3x-2

2. Care din următoarele puncte aparţin graficului funcţiei

f : R $\to$R, f(x) = 1,4x- 1,6

A(-9,16) , B (-1,3), C(0, $\sqrt{2}$) ,D(4,-5) , E(9,-13) ?

3. Se dau punctele A(-16,-50), B (1,2), C(4,11) si D(37,100). Arată că punctele A, B, şi C nu sunt coliniare, dar B,C şi D sunt coliniare.

4. Determină functiile f,g,h:R $\to$R, ştiind că :

a) f(x) = -3x+b şi graficul funcţiei trece prin punctul A(3,-7);

b) graficul funcţiei g este dreapta OB, O fiind originea sistemului de axe şi B($\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$) ;

c) graficul functiei h este dreapta CD unde C(4,5) şi D(-2,-7).

***Observaţie**:* Tema pentru acasă va conţine exerciţii asemănătoare celor rezolvate în clasă.

Oricare ar fi natura grupelor, ele au un caracter temporar şi dinamic în raport cu evoluţia elevilor şi cu sarcinile concrete. Aceste microgrupuri fiind părţi integrante ale colectivului clasei trebuie dezvoltată conştiinţa apartenenţei elevilor la acest colectiv, evitându-se astfel cazurile de egoism, închidere în sine sau izolare.

Se pot organiza cu succes activităţi pe grupuri eterogene, care implică întrecerea, competiţia.

Obiectul muncii pe grupe este folosirea în comun a cunoştinţelor şi priceperilor pentru a duce la bun sfârşit o sarcină, de care răspunde toată grupa. Elevii trebuie să înţeleagă că reuşita activitaţii depinde de efortul pe care-l depune fiecare.

Munca pe grupe poate fi organizată în procesul dobândirii, consolidării, aplicării cunoştinţelor, al formării priceperilor şi deprinderilor. Pentru a eficientiza această muncă, ***temele*** trebuie selectate cu grijă şi se cer respectate următoarele ***cerinţe***:

- alegerea conştientă a acelei forme de organizare care oferă posibilităţi mai bune pentru atingerea scopului educativ;
- cunoaşterea particularităţilor logice şi de psihologie a învăţării matematicii şi cerinţele pe care le ridică în faţa elevului;
- soluţionarea eficientă a muncii didactice.

După realizarea verificărilor pe baza unor probe, elevii pot fi împărţiţi în trei grupe:

- grupa elevilor buni, cu ritm rapid de lucru (elevi care nu au dificultăţi în asimilare);
- grupa medie (care necesită sprijin în asimilare);
- grupa elevilor slabi, cu ritm lent, cu lacune în cunoştinţe (elevi cu dificultăţi în asimilare).

Pentru numirea grupelor se pot folosi: A, B, C, nepermiţând elevilor să acorde calificative ca: “prost”, “deştept”, “bun”, “slab”, care supără şi pot crea complexe de inferioritate în rândul celor slabi şi de înfumurare celor buni.

3. *Învăţământul individual,* era un învăţământ intensiv, care a funcţionat înaintea organizării învăţământului pe clase şi lecţii (elevul avea educatorul său personal). Acest fapt priva elevul de contactul social cu alţi copii de aceeaşi vârstă.

Această formă de învăţământ se mai utilizează astăzi în cadrul şcolilor de muzică, având ca scop învăţarea unui instrument muzical.

În contextul în care s-a trecut la organizarea învăţământului pe clase şi lecţii, învăţământul individual se aplică realizându-se anumite sarcini şcolare, de către fiecare elev în parte, independent de ceilalţi colegi. Cadrul didactic poate interveni sau nu pentru a-i ajuta să rezolve sarcinile date.Această formă se foloseşte în munca independentă pentru:

- fixarea şi consolidarea cunoştinţelor;
- formarea de priceperi şi deprinderi;
- exersarea unor operaţii mintale prin rezolvări de exerciţii şi probleme;
- aplicarea lor în practică.

Pentru realizarea acestor scopuri didactice, ***activitatea individuală*** poate fi organizată astfel:

a) activitate individuală cu teme comune pentru toţi elevii clasei;

b) activitate individuală cu teme diferenţiate pe grupe de nivel;

c) activitate individuală cu teme diferite pentru fiecare elev (***activitate individualizată sau personalizată*****).**

Prima variantă se foloseşte, de obicei, ca muncă individuală, după predarea lecţiei sau reactualizarea cunoştinţelor; toţi elevii trebuie să rezolve exerciţiile date, indiferent de capacităţi şi ritm de lucru. Munca independentă şi munca individuală nu sunt noţiuni identice. ***Munca individuală*** se poate desfăşura şi independent sau poate fi îndrumată de către profesor, iar ***munca independentă*** se poate organiza atât individual cât şi pe grupe sau frontal, elevii lucrând singuri, fără ajutor.

Munca individuală, fie independentă sau îndrumată îl responsabilizează pe elev în faţa sarcinilor încredinţate, îi sporeşte încrederea în propriile forţe, îi dezvoltă spiritul de iniţiativă şi priceperea de organizare a muncii şi-l obişnuieşte cu utilizarea raţională a mijloacelor de informare etc.

Învăţământul individual şi munca diferenţiată îl ajută pe elev să obţină rezultate bune în activitatea de învăţare: deprinderi temeinice de muncă intelectuală, cunoştinţe însuşite corect, capacitatea aplicării lor în practică, dezvoltarea corespunzătoare a proceselor psihice, etc.

Activitatea individualizată trebuie exersată atât cu elevii capabili de performanţe cât şi cu cei cu un nivel de dezvoltare intelectuală scazută, în scopul de a-i ajuta să-şi însuşească minimum de cunoştinţe prevăzute în programă.

Munca individualizată este diferită de munca individuală, ea presupunând adaptarea volumului de informaţii şi metode didactice la capacităţile fiecărui elev în parte.

"***Munca individualizată*** constă nu în efectuarea individuală a aceleiaşi munci de către toţi, ci în a alege pentru fiecare munca specifică adaptată la fiecare individ". (Dottreus, R., 1970)

Acest tip de muncă reprezintă un mijloc potrivit de prevenire a eşecului şcolar al elevilor mediocri sau slabi pe de o parte şi oferă posibilitatea progresului elevilor cu aptitudini pe de altă parte.

Una dintre metodele des folosite în organizarea individuală a procesului de învăţământ este ***exerciţiul***. Folosirea lui face posibilă respectarea ritmului de lucru al elevilor. El poate fi utilizat de asemeni şi sub formă de muncă individualizată şi muncă diferenţiată pe grupe de nivel.

Un instrument de lucru potrivit şi des folosit pentru exerciţiile diferenţiate îl constituie ***fişele de muncă independentă.*** Pentru elevii cu aptitudini deosebite pentru matematică, care rezolvă corect şi rapid exerciţiile şi problemele mai dificile dau sarcini suplimentare, nelăsându-i să stagneze la nivelul mediu al clasei. În acest scop se pot folosi culegerile de probleme sau exerciţii şi probleme mai dificile date spre rezolvare la concursurile şcolare judeţene. În caz de nereuşită trebuie stimulaţi, pentru a nu-şi pierde încrederea în forţele proprii. De un real folos în această

situaţie este colaborarea strânsă cu familiile elevilor, care trebuie să le fie alături la pregătirea temelor şi la munca suplimentară. Tot pentru elevii cu aptitudini, în cadrul muncii independente, la lucrările de control sau pentru fixarea cunoştinţelor la sfârşitul orei, se pot pregăti fişe numerotate cu exerciţii şi probleme suplimentare, mai dificile, pe care aceştia să şi le aleagă singuri de pe catedră, în momentul terminării lucrării, iar dacă întâmpină greutăţi să primească îndrumări individuale (elevul îşi notează numărul fişei pe caiet urmând ca într-o altă oră să nu aleagă aceeaşi fişă).

Se pot aplica ***teme diferenţiate*** sub aspectul conţinutului, volumului, efortului intelectual şi timpului de efectuare, cu ajutorul fişelor de lucru pe grupe omogene şi individual. ***Tema pentru acasă*** trebuie să fie dozată în aşa fel încât să nu depăşească puterea de muncă şi de înţelegere a copiilor şi mai ales să nu le ocupe mult timp. Ea poate să fie diferenţiată ori de câte ori este posibil sau necesar, să fie controlată permanent şi minuţios, să cuprindă ceea ce au învăţat, ce au înţeles, nu lucruri pe care nu le pot rezolva.

Activitatea cu fişele implică mai multe operaţii : alcătuirea fişelor, clasificarea lor, alegerea fişelor potrivite pentru anumiţi elevi, munca elevului cu fişa, controlul ei.

Profesorul cunoscând nivelul fiecărui elev dă acestuia fişa care i se potriveşte. În timp ce elevii rezolvă exerciţiile şi problemele conţinute în fişă, cadrul didactic observă cum muncesc aceştia şi îi ajută pe cei care întâmpină greutăţi.

Munca elevului trebuie controlată.

Se pot alcătui fişe pentru consolidarea cunoştinţelor, pentru formarea de priceperi şi deprinderi, în scopul însuşirii de noi cunoştinţe şi fişe de corectare a greşelilor, în funcţie de obiectivele urmărite.

Un experiment interesant de individualizare a învăţământului a fost realizat de pedagogul elveţian ***Robert Dottrens***, care a propus învăţarea cu ajutorul fişelor, stabilind patru categorii de fişe:

1- ***fişe de dezvoltare*** pentru elevii foarte buni din clasă, care termină munca independentă înaintea celorlalţi; aceste fişe cuprind întrebări şi exerciţii mai grele, mai multe, cu scopul de a valorifica la maxim potenţele intelectuale ale elevilor foarte buni;

2- ***fişe de recuperare*** destinate elevilor cu gândire mai lentă, mai puţin ageră; ele se alcătuiesc în legătură cu golurile în cunoştinţe, după ce acestea au fost sesizate, în prealabil;

3- ***fişe de exerciţii*** menite să înlocuiască ori să completeze exerciţiile din manual, adaptate la elevii unei clase;

4- ***fişe de autoinstruire*** ce cuprind cunoştinţe explicate, împreună cu teme de control destinate autoinstruirii elevilor.

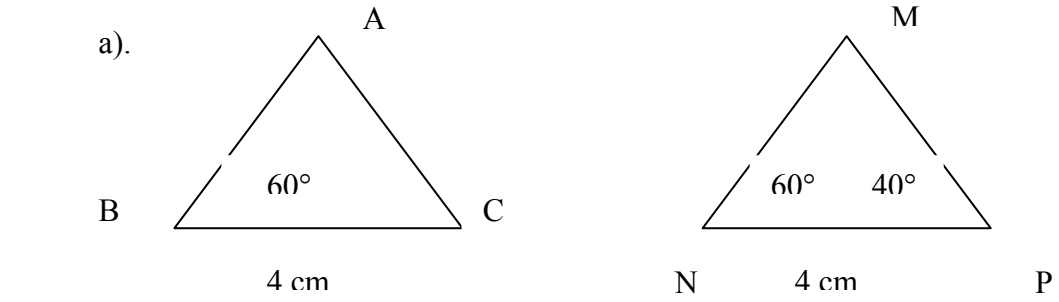
Exemplu

de fişă de recuperarea cunoştinţelor referitoare la CAZURILE DE

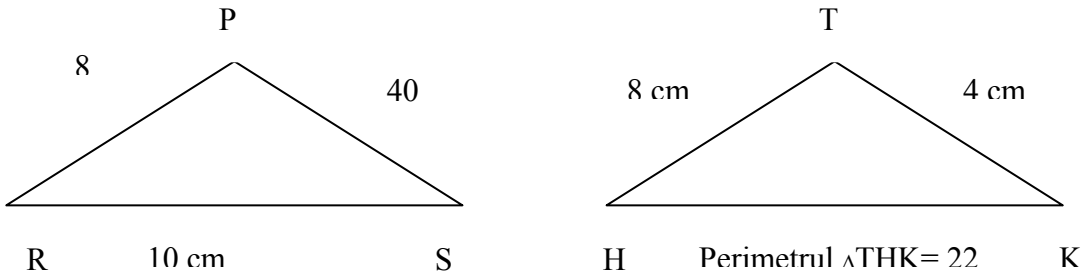
CONGRUENŢĂ ALE TRIUNGHIURILOR - clasa a V I-a

Folosind cazurile de congruenţă, demonstrează congruenţa triunghiurilor de mai jos. Prin linii punctate s-au reprezentat bisectoarele unghiurilor respective.

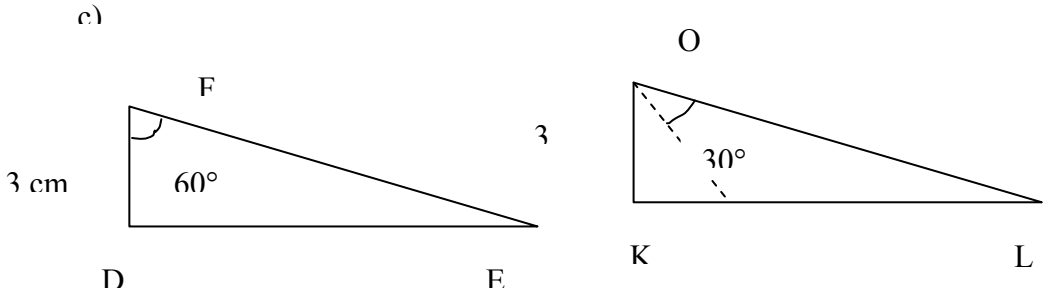
a).



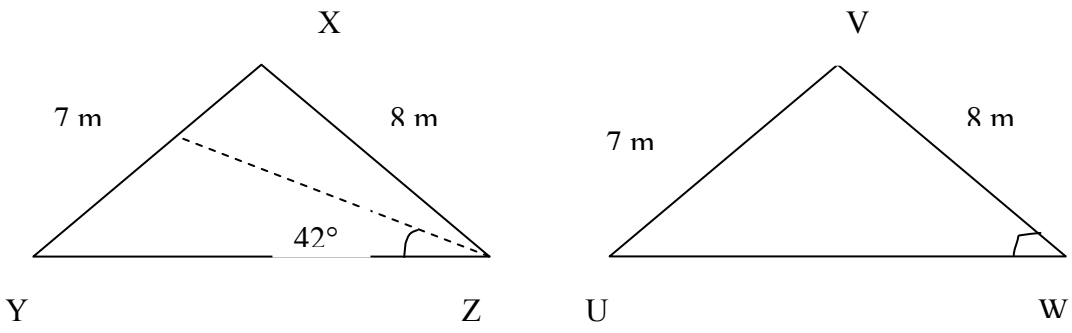
b).



c)



d).



Exemple ***de fişe de dezvoltare:*** pentru lecţia cu ***tema: Teorema catetei şi a înălţimii - clasa a V II-a.***

Fişa nr. 1

Fie ΔABC dreptunghic cu m(<A)=90^0 şi AD perpendiculara din A pe BC.
Ar putea avea loc relaţiile:
a)BD/AB=AB/BC
b)AD/DC=BD/AD ?

Fişa nr. 2

1)În ΔABC, m(<A)=90^0, AD ⊥ BC ,BD=5cm,BC=12cm. Calculează AB.

2) În ΔABC , m(<A)=90^0, AD⊥ BC, DC=4 cm, BD==9 cm. Calculează AD.

3)În ΔMNP, m(<N)=90^0, NR ⊥ MP, NR=12 cm, RP=8cm. Calculează MR.

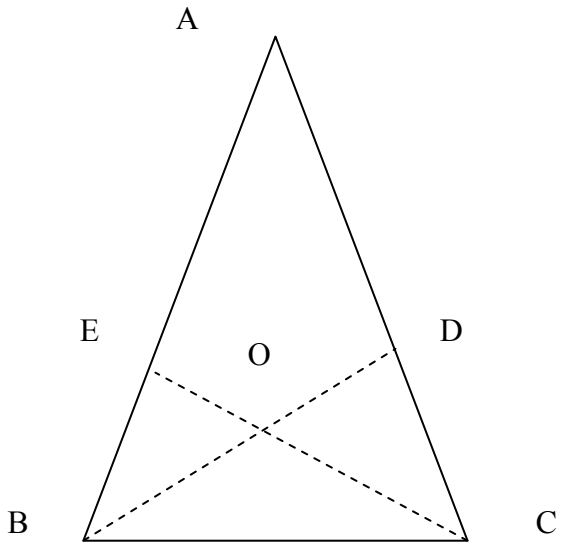
4)În ΔABC, m(<A)=90^0, AD ⊥ BC, AD=15cm, DC=10 cm. Calculează BC.

5)În ΔEFG, m(<F)=90^0, FO ⊥ EG, OE=a, OG=a. Calculează EG, FE, FG.

Exemplu ***de fişă de dezvoltare:*** pentru lecția cu ***tema: Congruența triunghiurilor - clasa a V I-a.***

În figura de mai jos laturile AB şi AC ale triunghiului Δ ABC sunt congruente. Dacă m(<ABC)= m(<ACB), iar BD şi CE sunt bisectoarele lor, demonstrează că:

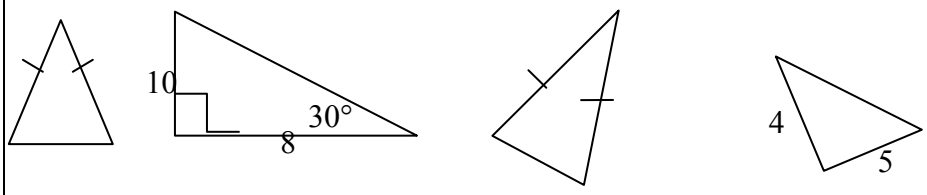
a) ΔEAC=ΔDAB.
b) [DB]=[CE] şi [AE]=[AD].
c) [BE]=[DC].
d) ΔBEO= ΔCDO, unde {O}=CE ∩ BD.



Exemple

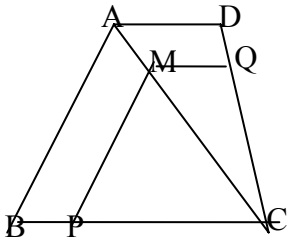
1.Fişă de dezvoltare pentru lecţia cu ***tema: Triunghiuri asemenea – clasa a VII-a***

1.Stabileşte care triunghiuri sunt asemenea şi ce criteriu de asemănare îi corespunde:



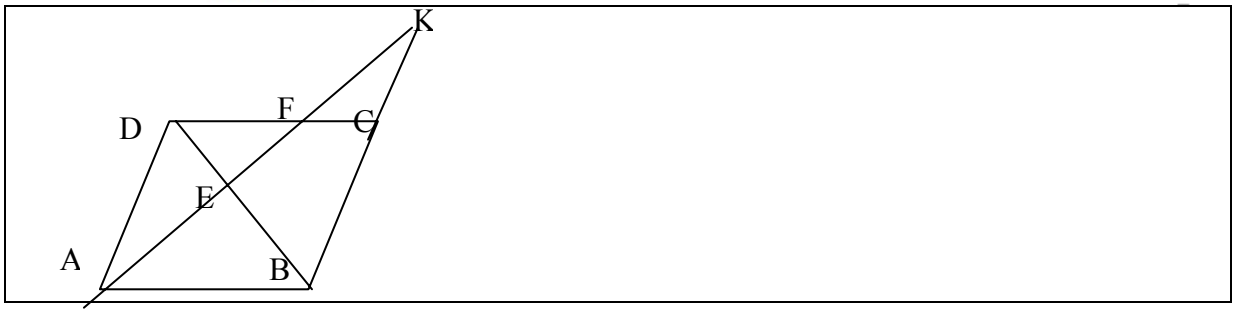
35°

2.În figura alăturată MP ∥ AB, MQ ∥ AD.Arată că: $\frac{BP}{BC}+\frac{CQ}{CD}=1$.



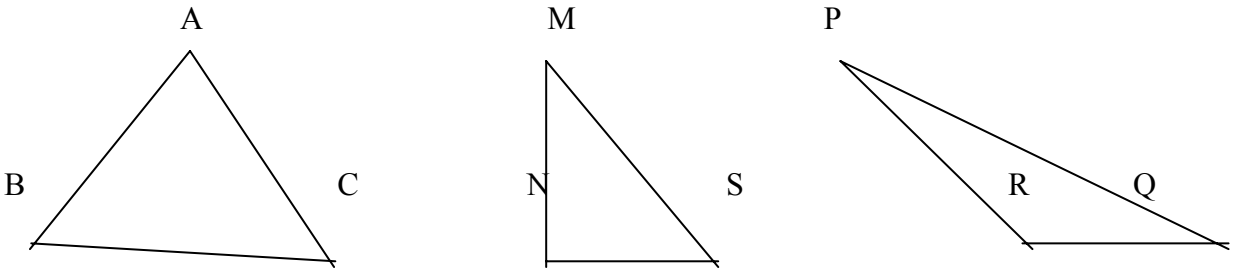
3.Se ştie că mărimea umbrei unui obiect depinde de poziţia sursei de lumină faţă de obiect. Cum ar putea fi reprezentată această situaţie cu ajutorul unui desen?
Dacă obiectul este un om cu înălţimea de 1,60m iar, lungimea umbrei 2m, să se afle înălţimea sursei de lumină ştiind că obiectul se află la o distanţă de 3,6m faţă de sursă.

4.În figura alăturată ABCD este un paralelogram. Dacă AE=6cm şi FK=5cm, AB= 10cm, află lungimea lui EF.



2.Fişă de exerciţii pentru lecţia cu ***tema: Proiecţia unui punct/segment pe o dreaptă. Media geometrică a două numere reale pozitive – clasa a VII-a***

1)Construieşte în triunghi proiecţiile vârfurilor pe laturile opuse acestora.



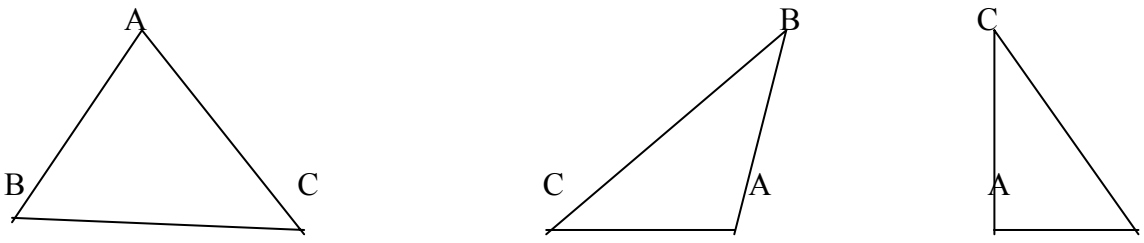
pr.....A=.....

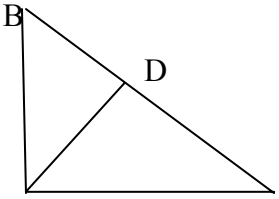
pr.....B=.....

pr.....C=.....

2)Desenează un paralelogram. Construieşte proiecţiile vârfurilor paralelogramului pe laturile pe care acestea nu sunt situate.

3)a)Construiţi proiecţia laturii AC pe BC în triunghiurile :



4) 

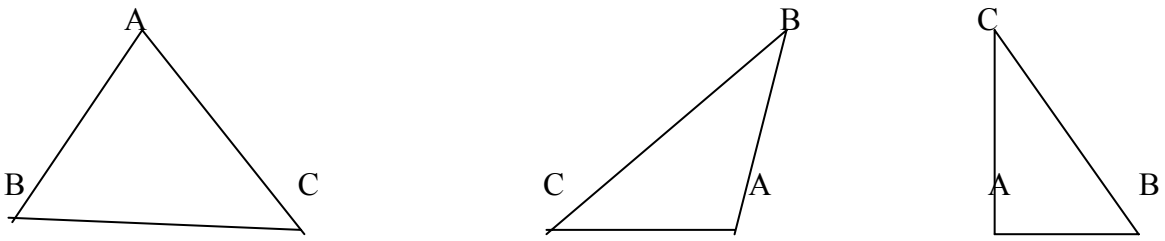
Daca BD=4 cm si DC=9 cm ,efectuati:

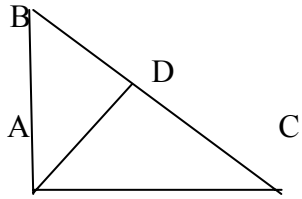
a) BD×DC=.....

A C b)√BD×DC=.....

c)ce reprezinta formula de la pct b) ? R:.....

3)a)Construieşte proiecţia laturii AC pe BC în triunghiurile :



4) 

Dacă BD=4 cm şi DC=9 cm ,efectuează:

a) BD×DC=.....

b)√BD×DC=.....

c)Ce reprezintă formula de la punctul b) ? R:.....

Exemplu

de fişă de autoinstruire: pentru lecţia cu ***tema:*** Lungimea unui segment.

Operaţii cu segmente. Mijlocul unui segment. ***- clasa a VI-a***

Noţiuni teoretice:

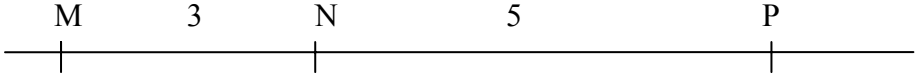
-se numeşte ***lungime a unui segment*** [AB]: distanţa dintre punctele A şi B.

-segmentele care au aceeaşi lungime se numesc ***segmente congruente.***

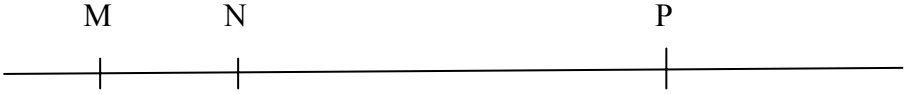
-se numeşte ***mijloc al unui segment***: punctul unic care împarte segmentul în două segmente congruente.

Probleme:

1)Dacă MN=3 cm şi NP=5 cm atunci lungimea MP=.....cm.



2)Dacă MN=2 cm şi MP=8 cm atunci lungimea NP=.....cm.



3)Dacă AB=12 cm şi C este mijlocul segmentului [AB] atunci :

a)Desenează segmentul şi mijlocul segmentului [AB].

b) AC=.....cm.

3)Un segment de 12 cm este congruent cu un alt segment, dacă al doilea segment are lungimea de .....cm.
4)Dacă distanţa de la Braşov(B) la Făgăraş (F) este de 60 km iar distanţa de la Braşov (B) la Arad(A) este de 410 km, atunci distanţa de la Făgăraş(F) la Arad(A) este egală cu .....km.
5)Dacă un stâlp este lung de 15 m atunci jumătatea stâlpului este lungă de .....m.
6)Dacă AB =6,8 m atunci mijlocul său se află la .....m de capetele segmentului.
7)Dacă AB=1,7 cm şi CD=5,8 cm atunci 2AB+5CD este egal cu .....cm.

Exemplifică o fişă de exerciţii pentru lecţia cu tema: Calcule cu măsuri de unghiuri – clasa a VI-a . ***R:*** Revezi paragraful 9.4.2.

Exemple

de fişe pe grupe de nivel (fişă de recuperare A, fişă de exerciţii B, fişă de dezvoltare C)- clasa a XI-a

Tema lecţiei: Aplicaţii ale determinanţilor în geometria analitică

A

1) Scrie ecuaţia dreptei AB sub formă de determinant şi sub formă carteziană generală, dacă:

a) A(1,3); B(- 2,5); b) A(2, -3); B(- 1,5); c) A(2,0); B(0, 3).

2) Precizează care dintre punctele: A, B, C sunt coliniare, în cazurile:
a) A(- 2,5), B(2,3), C(-1,4); b) A (1,1), B(3,3), C(5,5); c) A(- 3,2), B(1,2), C(8,2); d) A(1,3), B(- 2,0),
C(2,4); e) A(- 4,2), B(- 2,1), C(3,0); f) A(1, -1), B(1,5), C(2, - 3); g) A(1,2), B(2,3), C(5,5).

3) Calculează aria triunghiului ABC, în cazurile: a) A(2,1), B(1,5), C(-2,4); b) A(1,1), B(2,2),C(3,4);
c)A(3,2), B(6,4), C(9,10); d) A(2, - 3), B(-1, 0), C(3,1); e) A(6,3), B(2,1), C(- 4, - 2).

4) Precizează care dintre punctele: A(- 3, - 3), B(3,6), C(- 2,1), aparţin dreptei:3x -2y + 3 = 0.

B

1) a) Arătă că punctele: A(1, 2), B(-2, 1), C(- 5,0), D(4, 3) sunt situate pe aceeaşi dreaptă.
b) Punctele: A, B, C sunt situate pe dreapta de ecuaţie: 3x – 2y + 5 = 0 şi au abscisele: - 1, 0 şi respectiv 3. Determină ordonatele punctelor: A, B, C.

2) Stabileşte care dintre punctele: C, D, E se află pe dreapta AB, în cazurile:
a) A(0,3/4), B(- 3/2, 0), C(1,1); D(1, 5/4), E(-1, ¼);b) A(1,4), B(-1,6), C(0,5), D(

- 1,6), E(6, - 1).

3) Se dau trei puncte: A, B, C. Determină parametrul real α, pentru care punctele sunt coliniare, în cazurile: a) A(1, α), B(- 3, 3), C(α ,1); b) A(2, α), B(7α - 29, 5), C(- 4, 2); c) A(1,5), B(4, α), C(2, - 3); d) A(2, - 1), B(3, - 5), C(α , 2).

4) Se dau punctele: A(1, 2), B(- 2, 3), C(4, m + 5), m$\in$R. Determină parametrul m, astfel încât:
a) punctele: A, B, C să fie coliniare ; b) aria triunghiului ABC să fie egală cu 30.

C

1) Calculează aria patrulaterului, cu vârfurile: A(1,2), B(- 3,4), C(- 1, - 2), D(3,2).

2) Calculează distanţa dintre dreptele paralele:
a) (d_1): 3x + 4y – 5 = 0; (d_2): 6x + 8y + 7 = 0;b) (d_1): 3x – 2y + 1 = 0;
(d_2): 9x – 6y + 10 = 0.

3) Arată că ABCD, unde: A(0,7), B(6,5), C(5,2), D(- 1, 4) este un dreptunghi şi apoi calculează-i aria.

4) Se consideră triunghiul ABC, cu: A(2, 3), B(4, - 1), C(5, 2) şi D(1, 2). Arătă că proiecţiile lui D pe laturile triunghiului ABC, sunt trei puncte coliniare.

5) Se consideră un dreptunghi, având două laturi de ecuaţii: 3x – 2y – 5 = 0, 2x + 3y + 7 = 0 şi un vârf
A(-2, 1). Determinaţi aria dreptunghiului.

6) Laturile [AB], [BC] şi [AC] ale triunghiului ABC sunt date prin ecuaţiile:
x + 21y – 22 = 0, 5x - 12y + 7 = 0, 4x – 33y + 146 = 0. Calculează distanţa de la centrul de greutate al triunghiului, la latura BC.

7) Fie triunghiul ABC, cu vârfurile: A(- 1, - 2), B(2, 3), C(-1, 4). Determină punctul M din interiorul triunghiului, pentru care: $S_{AMB} = S_{BMC} = S_{AMC}$.

Exemplu –***Fişă de itemi pe grupe de nivel de tratare diferenţiată în fixarea cunoştinţelor despre rapoarte de numere reale reprezentate prin litere la clasa a VIII-a***

Nivel scăzut

I. Simplificaţi rapoartele:

$$\frac{3a^2y^3}{3a^2y^5};\ \frac{x^2-1}{(x+1)^2};\ \frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$$

II. Amplificaţi rapoartele:

$$\frac{3}{2y}\ (3xy);\quad \frac{x+2}{x-1}\ (x-1).$$

III. Efectuaţi calculele:

$$\frac{x-1}{x^2-3x}+\frac{x+2}{x^2-3x}+\frac{1}{x^2-3x};\quad \frac{x+2}{y}\cdot\frac{7y^3}{x^2-4}$$

$$\frac{ax+ay}{x^2-25}:\frac{x+y}{x-5}$$

Nivel mediu

I. Efectuaţi calculele:

$$\frac{2}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{6x}+\frac{x-1}{3x}=$$

$$\frac{2}{x-1}-\frac{x+5}{x^2-1}+\frac{5}{x+1};.$$

II. Calculaţi, aducând la forma cea mai simplă:

$$\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)^2\cdot\frac{(x-2)^2}{(2x+1)^3}-\frac{x-2}{2x-1}=$$

$$\left(\frac{5x+3}{x^2-25}+\frac{1}{x-5}\right):\frac{4}{x^2-5}-(x-3)=$$

$$\left(\frac{1}{3x-2}-\frac{4}{3x+2}+\frac{3x-7}{9x^2-4}\right)\cdot\frac{3x^2+5x+2}{1-2x}=$$

Întocmeşte trei fişe: de recuperare A, de exerciţii B, de dezvoltare C-la clasa a XI,

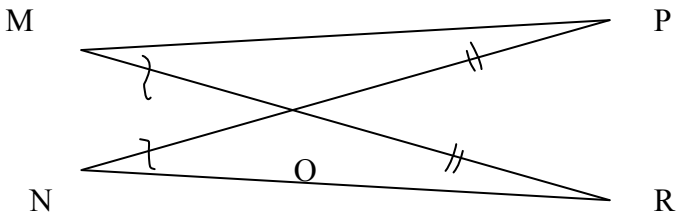
Tema lecţiei: Determinanţi. ***R:*** Revezi paragraful 9.4.2.-

Exemple.

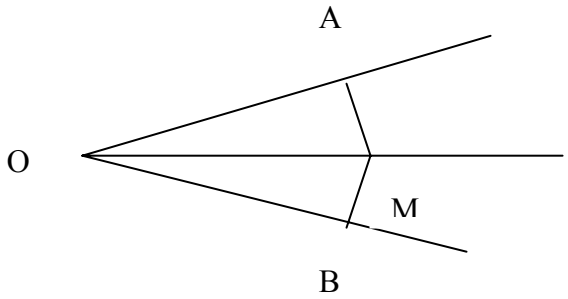
Exemplu

de fişă de exerciţii cu dificultăţi crescânde- clasa a VII-a

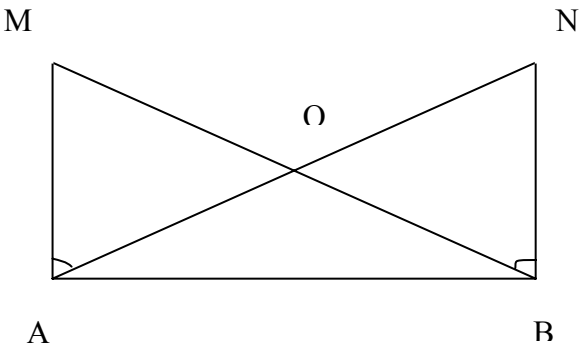
4) În figura de mai jos, se cunoaşte că [MO]=[ON] respectiv [PO]=[RO]. Demonstrează că:
   a) $\Delta MON = \Delta NOR$
   b) *[MP]=[NR].*



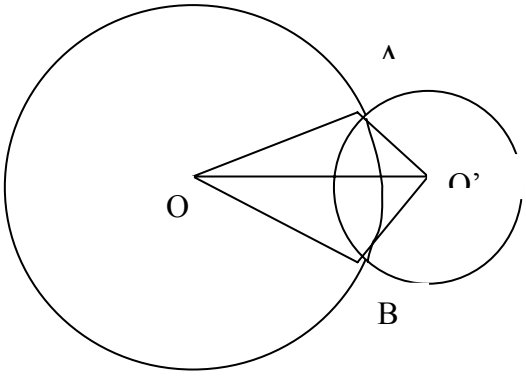
5) Dacă [OM este bisectoarea unghiului <AOM şi dacă MA ⊥OA , MB⊥OB, demonstrează că segmentele [MA] şi [MB] sunt congruente.



6) Dacă MA⊥AB şi NB⊥AB, respectiv <MAN şi <NBM sunt congruente, demonstrează că:
   a) <NAB=<MBA
   b) [MB]=[NA]
   c) [MA]=[NB]
   d) ΔMOA= ΔNOB
   e) [MN]=[AB].



4). Demonstrează că segmentul OO', ce uneşte centrele cercurilor din figură este bisectoarea unghiurilor <AOB şi <AO'B.



Exemplu

de fişă de recapitulare-Fracţii zecimale - clasa a V-a

1.a) Dintre 27,5 şi 27,43 mai mare este .....
b) Ordinea descrescătoare a numerelor $12,5;\ 12,05;\ 12,055;\ 120,5$ este.....
c) Partea zecimală a numărului 2,98 este.....

2. a) Rezultatul calculului 5,13+4,23 este.....
b) Rezultatul calculului $1,3^2$ este.....
c) Rezultatul calculului $2,7 + 1,4^2 \cdot 0,1$ este.....

3. a) Media aritmetică a numerelor 2,3; 5,2 şi 1,5 este.....
b) Valoarea lui x pentru care $2x + 6,3 = 9,7$ este.....
c)Numărul zecimal 4,42 este cuprins între numerele naturale consecutive.....

4. a) Fracţia $\frac{47}{5}$ se scrie sub formă zecimală.....
b) Scrisă sub formă ordinară, fracţia 7,(3) are forma ireductibilă.....
c) Cel mai mare număr zecimal pozitiv scris cu trei cifre distincte este...

5. Efectuaţi: $4,7 \mid [34,5 \quad [(8,73 \mid 2,17) \quad 3,4 \cdot 0,7]] \cdot 100.$

6. Rezolvaţi în $\mathbb{Q}$ următoarele ecuaţii:

a) $x + 3{,}14 = 5{,}9$ b) $2 \cdot x = 4{,}82$ c) $3 \cdot x + 4{,}5 = 9{,}3$

7. Dacă $a + b = 3{,}6$ calculaţi:

a) $a + b + 1{,}4$ b) $(a + b) : 6$ c) $4 \cdot (a + b) - 0{,}33$

8. Rezolvaţi în $\mathbb{N}$ următoarele inecuaţii:

a) $x + 3{,}4 < 6{,}2$ b) $5 \cdot x < 10{,}5$ c) $0{,}1 \cdot x + 5{,}8 < 8{,}9$

9. Suma a două numere este $7{,}8$, iar unul este de trei ori mai mare decât celălalt. Determinaţi numerele.

10. Media aritmetică a trei numere este $6{,}9$. Calculaţi numerele, ştiind că media aritmetică a primelor două este $5{,}1$, iar media aritmetică a ultimelor două este $9{,}2$.

Cerinţele care trebuie respectate şi condiţiile care sunt necesare pentru organizarea învăţământului individual colectiv, pe grupe sau individualizat sunt:

– cunoaşterea temeinică a fiecărui elev, pentru a găsi cele mai potrivite metode care să-l ajute în dezvoltarea sa intelectuală;

– însuşirea unor tehnici de muncă specifice fiecărui obiect de învăţământ, având ca finalitate organizarea corespunzătoare a muncii individuale;

- cunoaşterea punctelor tari şi a punctelor slabe ale fiecărui elev, precum şi a greşelilor tipice ale acestora;

– pregătirea materialelor care vor fi folosite la fiecare grupă de elevi sau individual, pentru a se putea asigura progresul fiecăruia;

Prin diferenţiere şi individualizare, calitatea învăţării la orele de matematică creşte.

Prin intensificarea muncii independente şi diferenţiate, elevii îşi însuşesc cunoştinţele în mod conştient şi activ, dobândesc priceperi şi deprinderi trainice, chiar şi elevii slabi obţin satisfacţii în îndeplinirea sarcinilor, dobândind încredere în forţele proprii.

În scopul de a-i înarma pe elevi cu metodele de muncă independentă, asigurând participarea activă a tuturor la procesul de învăţământ, respectând ritmul de lucru, nivelul de pregătire al fiecărui elev, trebuie alternate şi îmbinate toate fomele de organizare a învăţământului – frontal, individual, pe grupe- formând un sistem suplu şi operativ.

Exemplu de individualizare

Subiect pentru pregătirea unui olimpic- clasa a VIII-a

1.Fie $E(x) = x^2 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^2} + x^4 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{x^3 + 3x + \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x}}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1}$. Ştiind că a este soluţie a ecuaţiei $x + \frac{1}{x} = 3$, calculează $E(a)$.

2. Se consideră funcţia $f : R \to R$, $f(x) = 3x - 4$. Determină $a < 0$ pentru care punctul $A\left(\frac{4|a-1|+3}{3}, \frac{7|a-1|+1}{2}\right) \in G_f$

3.O prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ are bazele triunghiuri echilaterale cu laturile de lungime a $(a > 0)$. Ştiind că AB' şi BC' sunt perpendiculare, află volumul şi aria totală a prismei.

4.Tetraedrul $VABC$ are laturile opuse respectiv congruente şi de lungimi egale cu $4\ cm, 5\ cm, 6\ cm$. Află volumul tetraedrului.(Comăneci, E., 2011)

Întocmeşte o fişă de exerciţii cu dificultăţi crescânde- clasa a VIII-a R: Revezi paragraful 9.4.2.-Exemple

Să ne reamintim...

- *Diferenţierea* reprezintă strategia de adaptare a structurilor, conţinutului învăţământului, a metodologiei şi tehnologiei didactice şi a formelor de organizare a instruirii, la posibilităţile şi particularităţile elevilor.
- ***Individualizarea*** trebuie să vizeze pe toţi elevii, pe cei cu un nivel ridicat ajutându-i să-şi dezvolte capacităţile la un nivel şi mai înalt, pe cei cu un nivel scăzut ajutându-i să realizeze cerinţele minime.

9.5. Rezumat

În această unitate de învăţare se prezintă problemele specifice ale elevilor cu cerinţe educative speciale, precum şi ale diferenţierii şi individualizării în lecţia de matematică. Astfel, se abordează problematica elevilor integraţi. Se definesc conceptele de: diferenţiere şi individualizare, de muncă independentă, muncă individuală şi individualizată. Se prezintă de asemenea aspecte metodice şi exemple privind unele modalităţi de diferenţiere şi individualizare în munca cu elevii în cadrul lecţiilor de matematică.

9.6. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1. Prezintă problematica elevilor integraţi.
2. Defineşte conceptele de: diferenţiere şi individualizare.
3. Întocmeşte trei fişe: de recuperare A, de exerciţii B, de dezvoltare C – la clasa a V-a.

4. Întocmeşte trei fişe diferenţiate pentru: 1. nivel de bază al cunoştinţelor ; 2. nivel mediu de dificultate ; 3.nivelul sporit de dificultate- clasa a VII-a.

9.7. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful: 9.3.
2. Revezi paragraful 9.4.1.
3. Revezi paragraful 9.4.2., exemple.
4. Revezi paragraful 9.4.2., exemple.

Temă de control 3

1. Compune o problemă de matematică al cărei conţinut vizează cunoştinţe ale altor discipline.

2. Realizează un eseu de două pagini având tema: Obţinerea performanţei şcolare la matematică.

3. Întocmeşte trei fişe diferenţiate pentru: 1. nivel de bază al cunoştinţelor ; 2. nivel mediu de dificultate; 3. nivelul sporit de dificultate- pentru o lecţie de fixare şi sistematizare la clasa a V-a, unitatea de învăţare: Unităţi de măsură.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:..... 10 puncte;
1. – Compunerea problemei..... 20 puncte;

2. – Întocmirea eseului (dezvoltarea a minim patru căi care conduc la obţinerea performanţei şcolare la matematică)..... 40 puncte;
3. – Întocmirea corectă a fişelor de lucru (corelarea între tipul de lecţie – conţinut – nivel de dificultate –câte 10 puncte fiecare).....30 puncte.

Unitatea de învăţare 10. Probleme specifice ale predării-învăţării matematicii în condiţiile muncii simultane

Cuprins

10.1. Introducere..... 344
10.2. Competenţe..... 344
10.3. Elemente de planificare, proiectare şi organizare a activităţii simultane 345
10.3.1. Particularităţile procesului de predare-învăţare în învăţământul simultan 345
10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor 346
10.3.3. Planificarea activităţii didactice 349
10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecţie 353
10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor 357
10.5.1. Importanţa activităţii independente 357
10.5.2. Cerinţe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor 357
10.5.3. Forme de activitate independentă 359
10.5.4. Controlul şi evaluarea activităţii independente 363
10.6. Rezumat..... 364
10.7. Test de autoevaluare 364
10.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare..... 364

10.1. Introducere

Activitatea simultană apare din cauza faptului că, pe de o parte în unele unităţi de învăţământ, efectivele de elevi pentru anumite clase din ciclul gimnazial se situează sub prevederile legale, iar pe de altă parte din cauză că există aşezări rurale situate la mare distanţă una de alta. În aceste situaţii procesul de învăţământ are anumite particularităţi specifice, care sunt prezentate în continuare.

Această unitate de învăţare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice predării-învăţării matematicii în activitatea simultană în gimnaziu.

10.2. Competenţele unităţii de învăţare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:
-să specifice particularităţile procesului de predare-învăţare în învăţământul simultan din gimnaziu;
-să prezinte specificul activităţii de planificare şi proiectare a activităţii didactice şi de realizare a orarului în învăţământul simultan;
- să exemplifice modele de activitate didactică în învăţământul simultan;
- să realizeze fişe de lucru individual, privind activitatea independentă a elevilor în învăţământul simultan.

Durata medie de parcurgere a acestei unităţi de învăţare este de 2 ore.

10.3. Elemente de planificare, proiectare şi organizare a activităţii simultane

10.3.1. Particularităţile procesului de predare-învăţare în învăţământul simultan.

Proiectarea, organizarea şi desfăşurarea procesului de învăţământ la clase simultane, apare ca necesară în anumite cazuri, cum ar fi: existenţa unei populaţii şcolare reduse, sau a unor aşezări rurale mai îndepărtate. Profesorul trebuie, în aceste situaţii, să-şi desfăşoare activitatea cu două (respectiv patru) categorii de elevi de vârste diferite, să conducă învăţarea după programe diferite, trecând de la o temă la alta în cadrul aceleiaşi lecţii, prestând astfel o muncă dificilă şi complexă pentru a respecta în întregime programele şcolare pentru fiecare clasă, ca şi timpul normal afectat pentru realizarea acestora.

Singura modalitate prin care se pot realiza aceste obiective este alternarea momentelor de muncă independentă cu activităţi ce au loc sub directa îndrumare a profesorului. Elevii fiecărei clase îşi pot însuşi cunoştinţele, îşi pot forma priceperile, deprinderile şi atitudinile prevăzute în programă, numai printr-o organizare corespunzătoare, riguroasă a muncii lor.

***Particularităţile activităţii didactice simultane**:*

-comparativ cu lecţia obişnuită, ritmul de lucru este alert, deoarece profesorul acordă doar o parte din timp pentru activitatea desfăşurată efectiv cu elevii în scopul îndeplinirii sarcinilor impuse de programa şcolară;

-în timpul desfăşurării unei activităţi directe cu una dintre clase este solicitată capacitatea cadrului didactic de a-şi distribui atenţia în urmărirea şi a elevilor celorlalte clase, care au activităţi independente;

-cu importanţă în reuşita lecţiei este şi alegerea judicioasă a subiectelor lucrărilor independente efectuate în clasă sau acasă, precum şi dozarea materialului pentru clasele cu care se lucrează direct. Realizarea acestor cerinţe, presupune desfăşurarea zilnică a unei temeinice pregătiri ştiinţifice şi metodice;

-specificul activităţii simultane se reflectă şi în elaborarea tuturor documentelor şcolare: orar, planificare calendaristică, proiecte de lecţie.

Avantajele activităţii simultane:

-pregătirea unui număr mic de elevi;

-varietatea formelor de activitate din cadrul lecţiei;

-se poate preîntâmpina eşecul şcolar deoarece există condiţii mai bune pentru: evaluarea nivelului de cunoştinţe al elevilor, pentru urmărirea progresului la învăţătură, pentru formarea şi consolidarea deprinderilor de muncă independentă, datorită numărului mic de elevi dintr-o clasă;

-prin cunoaşterea îndeaproape a fiecărui elev, profesorul reuşeşte să alcătuiască colective omogene în fiecare clasă, caracterizate prin colaborare şi cooperare între elevi şi care să fie integrate organic în colectivul mare al claselor care-şi desfăşoară activitatea simultan;

-se formează la elevi deprinderi de lucru individual, aceasta constituie o condiţie principală a succesului şcolar;

-activitatea independentă le conferă elevilor o încredere în forţele proprii, îi face să fie creatori şi inventivi.(Neacşu, I., 1988)

Enumeră avantajele activităţii simultane. ***R:*** Revezi paragraful 10.3.1.

Să ne reamintim...

- ***Particularităţile activităţii didactice simultane****:*

-comparativ cu lecţia obişnuită, ritmul de lucru este alert, deoarece profesorul acordă doar o parte din timp pentru activitatea desfăşurată efectiv cu elevii în scopul îndeplinirii sarcinilor impuse de programa şcolară;

-în timpul desfăşurării unei activităţi directe cu una dintre clase este solicitată capacitatea cadrului didactic de a-şi distribui atenţia în urmărirea şi a elevilor celorlalte clase, care au activităţi independente;

-cu importanţă în reuşita lecţiei este şi alegerea judicioasă a subiectelor lucrărilor independente efectuate în clasă sau acasă, precum şi dozarea materialului pentru clasele cu care se lucrează direct. Realizarea acestor cerinţe, presupune desfăşurarea zilnică a unei temeinice pregătiri ştiinţifice şi metodice;

-specificul activităţii simultane se reflectă şi în elaborarea tuturor documentelor şcolare: orar, planificare calendaristică, proiecte de lecţie.

10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor

De o mare importanţă în realizarea sarcinilor complexe ale procesului de învăţământ, desfăşurat în condiţii de activitate simultană, este organizarea zilnică a activităţii pe baza unui orar bine gândit. Programul şcolar este organizat pe an şcolar, cu durată determinată, împărţită în semestre, iar ziua şcolară şi se desfăşoară după un orar. Orarul se construieşte în funcţie de anumite cerinţe şi condiţii, care acţionează sub forma unor permisiuni şi interdicţii.

Ideea fundamentală care trebuie să călăuzească întocmirea acestuia este centrarea pe elev şi nu pe interesele cadrului didactic.

În vederea ***întocmirii orarului,*** a acestui document de bază al profesorului trebuie să se ţină seama de unele indicaţii pedagogice, cum ar fi:

-respectarea curbei de efort a elevului în cadrul unei zile şi a unei săptămâni;
-programarea orelor care aparţin aceleiaşi discipline la intervale aproximativ egale de timp în cursul unei săptămâni;
-realizarea unei îmbinări armonioase a obiectelor de studiu (dacă profesorul predă mai multe discipline).

În acest scop trebuie să urmărească îndeplinirea următoarelor ***obiective****:*

-planificarea simultană a unor obiecte care fac posibilă folosirea unor tipuri de lecţii diferite în cadrul aceleiaşi ore;
-alegerea corectă a obiectelor care se predau în aceeaşi oră, la clase diferite, pentru a permite acordarea de tip suficient muncii directe cu clasa, sau la obiectul care solicită acest lucru;
-se pot planifica lecţii de matematică la ambele clase, dat fiind numărul egal de ore prevăzut în planul cadru pentru învăţământul gimnazial (trunchiul comun).

Cerinţele de mai sus îşi găsesc o bună rezolvare prin cuplarea claselor şi prin folosirea orarului prelungit (6-7 ore zilnic).

Acest mod de lucru are următoarele ***avantaje****:*

-asigură timp suficient pentru munca directă a profesorului cu clasa;
-dă posibilitatea acordării unei importanţe deosebite orelor de matematică şi de limba română, în cadrul cărora se formează şi consolidează cunoştinţe şi deprinderi de muncă intelectuală;

-se pot utiliza strategii mai variate pentru a-i antrena pe elevi în dezvoltarea vocabularului matematic;

-previne suprasolicitarea elevilor;

-permite folosirea în condiţii mai bune a activităţii diferenţiate cu elevii, stimulând capacităţile intelectuale ale celor cu ritm rapid de lucru şi înlăturând rămânerile în urmă pentru elevii cu rezultate slabe la învăţătură;

-creează condiţii pentru o mai bună evaluare a randamentului şcolar, în scopul depistării şi înlăturării greşelilor şi lacunelor în cunoştinţe, deprinderi şi priceperi.

Profesorul va urmări, în scopul alcătuirii orarului, să planifice în orele când se lucrează cu o singură clasă (sau cu două, dacă activitatea se desfăşoară la patru clase) obiectele care solicită mai mult timp pentru îndrumarea directă, urmând ca în celelalte ore să fie prevăzute obiecte care oferă posibilităţi mai variate de muncă independentă. (Lupu, C., 1999; Spulber, Ş., Spulber, C., 1999)

Studiile arată că:

- în cursul unei săptămâni, capacitatea de lucru este mai redusă în prima şi ultima zi;
- cea mai mare productivitate a învăţării se înregistrează dimineaţa, între orele 9-11, după care se constată o scădere treptată (instalându-se oboseala, neatenţia, plictiseala şi chiar starea de somnolenţă);
- se poate vorbi de reduceri importante ale capacităţii de învăţare la sfârşitul semestrelor, precum şi imediat după testări.

Desigur, perioadele de maximă şi minimă productivitate a învăţării variază de la persoană la persoană, în funcţie de numeroşi factori: deprinderi de învăţare, bioritm, capacitate de concentrare, voinţă, motivaţie etc. (o motivaţie foarte puternică duce la o productivitate maximă). Cele care ne dictează însă întocmirea orarului nu sunt particularităţile individuale ci particularităţile de vârstă, generale, ale întregului colectiv.

Este important să nu se uite de temele pentru acasă, repartizându-le raţional, între discipline. În ultima perioadă se vorbeşte de o suprasolicitare intelectuală a elevilor, determinată de presiunea socială şi informaţională la care sunt supuse şcolile.

Pornind de la aceste considerente pedagogice, ţinând cont de particularităţile concrete existente în şcoală precum şi de aspecte specifice învăţământului simultan la gimnaziu se întocmeşte orarul pentru clasele V-VIII .

Învăţământul simultan la gimnaziu nu a fost studiat de către ”specialişti”şi prin urmare fiecare unitate şcolară a încercat să organizeze predarea simultană ”pe propria răspundere” folosind experienţa de la clasele I-IV din acest domeniu, prin transfer sau adaptare.

Criterii cele mai întâlnite de cuplare a claselor sunt: numărul de cadre didactice din şcoală sau numărul de copii din fiecare clasă.

Gruparea claselor

1. Dacă numărul de elevi permite funcţionarea a ”două posturi”gruparea claselor se face: clasa a V-a cu clasa a VII-a şi clasa a VI-a cu clasa VIII-a dar se pot grupa şi altfel (după numărul de elevi);

2. Cuplarea obiectelor de studiu se face pentru aceeaşi displină: română-română, matematică-matematică, etc. şi doar excepţional dacă un profesor predă mai multe discipline să le poată cupla altfel;

3. La clasa a VIII-a care este clasă terminală, româna şi matematica, fiind discipline de Evaluare Naţională, se predau independent şi ca urmare şi matematica şi româna de la clasa a VI-a. Din orar se observă că la clasa a V-a sunt doar două ore independente, la clasa a VI-a sunt 10 ore, la clasa a VII-a sunt 6 ore iar la clasa a VIII-a sunt 14 ore independente;

4. Elevii de gimnaziu din aceeaşi şcoală au ”experienţa învăţământului simultan” pentru că în ciclul primar au mai fost colegi de simultan cu cei de acum, adică se cunosc destul de bine, sunt poate chiar prieteni. Cel mai important lucru este faptul că au formate deprinderile de muncă independentă în alternanţă cu activitatea directă;

5. Elevii de gimnaziu în general dar mai ales cei de clasa a VIII-a încearcă să îşi impună ”personalitatea” pentru că ei sunt ”mai mari” sau ”cei mai mari”, profesorul aici având un rol foarte important în a stabili drepturile şi îndatoririle fiecăruia;

6. În mediul rural există o diferenţă mai mare sub aspectul nivelului cultural al familiilor din care provin elevii. Acest lucru are implicaţii şi asupra învăţământului simultan.;

7. La fiecare clasă trebuie realizate obiectivele propuse şi trebuie parcursă programa, care la matematică are o succesiune bine stabilită şi rar se poate face alt traseu. Din această cauză nu se poate vorbi de ” o unitate integrată multidisciplinară” ca la ciclul primar;

8. Predarea simultană la gimnaziu nu permite eşalonarea orelor, ca la ciclul primar pentru că s-ar depăşii 7-8 ore/clasă/zi;

9. O mare parte a cadrelor didactice, datorită reducerii numărului de ore, sunt nevoite să predea la 2, 3 sau chiar mai multe şcoli (perioadă în care trebuie să acopere cele 12 ore de matematică, în fiecare şcoală) cea ce afectează întocmirea orarului şi respectarea principiilor pedagogice. Din acestă cauză orele de matematică se predau de la 8,00 la 14,00. Este indicat ca ultima oră să fie la clasa VIII-a.

Exemplu ***de orar: ŞCOALA GIMNAZIALĂ BARCANI, STRUCTURA LĂDĂUŢI JUDEŢUL COVASNA***

ORAR
2012-2013

ZIUA / ORA		V	VI	VII	VIII	V-VII	VI-VIII	PROF. DE SERVICIU
	1					GEOGRAFIE	BIOLOGIE	
L	2		ROMANA		ISTORIE	BIOLOGIE		B.M.
U	3		BIOLOGIE		ROMANA	ENGLEZA		
N	4	ROMANA		BIOLOGIE			GEOGRAFIE	D.M.
I	5					ROMANA	ENGLEZA	
	6					DIRIGENTIE	ISTORIE	
	7						DIRIGENTIE	
	1			CIVICA	MATEMATICA			
M	2		ROMANA		CIVICA	MATEMATICA		B. V.
A	3		MATEMATICA		ROMANA	MUZICA		
R	4					MATEMATICA	MUZICA	H. D.
T	5		MATEMATICA		LATINA	FRANCEZA		
I	6				MATEMA-TICA			
	7							
M	1			CHIMIE	ROMANA			
I	2					ROMANA	DESEN	I. C.
E	3					ROMANA	TEHNOLOG.	
R	4		ROMANA-MED		ROMANA	TEHNOLOG.		S.V.
C	5					FRANCEZA	FIZICA	
U	6			FIZICA			FRANCEZA	
R	7			CHIMIE				
I	8							
	1					ROMANA	FIZICA	
	2		ROMANA		CHIMIE	SPORT		D. M.
J	3		ROMANA		CHIMIE	SPORT		

O	4	GEOGRA-FIE		FIZICA			SPORT	T. C.
I	5		SPORT		GEOGRA-FIE	DESEN		
	6					TIC	FRANCEZA	
	7						TIC	
	1					MATEMATICA	RELIGIE	
V	2		MATEMATICA		MATE-MEDIT	RELIGIE		P. C.
I	3					MATEMATICA	ENGLEZA	
N	4		MATE-MEDIT		MATEMATICA	ENGLEZA		R. F.
E	5		MATEMATICA		ROMANA-MED	ISTORIE		
R	6				MATEMATICA			
I	7							

Prezintă specificul întocmirii orarului şi a grupării claselor la gimnaziu. ***R:*** Revezi paragraful 10.3.2.

Să ne reamintim...

Gruparea claselor

1. Dacă numărul de elevi permite funcţionarea a ”două posturi”gruparea claselor se face: clasa a V-a cu clasa a VII-a şi clasa a VI-a cu clasa VIII-a dar se pot grupa şi altfel (după numărul de elevi);
2. Cuplarea obiectelor de studiu se face pentru aceeaşi displină: română-română, matematică-matematică, etc. şi doar excepţional dacă un profesor predă mai multe discipline să le poată cupla altfel;
3. La clasa a VIII-a care este clasă terminală, româna şi matematica, fiind discipline de Evaluare Naţională, se predau independent şi ca urmare şi matematica şi româna de la clasa a VI-a. Din orar se observă că la clasa a V-a sunt doar două ore independente, la clasa a VI-a sunt 10 ore, la clasa a VII-a sunt 6 ore iar la clasa a VIII-a sunt 14 ore independente;

10.3.3. Planificarea activităţii didactice

Organizarea activităţii în condiţiile învăţământului simultan, necesită elaborarea unei ***planificări calendaristice***, din care să rezulte paralelismul optim ce caracterizează activitatea la aceste clase, ***întocmirea orarului*** şi a ***proiectelor de lecţii***, deoarece aceste documente au o structură deosebită faţă de cele întocmite pentru predarea la o singură clasă.

Este indicat ca structura formală a planificării să fie realizată în aşa fel, încât să fie uşor de urmărit atât gruparea lecţiilor, cât şi conţinutul muncii independente care alternează cu activitatea directă a profesorului.

Planificarea calendaristică pentru fiecare obiect de studiu se va realiza ca în situaţia când se lucrează cu o singură clasă.

Planificarea anuală, semestrială, iar în cazul muncii simultane şi săptămânală, trebuie să aibă o rubricaţie simplă, care să ducă la realizarea şi parcurgerea întregii materii.

Sunt posibile trei tipuri fundamentale de lecţii:

-lecţii de dobândire de noi cunoştinţe la fiecare clasă;

-lecţii în care într-o clasă se dobândesc cunoştinţe noi, iar în cealaltă se consolidează sau se verifică conţinutul lecţiei anterioare;

-lecţii de consolidare sau verificare la toate clasele.

Cel mai dificil de rezolvat sunt lecţiile de dobândire de noi cunoştinţe, simultan, dată fiind dificultatea îmbinării muncii independente a elevilor cu activitatea desfăşurată sub directa

îndrumare a profesorului. Acest mod de cuplare a lecţiilor prezintă dificultăţi şi din cauză că în cadrul aceleiaşi ore de curs profesorul trebuie ca, simultan, să dirijeze dobândirea şi fixarea de cunoştinţe la fiecare clasă.

Mai uşor de realizat sunt ***lecţiile în care la o clasă se dobândesc noi cunoştinţe, iar la alta se repetă cunoştinţele.*** Se va începe activitatea cu clasa la care scopul principal este predarea-învăţarea de noi cunoştinţe, în timp ce elevii celeilalte clase vor efectua în mod independent exerciţii din materia care se repetă. După ce se termină predarea noilor cunoştinţe, se dă tema (sarcina) ce va fi efectuată în mod independent, în timp ce profesorul controlează activităţile celeilalte clase.

În cazul ***lecţiilor de consolidare a cunoştinţelor, priceperilor şi deprinderilor la ambele clase***, se va da uneia din clase activitate independentă, iar cu cealaltă se va lucra direct, circa 20 minute, apoi se inversează activitatea directă a profesorului şi cea independentă a elevilor. În acest mod ambele clase vor avea 20-25 minute de muncă sub îndrumarea directă a cadrului didactic şi aproximativ acelaşi interval de timp pentru munca independentă.

Din punct de vedere metodic este bine ca profesorul, să înceapă lecţia cu clasa unde se poate desfăşura mai uşor o lucrare independentă, sau unde tema pentru munca independentă poate fi precedată de exerciţii orale sau de o discuţie cu elevii. Dacă într-o lecţie profesorul intenţionează să dea o sarcină de muncă independentă uneia dintre clase, atunci el trebuie să înceapă munca cu această clasă. După ce li s-a precizat tema (sarcina) pentru activitatea independentă, elevii pot lucra singuri în cursul întregii lecţii.

În lecţiile de acest tip este obligatorie munca directă a cadrului didactic cu elevii ambelor clase, atât pentru explicarea temei date ca muncă independentă, cât şi în finalul ei, pentru verificarea realizării obiectivelor propuse.

Profesorul trebuie să acorde o atenţie deosebită pregătirii lecţiilor şi folosirii fiecărui moment al lecţiei, în scopul asigurării densităţii necesare acesteia.

Proiectele de lecţie realizate în vederea predării matematicii în condiţii de activitate simultană, trebuie ca pe lângă datele generale cunoscute, să cuprindă principalele secvenţe specifice lecţiilor de acest tip şi conţinutul acestora, cu alternative pentru activitatea independentă conţinând şi fişe de diferenţiere a sarcinilor didactice pentru unii elevi, pe baza progreselor survenite în urma desfăşurării lecţiilor anterioare, dacă este cazul.

În cadrul proiectului de lecţie, secvenţele de activitate directă a profesorului cu elevii unei clase, trebuie clar delimitate de momentele de activitate independentă pentru elevii celeilalte clase.

Ţinând cont de rolul esenţial al activităţii independente în condiţiile muncii simultane, este necesar să se realizeze o judicioasă selectare, dozare şi un control exigent, eventual un auto-control al îndeplinirii sarcinilor.

Pentru activitatea independentă trebuie alese teme variate şi dozate astfel încât să stimuleze participarea elevilor la lecţie.

În predarea lecţiilor în condiţiile activităţii simultane, trebuie să se folosească în special ***metodele active.***

Trebuie bine realizată evaluarea randamentului şcolar al elevilor în vederea prevenirii eşecului şcolar.

În proiectarea şi desfăşurarea actului didactic profesorul trebuie să dovedească flexibilitate prin aplicarea unor măsuri corective în funcţie de condiţiile şi evoluţia elevilor din clasele cuplate, prin completări sau modificări în planificare (săptămânal) sau în orar (dacă este cazul).

Activitatea didactică în condiţiile predării orelor de matematică la mai multe clase în acelaşi timp, poate fi sintetizată în modul următor:

-se va da mai întâi o sarcină scrisă de muncă independentă nu prea mare ca volum clasei de care profesorul intenţionează să se ocupe în primul rând;
-cealaltă clasă va rezolva o temă în continuarea exerciţiilor din lecţia precedentă sau o sarcină de muncă independentă pregătită anterior şi a cărei durată trebuie să fie egală cu durata activităţii directe din prima clasă;
-se controlează munca independentă a elevilor din clasa cu care profesorul şi-a început lecţia, se explică lecţia nouă sau se rezolvă exerciţii şi probleme tipice sub directa lui îndrumare şi se încheie activitatea directă, apoi se dă elevilor tema pentru munca independentă în clasă şi acasă;
-profesorul controlează munca independentă a elevilor celeilalte clase şi dă îndrumări pentru continuarea ei, sau, după caz, continuă activitatea, îndrumând elevii sau explicând elemente din noul conţinut şi dă apoi şi pentru această clasă muncă independentă în clasă şi acasă, vizând fixarea cunoştinţelor noi sau consolidarea cunoştinţelor şi deprinderilor (în funcţie de tipul lecţiei).(Neacşu, I., 1988)

Exemplu
Momentele lecţiei în activitatea simultană:

Evenimentul instrucţional şi activitatea de instruire (predare-învăţare) Clasă cu elevi mai mici (V, VI)	**Timpul**	**Clasă cu elevi mai mari (VII, VIII)**
Captarea atenţiei (I) • Activitate directă	5 min.	• Activitate independentă
Anunţarea obiectivelor (II)	2 min.	
Recapitularea celor însuşite anterior (III) - reactualizarea cunoştinţelor • Activitate independentă	3 min.	• Activitate directă
Prezentarea conţinutului şi a sarcinilor de învăţare (IV) • Activitate directă	5 min.	• Activitate independentă
Dirijarea învăţării şi obţinerea performanţelor (V-VI) - realizarea sarcinii I - realizarea sarcinii II ……. **Asigurarea feed-back-ului** (VII) (aprecierea grupului de elevi) • Activitate independentă	15 min. (2 min.) (5 min.) (3 min.) 2 min.	• Activitate directă
Evaluarea formativă (VIII) - aplicarea testului formativ (autoevaluarea, comunicarea rezultatelor) • Activitate directă Sarcini pentru acasă	13 min.	• Activitate independentă
Asigurarea retenţiei (fixării) şi transferului (IX-X) Comunicarea temei pentru acasă - sarcinile fixate pe obiective actuale şi viitoare	5 min.	Sarcini pentru acasă

Prezintă metodologia planificării activităţii didactice în condiţiile învăţământului simultan. ***R:*** Revezi paragraful 10.3.3.

Să ne reamintim...

- Sinteza activităţii didactice în condiţiile predării orelor de matematică la mai multe clase în acelaşi timp:

-se va da mai întâi o sarcină scrisă de muncă independentă nu prea mare ca volum clasei de care profesorul intenţionează să se ocupe în primul rând;

-cealaltă clasă va rezolva o temă în continuarea exerciţiilor din lecţia precedentă sau o sarcină de muncă independentă pregătită anterior şi a cărei durată trebuie să fie egală cu durata activităţii directe din prima clasă;

-se controlează munca independentă a elevilor din clasa cu care profesorul pentru învăţământul primar şi-a început lecţia, se explică lecţia nouă sau se rezolvă exerciţii şi probleme tipice sub directa lui îndrumare şi se încheie activitatea directă, apoi se dă elevilor tema pentru munca independentă în clasă şi acasă;

- profesorul controlează munca independentă a elevilor celeilalte clase şi dă îndrumări pentru continuarea ei, sau, după caz, continuă activitatea, îndrumând elevii sau explicând elemente din noul conţinut şi dă apoi şi pentru această clasă muncă independentă în clasă şi acasă, vizând fixarea cunoştinţelor noi sau consolidarea cunoştinţelor şi deprinderilor (în funcţie de tipul lecţiei).

10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecţie

CLASA a V-a	CLASA a VII-a
ARIA CURRICULARĂ : Matematică şi ştiinţe. **DISCIPLINA :** Matematică. **UNITATEA DE ÎNVĂŢARE:** Fracţii zecimale. **SUBIECTUL LECŢIEI :** Media aritmetică a două fracţii zecimale finite. **TIPUL LECŢIEI :** Mixtă. **OBIECTIVE OPERAŢIONALE :** O_1 –să utilizeze regulile de adunare, scădere, înmulţire, împărţire şi ridicare la putere a fracţiilor zecimale; O_2 – să aplice ordinea efectuării operaţiilor; O_3 – să determine media aritmetică a două fracţii zecimale finite; O_4 - să transforme o fracţie ordinară într-o fracţie zecimală; O_5 – să rezolve probleme ce presupun utilizarea mediei arimetice. **STRATEGII DIDACTICE:** **Resurse:** **a. procedurale:** exerciţiul, conversaţia, problematizarea, lucrul cu manualui, explicaţia. **b. materiale:** fişe de lucru, manual, culegere de probleme. **c. temporale:** 50 minute. **Forme de organizare:** frontală, individuală, perechi. **BIBLIOGRAFIE:** • Programa şcolară pentru clasa a V-a, Bucureşti 2009. • Matematică- manual pentru clasa a V-a. • Metodica predării matematicii. • Culegere de probleme pentru clasa aV-a.	**ARIA CURRICULARĂ :** Matematică şi ştiinţe. **DISCIPLINA :** Matematică. **UNITATEA DE ÎNVĂŢARE:** Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic. **SUBIECTUL LECŢIEI :** Noţiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta şi cotangenta unui unghi ascuţit. **TIPUL LECŢIEI :** Mixtă. **OBIECTIVE OPERAŢIONALE :** O_1 – să aplice teorema lui Pitagora şi teorema reciprocă a acesteia într-un triunghi dreptunghic; O_2 – să definească sinusul, cosinusul, tangenta şi cotangenta unui unghi ascuţit; O_3 - să stabilească valoarea de adevăr a unei propoziţii; O_4 –să calculeze funcţiile trigonometrice ale unui unghi ascuţit. O_5– să demonstreze relaţii între funcţii trigonometrice. **STRATEGII DIDACTICE:** **Resurse:** **a. procedurale:** explicaţia, problematizarea, exerciţiul, lucrul cu manualul, observaţia, conversaţia. **b. materiale:** fişe de lucru, manual, caietul elevului, culegere de probleme. **c. temporale:** 50 minute. **Forme de organizare:** frontală, individuală. **BIBLIOGRAFIE:** • Programa şcolară pentru clasa a VII-a, Bucureşti, 2009. • Matematică- manual pentru clasa a VII-a. • Caietul elevului. • Metodica predării matematicii. Culegere de probleme pentru clasa a VII-a.

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

DESFĂŞURAREA LECŢIEI

Momentele lecţiei	Ob. Op.	Conţinuturi / Timpul	Activitatea elevilor	Strategii didactice (Resurse procedurale / Resurse materiale/ Forme de organizare)	Momentele lecţiei	Ob. Op.	Conţinuturi / Timpul	Activitatea elevilor	Strategii didactice (Resurse procedurale / Resurse materiale/ Forme de organizare)
I.Momentul organizatoric **II. Reactualizarea cunoştinţelor** **III. Anunţarea temei şi a obiectivelor** **IV. Prezentarea situa-**	O_1 O_2 O_5 O_4 O_3	Se asigură climatul necesar desfăşurării orei de matematică. **(1 min.)** **Activitate directă (17 min.)** Verificarea temei de acasă. 1. Exerciţii de calcul cu fracţii zecimale: 1,1x0,2+8,03 = 15x0,8:3 = 1,2x{5:[20,6-15,1+4,5)]}= $1,3^2 - 0,2^3 5^2 + 4,31 =$ Profesorul prezintă problema: Pentru a transporta 2 t de grâu, un fermier închiriază două maşini, în care pune câte o tonă de grâu. Prima îl costă 300 de lei şi a doua 400 de lei. Care este preţul mediu plătit pentru a transporta o tonă de grâu? *Răspuns:* Pentru a afla preţul mediu, calculăm *media aritmetică* a celor două preţuri:	Elevii se pregătesc pentru lecţie. Elevii răspund oral. Elevii ajutaţi de profesor analizează problema, observând că rezolvarea problemei se face pe baza mediei aritmetice a celor două preţuri.	Exerciţiul, conversaţia, explicaţia/ Culegere de probleme/ Frontală. Conversaţia, observaţia, problematiza-rea, explicaţia/ Manualul/ Frontală.	**I.Momentul organizatoric** **II. Reactualizarea cunoştinţelor** **III. Anunţarea temei şi a obiectivelor** **IV. Prezentarea situa-**	O_1 O_3	Se asigură climatul necesar desfăşurării orei de matematică. **(1 min.)** **Activitate independentă (17 min.)** 1.Verifică dacă este dreptunghic un triunghi având lungimile laturilor de: a) 5m,12m,13m; b)x, x, $x\sqrt{2}$. 2.Triunghiul ABC are lungimile laturilor:AB=9cm, AC=12cm, BC=15cm. Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiilor: p:Triunghiul ABC este dreptunghic în A. r:$AB \perp AC$. s: Triunghiul ABC este dreptunghic în B. 3.Într-un trapez dreptunghic MNPQ având baza mare PQ şi înălţimea MQ,se cunosc: NP=6cm, PQ=10cm, NQ=8cm. Află perimetrul trapezului.	Elevii se pregătesc pentru lecţie. Elevii rezolvă sarcinile.	Exerciţiul, lucrul cu manualul, explicaţia/ Caietul elevului, manualul/ Individuală

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

ţiei de învăţare. V. Dirijarea învăţării. V. Asigurarea conexiunii inverse.	O_5 O_3 O_5	m_a= (300+400)/2=350 (lei) Media aritmetică a două numere *x* şi *y* este numărul m_a= (*x*+*y*)/2 Media aritmetică a mai multor numere este numărul obţinut prin împărţirea sumei numerelor respective la numărul lor. **Activitate independentă (15 min.)** *Fişă de lucru:* **1.** Află media aritmetică a următoarelor numere: a)3;5 b)15;22 c)3;4;5 d)100;150;200 e)1500;2700;3840. **2.** Media aritmetică a trei numere este 12, iar două dintre ele sunt 5 şi 7. Află al treilea număr. **3.** Bogdan are la matematică următoarele note: 7,8,9,7,9. Care este media notelor sale? **4.** Media aritmetică a două numere este 20, iar unul dintre ele este de 4 ori mai mic decât celălalt. Află numerele. **Activitate directă (13 min.)** Profesorul observă modul	Elevii rezolvă sarcinile de pe fişele de lucru. Elevii îşi corectează în caiete. Elevii îşi	Exerciţiul, problematizarea/ Fişa de lucru/ Individuală Conversaţia, observaţia, problematizarea,	**III. Anunţarea temei şi a obiectivelor.** **IV. Prezentarea situaţiei de învăţare.** **V. Dirijarea învăţării .** **VI. Asigurarea cone-**	O_2 O_4	**Activitate directă (15 min.)** Profesorul controlează şi apreciază activitatea independentă a elevilor. Profesorul prezintă lecţia nouă: Pentru triunghiul dreptunghic *ABC*, având unghiul drept în *A*, au loc relaţiile:(se verifică prin măsurători şi calcule) sin *B*=*AC*/*BC* cos *B*=*AB*/*BC* tg *B*=*AC*/*AB* ctg *B*=*AB*/*AC* şi sin *C*=*AB*/*BC* cos *C*=*AC*/*BC* tg *C*=*AB*/*AC* ctg *B*=*AC*/*AB* Fie triunghiul *ABC* dreptunghic în *A*. a) Se dau *AB*=6cm, *BC*=9cm. Află: *AC*, sin *B*, cos *B*, tg *B*, ctg *B*, sin *C*, cos *C*, tg *C*, ctg *C* b) Se dau *AB*=12cm,cos *B*=1/2 Află: *AC*, *BC*, sin *B*, tg *B*, ctg *B*, sin *C*, cos *C*, tg *C*, ctg *C* c) Se dau *AC*=l,tg *B*=1/√3 Află: *AB*, *BC*, sin *B*, cos *B* , ctg *B*, sin *C*, cos *C*, tg *C*, ctg *C* **Activitate independentă (13 min.)** *Fişă de lucru:* **1.** Fiind dat un triunghi ABC, dreptunghic în A, demonstrează următoarele relaţii:	Elevii îşi corectează în caiete. Elevii ascultă cu atenţie. Elevii rezolvă cerinţele. Elevii	Explicaţia, conversaţia/ Frontală. Conversaţia, observaţia, problematizarea, explicaţia/ Frontală. Problematizareal/ Fişa de lucru/ Individuală.

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European POS DRU 2007-2013
Instrumente Structurale 2007 - 2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

VI. Realizarea performanţei	O_5	cum au rezolvat elevii exerciţiile de pe fişe. Profesorul stabileşte nivelul de realizare a sarcinilor pe întreaga clasă şi pe fiecare elev. Media aritmetică a trei numere este 25. Primul număr este cu 4 mai mare decât al doilea, iar media aritmetică dintre primul şi al treilea număr este 30. Află numerele.	întocmesc pe caiete schema problemei.	explicaţia/ Frontală.	**xiunii inverse.**	O_5	a) $\sin^2 B+\cos^2 B=1$ b) tg B= sin B/ cos B c) ctg B= 1/tg B d) sin B=cos C e) sin (90°-C)=cos C f) tg (90°-C)=ctg C	rezolvă sarcinile de pe fişele de lucru.	
VII. Evaluarea cunoştinţelor.	O_5		Elevii lucrează pe perechi.	Lucrul cu manualul/ Manualul/ Perechi.	**VII. Realizarea performanţei .**	O_3	**2.** Stabileşte valoarea de adevăr a următoarelor propoziţii: a) "unghiurile ascuţite ale unui triunghi dreptunghic sunt suplementare"; b) "sinusul unui unghi este egal cu cosinusul complementului său"; c) "sinusul şi cosinusul unui unghi ascuţit sunt numere pozitive subunitare"; d) "tangenta şi cotangenta unui unghi ascuţit pot lua orice valoare pozitivă". **<u>Activitate directă</u> (4 min.)** Pofesorul verifică rezultatele şi comunică elevilor nivelul la care au ajuns în atingerea obiectivelor.	Elevii îşi corectează în caiete.	Conversaţia, observaţia, problematizarea, explicaţia/ Frontală.
VIII. Asigurarea transferului/ tema de casă.		**<u>Activitate independentă</u> (4 min.)** În vârfurile unui dreptunghi sunt înscrise numere, astfel încât numărul din fiecare vârf este media aritmetică a numerelor din vârfurile alăturate. Arătaţi ca toate numerele sunt egale. Verificarea problemei. Temă pentru acasă.	Elevii îşi corectează în caiete.	Explicaţia/Culegerea de probleme/ Frontală.	**VIII. Asigurarea transferului/ tema de casă.**		Temă pentru acasă.	Elevii îşi corectează în caiete.	Explicaţia/Culegerea de probleme/ Frontală.

UNIUNEA EUROPEANĂ
GUVERNUL ROMÂNIEI MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI, PROTECŢIEI SOCIALE ŞI PERSOANELOR VÂRSTNICE AMPOSDRU
Fondul Social European Instrumente Structurale POSDRU 2007-2013
OIPOSDRU
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

Realizează un proiect de lecţie la disciplină matematică, în condiţiile activităţii simultane la clasele V şi a VII-a.

R: Revezi paragrafele 10.3. şi 10.4.

10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor (Lupu, C., 1999)

10.5.1. Importanţa activităţii independente

Profesorul care lucrează simultan cu două sau mai multe clase are nevoie de un volum şi de o mare varietate de conţinuturi şi forme de muncă pe care să le dea elevilor ca sarcini de exersare. El trebuie să stabilească obiectivele fiecărei activităţi, volumul de muncă şi dificultăţile inerente, durata efectuării activităţii respective şi criteriile de evaluare.

Cadrul didactic trebuie să stimuleze activitatea independentă a elevilor şi să susţină ritmicitatea efortului lor prin conţinutul interesant al temelor, atractivitatea formelor de activitate, distribuirea unor sarcini diferenţiate, folosirea unui material didactic interesant, etc.

Pentru reamintirea informaţiilor predate anterior în scopul trecerii la predarea noilor cunoştinţe, se poate apela la activitatea independentă a elevilor. De asemenea, şi după transmiterea noilor cunoştinţe, pentru fixarea şi consolidarea acestora, se poate folosi acest tip de activitate.

Prin munca independentă, ca mijloc de instrucţie şi educaţie, se rezolvă o mare parte din problemele predării-învăţării. Importanţa acestei forme de organizare a activităţii, nu se reduce doar la formarea deprinderilor de muncă independentă la elevi, ci prin ea se îndeplinesc sarcinile fundamentale ale procesului de învăţământ: dobândirea de noi cunoştinţe, priceperi şi deprinderi, aplicarea lor în practică, repetarea şi sistematizarea cunoştinţelor, evaluarea.

Prin activitatea independentă a elevilor se urmăreşte şi îndeplinirea unor obiective formative ca: formarea spiritului de observaţie la elevi, dezvoltarea proceselor psihice de cunoaştere (a gândirii, memoriei, formarea spiritului de independenţă şi a iniţiativei, formarea unor trăsături pozitive de voinţă şi caracter cum ar fi: dârzenia, perseverenţa, curajul de a învinge greutăţile cu forţe proprii, etc.).

Precizează importanţa activităţii independente a elevilor.

R: Revezi paragraful 10.5.1.

10.5.2. Cerinţe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor

În scopul obţinerii unei adevărate eficienţe, se impune ca activitatea independentă a elevilor să îndeplinească anumite ***cerinţe***:

-în procesul de predare-învăţare, sarcinile date elevilor pentru a fi rezolvate de aceştia cu forţe proprii trebuie să se refere, în primul rând, la cerinţele programei; ele trebuie formulate în aşa fel încât să stimuleze la lucru pe fiecare elev, indiferent de nivelul lui de pregătire, să vizeze îndeplinirea obiectivelor instructiv-educative propuse pentru lecţia respectivă şi să constituie o continuare firească a materialului studiat;

-să folosească raţional exerciţiile de muncă independentă: la clasa aVIII-a în special, fiind clasă terminală, profesorul trebuie să acorde o mai mare atenţie activităţii directe şi să efectueze o supraveghere şi o îndrumare mai atentă a activităţii independente a elevilor;

-sarcinile date elevilor în cadrul activităţii lor independente, trebuie să fie accesibile acestora, să nu cuprindă noţiuni necunoscute elevilor, ele trebuie să fie formulate şi explicate clar, încât să fie înţelese de elevi; cerinţele trebuie să vizeze realizarea unor obiective

precise şi să stimuleze interesul şi potenţialul creativ al copiilor, corespunzând scopului şi conţinutului lecţiei;

-profesorul trebuie să realizeze dozarea raţională a volumului şi dificultăţilor pe care le implică sarcinile de muncă independentă, în scopul evitării atât a supraîncărcării elevilor, cât şi rămânerii fără ocupaţie a acestora, trebuie să aibă pregătite şi subiecte de rezervă pentru elevii cu ritm mai rapid de lucru;

-orice sarcină de muncă independentă trebuie verificată şi evaluată (notată), deoarece în cazul în care se dau teme a căror realizare nu se apreciază, aceasta conduce la micşorarea interesului şi responsabilităţii elevului, la scăderea motivaţiei pentru rezolvarea sarcinilor;

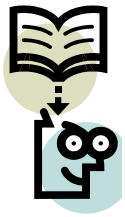
-activitatea elevilor trebuie să se desfăşoare în linişte, să se bazeze uneori pe cooperare, efectuând câteodată în colectiv sarcinile primite;

-activitatea independentă a elevilor trebuie să preceadă activitatea directă: în sarcinile date elevilor, se va urmări dacă volumul de cunoştinţe anterioare permite acestora să facă singuri un pas mai departe în întregirea materialului ce va fi transmis în activitatea directă ce va urma;

-nu se vor da spre rezolvare elevilor tipuri de exerciţii şi probleme care nu au fost rezolvate sub îndrumarea profesorului;

-activitatea independentă a elevilor trebuie să fie precedată de o etapă pregătitoare, în care profesorul precizează obiectivele urmărite şi metodele de lucru care vor fi folosite pentru efectuarea activităţii; în această etapă se poate rezolva un exerciţiu, se poate repeta o regulă pe care se bazează rezolvarea lui, urmând ca elevii să rezolve apoi alte exerciţii de acelaşi fel sau mai complicate.

Motivează necesitatea respectării cerinţelor pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor. ***R:*** Revezi paragraful 10.5.2.



Să ne reamintim...

- ***Cerinţe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor:***

- să se refere, în primul rând, la cerinţele programei şi să constituie o continuare firească a materialului studiat;
- să folosească raţional exerciţiile de muncă independentă: la clasa a VIII-a;
- să fie accesibilă, să nu cuprindă noţiuni necunoscute elevilor şi să stimuleze interesul şi potenţialul creativ al copiilor, corespunzând scopului şi conţinutului lecţiei;
- să realizeze dozarea raţională a volumului şi dificultăţilor pe care le implică;
- trebuie verificată şi evaluată ;
- să preceadă activitatea directă;
- nu se vor da spre rezolvare elevilor tipuri de exerciţii şi probleme care nu au fost rezolvate sub îndrumarea profesorului;
- trebuie să fie precedată de o etapă pregătitoare, în care profesorul să precizeze obiectivele urmărite şi metodele de lucru care vor fi folosite pentru efectuarea activităţii; în această etapă se poate rezolva un exerciţiu, se poate repeta o regulă pe care se bazează rezolvarea lui, urmând ca elevii să rezolve apoi alte exerciţii de acelaşi fel sau mai complicate.

10.5.3. Forme de activitate independentă

În funcţie de obiectivele şi de conţinutul lecţiei, de obiectul de învăţământ, de clasa şi etapa în care se desfăşoară, etc., munca independentă a elevilor care învaţă în condiţii simultane îmbracă o varietate de forme.

Conţinutul activităţii independente, care va constitui etapa pregătitoare a lecţiei planificate pentru ziua respectivă, sau etapa de încheiere a acesteia, poate cuprinde:

- rezolvarea unor exerciţii şi probleme din manual sau formulate de profesor;
- construcţia unor exerciţii sau probleme asemănătoare cu cele rezolvate sub îndrumarea profesorului;
- rezolvarea unor probleme prin alte procedee, atunci când este posibil;
- desenarea unor figuri geometrice;
- măsurarea unor dimensiuni;
- calcularea perimetrelor unor figuri geometrice.

La obiectul matematică se pot folosi următoarele ***forme de activitate independentă***:

1. ***Munca independentă pregătitoare pentru predarea noilor cunoştinţe.***

Această formă de activitate independentă se poate utiliza la toate clasele V-VIII, cu condiţia să fie corect proporţionată cu specificul individual, cu vârsta elevilor şi să fie în strânsă legătură cu subiectul lecţiei respective.

Exemple

1. La predarea teoremei lui Thales **ș**i a reciprocii acesteia la clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă pentru predarea cunoştinţelor probleme de tipul:

Fişă individuală -Teorema Thales şi reciproca (Orban, A., 2012)

Noţiuni de bază:

Teorema lui Thales: Într-un triunghi, o paralelă dusă la una din laturile sale determină pe celelalte două laturi (sau pe prelungirile acestora) segmente proporţionale.

Reciproca teoremei lui Thales: Dacă într-un triunghi, o dreaptă determină pe două laturi ale sale (sau pe prelungirile acestora) segmente proporţionale, atunci dreapta este paralelă cu cea de-a treia latură a triunghiului.

Probleme:

*

1) O proporţie are .....termeni
2) Într-o proporţie produsul .....este egal cu produsul .....
3) Dacă AB/3=6/4, atunci AB=.....
4) Dacă AM/MB=2/5 şi AM=15 atunci MB=.....
5) Dacă în triunghiul ABC, E∈(AB) şi F∈(AC) şi AE/EB=AF/FC atunci dreptele EF şi BC .....

**

1) În triunghiul ABC ,M∈(AB) **ș**i N∈(AC).Dacă MN II BC, atunci află lungimile laturilor necunoscute:

AB				15	20	8
AC			10	12		6
AN		2,6			8	3
AM	2	2,8	2	4		
MB	3				6	

NC	9	5,4	6			

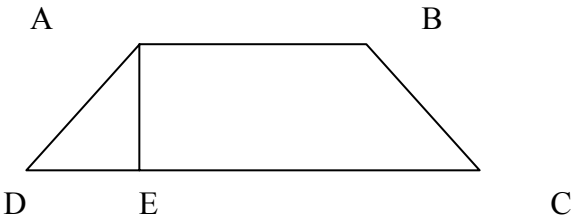
2) În triunghiul PRS, E∈(PR) şi F∈(RS). Dacă EF II PS şi:
a) RS=12, FS=7, PE=4, calculează: RF,RE,RP
b) RP=16, RS=30, RE=10, calculează: EP,RF,FS
c) RF=5, RE=9, EP=4, calculează:RP,FS,RS
d) PE=7, FS=4, SR=18, calculează: FR,ER,PR
e) RE=18, FS=12, PE=12, calculează: RP,RF,RS
f) RS=10, RF=3, EP=8, calculează: FS,RE,RP
3) Dacă AM/MB=3/4 şi AB=15 atunci află lungimea segmentului MB.
4)Fie triunghiul ABC şi E∈(AB) şi F∈(AC). Arată că EF II BC dacă:
a) AE=4, AF=6, EB=10, FC=15;
b) AE=2, B=16, AC=20, FC=12;
c) EB=2, AB=10, AF=4, AC=5;
d) AB=20, AC=32, EB=15, FC=24.

O parte dintre exerciţiile fişei pot rămâne ca temă pentru acasă.

2. La clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă la predarea ariei trapezului, probleme de tipul:

Fişă individuală –Aria trapezului (formule de calcul) (Orban, A., 2012)

Noţiuni de bază:



$A_{ABCD}=(B+b)\times h /2$
$A_{ABCD}=lm\times h$

B=DC, b=AB, h=AE
B=baza mare,
b=baza mică,
h=înălţime
l_m=linie mijlocie

Probleme:
*
1) Trapezul ABCD cu bazele de 6 cm şi 10 cm şi înălţimea de 4 cm are aria egală cu.....cm^2.
2) Trapezul ABCD cu bazele de 12 cm şi 8 cm şi aria de 50 cm^2 are înălţimea egala cu.....cm.
3) Trapezul ABCD cu aria de 120 cm^2 şi linia mijlocie de 12 cm are înălţimea egală cu .....cm.
4) În trapezul MNPR în care suma bazelor este de 21 cm şi înălţimea de 6 cm ,

aria este egală cu.....cm^2.

5) În trapezul cu aria de 250 cm^2 şi înălţimea de 20 cm , suma bazelor egală cu.....cm.

**

1) O parte de acoperiş în formă de trapez cu bazele de 12 m şi 6 m şi înălţimea de 4,5 m se acoperă cu ţiglă .

Calculează: a) suprafaţa părţii de acoperiş

b) dacă pentru 1 m^2 de acoperiş sunt necesare 8 ţigle, află de câte ţigle ai nevoie să acoperi partea de acoperiş?

2)Pe o parcelă în formă de trapez se sădeşte sămânţă de iarbă. Dimensiunile parcelei sunt : b= 6m, B=9m, h=12m .

Calculează : a) suprafaţa parcelei;

b) dacă pentru 30 m^2 este nevoie de 1 kg de sămânţă ,calculează câte kg de sămânţă sunt necesare pentru acoperirea parcelei?

3)Peretele unei mansarde în formă de trapez dreptunghic cu B=4,2m, b=3m, h=2,2m se vopseste cu lavabil.

Calculează: a) suprafaţa peretelui;

b) dacă pentru 1 m^2 ai nevoie de 250g de vopsea ,câte kg de lavabil sunt necesare pentru a acoperi peretele de două ori?

O parte dintre exerciţiile fişei pot rămâne ca temă pentru acasă.

Se pot da numeroase exemple de acest gen, putând folosi în acest scop ca materiale bibliografice: manualele, diferite cărţi şi culegeri de exerciţii şi probleme, caietele elevului.

2. Munca independentă cu rol de fixare a cunoştinţelor predate la lecţia respectivă cuprinde: rezolvarea de exerciţii şi probleme cu aplicarea noţiunilor învăţate, desenarea figurilor geometrice învăţate, probleme de calcul, rezolvarea diferitelor exerciţii-joc, rezolvarea ecuaţiilor, a sistemelor, reprezentări grafice de funcţii, etc.

Exemple

1. La fixarea cunoştinţelor referitoare la aria triunghiului dreptunghic, la clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă probleme de tipul:

Fişă individuală–Aria triunghiului dreptunghic(formule de calcul)(Orban, A., 2012)

Noţiuni de bază:

-aria $\Delta = b \times h / 2$

-aria $\Delta = c_1 \times c_2 / 2$

-$h = c_1 \times c_2 / ip$ (înălţimea corespunzătoare ipotenuzei)

Probleme:

*

I. Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiilor(A sau F):

1)Un triunghi cu un unghi drept este dreptunghic.

2)Triunghiul dreptunghic cu catetele de 5cm si 7 cm are aria de 35 cm^2.

3)Triunghiul dreptunghic cu ipotenuza de 10 cm şi înălţimea corespunzătoare ei de 5 cm are aria de 25 cm^2.

4)Dacă triunghiul dreptunghic are aria de 48 cm^2 şi o catetă de 12 cm atunci cealaltă catetă este de 4 cm.

5)În triunghiul dreptunghic isoscel cu catetele de 8 cm aria este de 32cm^2.

6)Înălţimea triunghiul dreptunghic cu catetele de 5cm, 12cm şi ipotenuza de 13cm este 60/13 cm.

II.Alegeţi răspunsul corect:

1)Un triunghi dreptunghic cu catetele de 3 cm şi 6 cm are aria de :
a)18cm^2 b)9cm^2 c)6cm^2 d)8cm^2

2)Dacă aria triunghiului dreptunghic este de 125cm^2 şi înălţimea corespunzătoare ipotenuzei este de 20 cm atunci ipotenuza este de :
a)12cm b)12,05cm c)12,5cm d)12,1cm

3)Dacă triunghiul dreptunghic are aria de 20cm^2 şi o catetă de 4 cm atunci cealaltă catetă este de :
a)5cm b)2,5cm c)20cm d)10cm

4) Înălţimea triunghiul dreptunghic cu catetele de 4cm, 3cm şi ipotenuza de 5cm este de :
a)12/5cm b)12cm c)7/5cm d)7/2cm

5) Dacă aria triunghiului dreptunghic este de 25cm^2 şi ipotenuza de 10 cm atunci înălţimea corespunzătoare ipotenuzei este de:
a)2,5cm b)5cm c)10cm d)12,5cm.

O parte dintre exerciţiile fişei pot rămâne ca temă pentru acasă.

3. Munca independentă având ca scop recapitularea cunoştinţelor, prin care se reiau şi se sistematizează la sfârşitul semestrului sau a anului şcolar în diverse combinaţii cunoştinţele acumulate anterior dintr-un întreg capitol, sau cele legate de o anumită temă.

Exemple

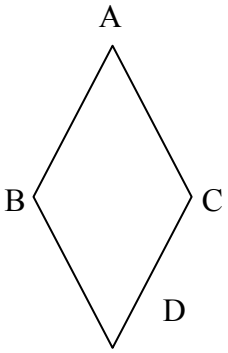
1. La recapitularea geometriei plane, la clasa a VIII-a se pot da ca muncă independentă pentru recapitularea cunoştinţelor exerciţii şi probleme referitoare la:

1.Lungimi de segmente
-lungimea unui segment; operaţii cu segmente; mijlocul unui segment;
-perimetrul unei figuri plane;
-segmente proporţionale;
-teorema lui Thales şi reciproca ei;
- teorema fundamentală a asemănării;
- criterii de asemănare;
-proiecţii în plan;
-relaţii metrice în triunghi -Teorema înălţimii-formula pentru lungimea înălţimii;
-Teorema catetei;
-Teorema Pitagora;
-Reciproca lui Pitagora;
-funcţii şi formule trigonometrice;
-proprietatea unghiului de 30^0
- lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei;
-lungimea liniei mijlocii în triunghi şi trapez;
-lungimea laturii, apotemei în triunghiul echilateral;
-lungimea laturii, apotemei în pătrat;
-lungimea laturii, apotemei în hexagonul regulat;
-lungimea razei, diametrului în cerc;
2.ARII
-aria triunghiului oarecare; aria triunghiului isoscel;
-aria triunghiului echilateral-formule de calcul;
-aria triunghiului dreptunghic-formula de calcul;
-aria paralelogram -proprietatea de aditivitate a ariilor;

-formula de calcul;
-arii paralelograme particulare-formule de calcul;
-aria trapezului –formule de calcul;
-aria hexagon- proprietatea de aditivitate a ariilor;
- k^2patratul raportului de asemănare;
-aria discului, etc.

Fişă individuală–Recapitulare patrulatere (perimetre, arii, proprietăţi)

Probleme



1)În figura alăturată, ABDC este romb cu perimetrul de 68 cm şi m(<A)=60^0.
a)uneşte punctele A şi D;
b)află latura rombului;
c) stabileşte m(<BAD) =?
d)demonstrează ca ΔABC este echilateral.

2)În paralelogramul MNPQ cu MN=25cm se duce înălţimea MR, R∈(PQ). Dacă MR=15cm, află A_{MNPQ} .
3)Fie C un punct pe segmentul [DE]. De aceeaşi parte dreptei DE construieşte pătratele DCAB şi CERP. Dacă DE=14 cm, calculează suma perimetrelor celor două pătrate.(Mate 2000-iniţiere, 2012, p103)
4)În dreptunghiul ABCD bisectoarele <A şi <B intersectează latura CD în E şi F. Dacă AB=27 cm şi BC=12 cm, află aria patrulaterului ABFE . (Mate 2000-initiere,2012,p103)
5)În trapezul ABCD isoscel cu AB paralel cu CD , perimetrul de 22 cm, AB=2 cm şi BC=6cm, află CD.(Mate 2000-iniţiere, 2012,p102)

Scrie trei exerciţii de muncă independentă cu rol de recapitulare a cunoştinţelor predate la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 10.5.3. şi programa şcolară pentru clasa a V-a.

10.5.4. Controlul şi evaluarea activităţii independente

Activitatea independentă a elevilor este indicat ca să se efectueze pe ***fişe individuale***, pentru a se evita distragerea atenţiei elevilor din celelalte clase.

Cadrul didactic este obligat cu ocazia distribuirii fişelor să dea explicaţii şi sarcini clare, iar pe parcursul activităţii să fie efectuată supravegherea şi date eventuale îndrumări.

Notarea acestor forme de activităţi ale elevilor se face pe baza unui punctaj dinainte stabilit în funcţie de obiectivele, scopul general şi de gradul de dificultate al sarcinilor de rezolvat.

Pe tot parcursul activităţii independente a elevilor, profesorul ***supraveghează elevii***, trecând periodic printre bănci pentru a verifica dacă sarcinile date au fost înţelese de către toţi şi dacă aceştia le tratează cu seriozitate. Când situaţia o cere, cadrul didactic poate interveni pentru a-i antrena pe toţi elevii la lucru, sau pentru a preveni greşelile tipice.

Lucrările independente ale elevilor se verifică atât sub aspect cantitativ, cât şi calitativ. În situaţia în care acestea sunt de scurtă durată, nu este necesar ca să se efectueze mereu un control amănunţit.

Verificarea muncii independente a elevilor trebuie să aibă loc în cadrul tuturor tipurilor de lecţii, dar mai ales la cele de verificare şi evaluare a cunoştinţelor, de repetare şi sistematizare, de

formare a priceperilor şi deprinderilor. În aceste lecţii se pot da sarcini pentru întreaga oră, iar verificarea acestora se va realiza acasă, de către profesor finalizându-se cu notarea şi analiza acestora, cu ajutorul elevilor în ora următoare.

Autocontrolul elevilor, în condiţiile muncii simultane, exercită un rol important în cadrul verificării lucrărilor efectuate independent. Acesta se realizează prin confruntarea rezultatelor obţinute de ei cu cele indicate de cadrul didactic, sau aflate în manual, la rubrica de răspunsuri. Tot ca formă de verificare, se poate utiliza ***controlul reciproc*** al elevilor pentru lucrările efectuate.

Ultimele două forme de verificare a corectitudinii efectuării lucrărilor nu trebuie să înlocuiască însă ***controlul zilnic***, sau ***pe cel periodic*** exercitat de profesor.

Să ne reamintim...

- ***Forme de activitate independentă***:

1. Munca independentă pregătitoare pentru predarea noilor cunoştinţe.
2. Munca independentă cu rol de fixare a cunoştinţelor predate.
3. Munca independentă având ca scop recapitularea cunoştinţelor.

10.6. Rezumat

În această unitate de învăţare se prezintă probleme specifice procesului de predare-învăţare a matematicii la clase simultane în învăţământul gimnazial, cum ar fi: gruparea claselor pentru învăţământul gimnazial, alcătuirea orarului, precum şi elemente de planificare, proiectare şi organizare a activităţii simultane, cu exemplificări. Se precizează şi se exemplifică de asemenea unele aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor.

10.7. Test de autoevaluare a cunoştinţelor

1.Precizează particularităţile procesului de predare-învăţare în învăţământul simultan.
2.Prezintă criteriile pe care trebuie să le aibă în vedere profesorul la întocmirea orarului.
3.Elaborează un proiect de lecţie mixtă la matematică pentru predarea simultană la clasele VI şi aVIII-a.
4.Prezintă importanţa activităţii independente a elevilor.
5.Scrie trei exerciţii de muncă independentă la matematică cu rol de fixare a cunoştinţelor predate la clasa VI.

10.8. Răspunsuri şi comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 10.3.1.
2. Revezi paragraful 10.3.2.
3. Revezi paragraful 10.4.
4. Revezi paragraful 10.5.1.
5. Revezi paragraful 10.5.3., extrage şi reformulează.

BIBLIOGRAFIE

1. Átyim, B., Gagyi, E., *Gyakorló feladatok matematikából*, Mentor Kiadó. Marosvásárhely, 1993.
2. Albu, A.C.; Obădeanu, V.; Popescu, I.P.; Rado, F.; Smaranda, D., *Geometrie pentru perfecţionarea profesorilor*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983.
3. Alexandrescu, C., şi alţii, *Culegere de probleme –*
4. Alexandrescu, C., M .Chirciu, *Matematică cl a VI-a , a VII-a şi a VIII-a,* Editura Tiparg, 2007.
5. Andrei, Gh., Caragea, C., Bordea, Gh., *Algebră pentru concursurile de admitere şi olimpiadele şcolare*, Ed. Topaz, Constanţa, 1993.
6. Andonie, G. Şt., *Matematica, mecanica, astronomia,* Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1981.
7. Aprodu, D., Diaconu, A., *Suport de curs 6263 – Instruirea diferenţiată a elevilor*, Braşov, Editura Universităţii *Transilvania* din Braşov, 2011.
8. Ardelean, L., Secelean, N., *Didactica matematicii-noţiuni generale, comunicare didactică specifică matematicii*, Ed. Universităţii "Lucian Blaga", Sibiu, 2007.
9. Atanasiu, Gh.; Pitiş, Gh.; Cazacu, M.; Grosaru, V., *Culegere de probleme de geometrie analitică şi diferenţială*, Universitatea Braşov, 1980.
10. Ausubel, D. P, Robinson, R., *Învăţarea şcolară. O introducere în psihologia pedagogică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti 1981.
11. Banea, H., *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Piteşti, 1998.
12. Bocoş, M., *Instruire interactivă*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, (2002).
13. Bateman, B., *An educational wiew of a diagnostic approach to learning disordis*, Seattle, J.Helmuth Ed., 1965.
14. Bocu, D., Comănici, E., *ProMatematica - Revista Şcolii Generale Nr. 2*, nr.3, decembrie, 2009.
15. Bontas*, I., Pedagogie,* Editura ALL, Bucuresti, 1994,1998, 2001.
16. Botez, M.Şt., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1976.
17. Brânzei, D., *Bazele raţionamentului geometric* , Editura Academiei R.S.R, 1983, pag. 52.
18. Brânzei, D., *Geometrie circumstanţială*, Editura Junimea, Iaşi, 1983.
19. Brânzei, D., Brânzei, R., *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Piteşti, 2000.
20. Brânzei, D.; Aniţa, S.; Cocea, C., *Planul şi spaţiul euclidian*, Editura Academiei, Bucureşti, 1986.
21. Brânzei, D.; Onofraş, E.; Aniţa, S.; Isvoranu Gh., *Bazele raţionamentului geometric*, Ed. Academiei, Bucureşti, 1983.
22. Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., *Metode interactive de grup. Ghid metodic pentru învăţământul preşcolar,* Editura Arves, 2002.
23. Cârjan, F., *Educaţie matematică: "Idei şi strategii în învăţarea matematică"*, Editura Paralela 45, 2004.
24. Cerghit, I., *Metode de învăţământ,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1997.
25. Cerghit, I., *Perfecţionarea lecţiei în şcoala modernă*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983 apud. Cîrjan, F. 1999, pp.70-71.
26. Cerghit, I., Vlăsceanu, L., (coordonatori), *Curs de pedagogie*, Facultatea de Istorie-Filozofie, Universitatea Bucureşti, 1988.
27. Cerghit, I., Neacşu, I., *Prelegeri pedagogice*, Editura Polirom, Iaşi, 2001.
28. Cheşcă, I.; Caba, G., *Matematică – manual pentru clasa a VII a*, Editura Teora, 1999.

29. Chiţei, Gh.A., *Metode pentru rezolvarea problemelor de geometrie*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1969.
30. Cindrea, I.A., *Matematica, de drag – geometrie*, Compania, 2003.
31. Ciolan, L., *Învăţarea integrată, fundamante pentru un curriculum transdisciplinar,* Editura Polirom, Iaşi, 2008.
32. Claparède, E., *Psihologia copilului şi pedagogia experimentală,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti,1974.
33. Comănici, E., *Auxiliar metodic,* Editura Universităţii Transilvania din Braşov, **ISBN 978-973-598-872-2, 2011.**
34. Constantinescu, L.; Cristu, P., *Geometrie şi trigonometrie*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
35. Coţa, A.; Răduţiu, M.; Rado, M.; Vornicescu, F., *Matematică – geometrie şi trigonometrie, manual pentru clasa a IX a*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1984.
36. Cristea, S., *Dicţionar de termeni pedagogici,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1998.
37. Cristea, S., *Dicţionar de pedagogie*, Editura Litera Educaţional, Chişinău, 2002.
38. Cucoş, C., *Pedagogie*(editia a II-a revăzută şi adăugită), Editura Polirom, Iaşi, 2002, 2006.
39. Cucoş, C., Momanu, M., *Psihopedagogie – proiectarea şi desfăşurarea activităţii didactice*, Editura Polirom, 1998.
40. Cuculescu, I.; Ottescu, C., *Matematică, geometrie – manual pentru clasa a VII a,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1984.
41. Cuculescu, I.; Ottescu, C.; Gaiu, L.N., *Matematică, geometrie – manual pentru clasa a VII a,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1990.
42. Czondi, J., Kassay, I., *Manual Matematică , cl. a IX-a,* Ábel Kiadó, 2001.
43. Dan, C., T., Chiosa, S., T., *Didactica matematicii*, Editura Universitaria Craiova, 2008.
44. Danciu, E.L., *Strategii de învăţare prin colaborare*, Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2004.
45. De Landsheere, V., *L'education et la formation,* Presses Universitaries de France, Paris, 1992.
46. Dienes, Z.P., *Un studiu experimental asupra învăţării matematicii,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1973.
47. Dottreus, R., *A educa şi a instrui,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1970.
48. Drăghicescu, I.C.; Masgras, V., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1987.
49. Dumitru I.A. *Dezvoltarea gândirii critice si învatarea eficienta*, Editura de Vest, Timisoara, 2000.
50. Gagné, R.M., Briggs, L.J., *Principii de design al instruirii*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1977 apud. Cîrjan, F. 1999, p.110.
51. Ganga, M., *Manual pentru clasa a XI-a*, Editura. Mathpress, Bucureşti, 2006.
52. Ganga, M., *Manual pentru clasa a XI-a, Elemente de algebră liniară şi geometrie analitică*, Editura Mathpress, Bucureşti, 2001.
53. Ganga, M., *Teme şi probleme de matematică*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1991.
54. Ganga, M., *Matematică – manual pentru clasa a IX a, profil M1*, *M2,* Ed. Mathpress, 2001.
55. Ganga, M., *Matematică – manual pentru clasa a X a, profil M1*, Ed. Mathpress, 2003.
56. Gherguţ, A., *Psihopedagogia persoanelor cu cerinţe speciale. Strategii diferenţiate şi incluzive în educaţie*, Editura Polirom, Iaşi, 2006.
57. Ghircoiaşu, N.; Iasinschi, M.; Viciu, A., *Fişe de geometrie şi trigonometrie pentru elevi şi absolvenţi de licee*, Editura Dacia, Cluj – Napoca, 1978.
58. Golu, P., Verza, E., Zlate, M., *Psihologia copilului. Manual pentru clasa a XI-a -Şcoli normale-*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1993.

59. Hadamard, J., *Lecţii de geometrie elementară*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1960.
60. Haimovici, A.; Cohal, L.; Corduneanu, A.; Papuc, L., *Elemente de geometrie a planului*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1968.
61. Iaglom, A.M.; Iaglom, I.M., *Probleme neelementare tratate elementar*, Editura Tehnică, Bucureşti.
62. Ianus, St., Soare, N., Niculescu, L., *Probleme de geometrie şi trigonometrie*, *pentru cl IX-X,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983.
63. Ionescu, D.V., *Complemente de matematici pentru licee*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1978.
64. Ionescu, M., Radu, I. (coordonatori), *Didactica modernă, ediţia a II-a*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2001.
65. Ionescu – Ţiu, C., *Geometrie plană şi în spaţiu pentru admiterea în facultate*, Editura Albatros, Bucureşti, 1976.
66. Iucu, R., Pânişoară, I., Gliga, L., (coord.), *Formarea personalului didactic. Raport de cercetare – 1*, Editat de MEN, Bucureşti, 1999.
67. Jigău, M., *Factorii reuşitei şcolare*, Editura Grafoart, Bucureşti, 1998.
68. Jinga, I., *Educaţia şi viaţa cotidiană*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 2005.
69. Jinga, I., Istrate, E., *Manual de pedagogie*, Editura ALL, Bucureşti, 2001.
70. Joiţa, E., *Pedagogie şi elemente de psihologie şcolară pentru examenele de definitivare şi obţinerea gradului didactic II (profesori, institutori, învaţători, educatoare),* Editura Arves, 2003.
71. Kirk,S., *Educating exceptional children*, Hanghton, Mifflin, Boston, 1962.
72. Kolmogorov, A.N.; Semenovici, A.F.; Naghibin, F.F.; Cerkasov, R.S.; Gusev, V.A., *Geometrie pentru clasele VI – VIII*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1979.
73. Lupu, C., *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XII-a. Licee pedagogice*, Editura Paralela 45, Piteşti, 1999.
74. Lupu, C., Săvulescu, D., *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice,* Editura Paralela 45, Piteşti, 2000.
75. Manolescu, M., *Evaluarea şcolară-metode, tehnici şi instrumente,* Editura METEOR PRESS, Bucureşti, 2005.
76. Mihăescu, M., Măncescu, M., Cenac, O., Robu, M., *Metode activ-participative aplicate în învăţământul primar,* Didactica Publishing House, Bucureşti, 2010.
77. Mihu, C.; Iambor, I.P., *Curbe plane*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1989.
78. Mircea, Şt., Lexicon pedagogic, Editura Aramis, Bucureşti, 2006.
79. Miron, R., *Geometrie elementară*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1968.
80. Mîndru, E., Niculae, A., Borbeli, L., *Strategii didactice interactive,* Didactica Publishing House, Bucureşti, 2010.
81. Moise, E.E., *Geometrie elementară dintr-un punct de vedere superior*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1980.
82. Moise, E.E.; Downs, F.L.Jr., *Geometrie*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983.
83. Munteanu, D., E., *Lucrare de grad I*. Universitatea *Transilvania* din Braşov, 2010.
84. Năchilă, P., *Matematică, Manual pentru clasa a XI-a*, Editura Sigma, Bucureşti, 2001.
85. Nănău , S., *Portofoliu, Examen finalizare modul pedagogic II*, 2013.
86. Năstăsescu, C., Niţă, C., *Elemente de algebră superioară, Manual pentru clasa a XI-a*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1995.
87. Neacşu, I., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1988.
88. Neagu, A., *Geometrie*, Universitatea Tehnică „Gh. Asachi" Iaşi, Catedra de matematică, 1996.

89. Neagu, Gh., *Metode de rezolvare a problemelor de matematică şcolară evidenţiate prin exemple*, Editura Plumb, 1997.
90. Nicola, I., *Pedagogie*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1994.
91. Nicolescu, B., *Transdisciplinaritatea*-Manifest, Editura Polirom, Iasi, 2008.
92. Nicolescu, L.; Bosckoff, V., *Probleme practice de geometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti 1990.
93. Niculescu, R., *Pedagogie preşcolară,* Editura Pro Humanitate, Bucureşti, 1999.
94. Niţă, C., Năstăsescu, C., Joiţa, D., Brandiburu, M., *Culegere de probleme pentru liceu. Algebră*, Editura ROTECH PRO, 1997.
95. Novoselov, S.I., *Curs special de trigonometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1965.
96. Oprea, C.L., *Pedagogie. Alternative metodologice interactive,* Editura Universităţii din Bucurşti, 2003, 2009.
97. Oprea, C.L., *Strategii didactice interactive*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 2009.
98. Orban, A., *Lucrare de grad I*, Universitatea Transilvania din Braşov, 2012.
99. Pălăşan, T., Crocnan, D., O., Huţanu, E., *Interdisciplinaritate şi integrare – o nouă abordare a ştiinţelor în învăţământul preuniversitar.* Revista Formarea continuă a C.N.F.P. din învăţământul preuniversitar, Bucureşti, 2003.
100. Pălăşan, T., Voinea, M., *Caiet de practică pedagogică*, Universitatea *Transilvania* din Braşov, 2012.
101. Pânişoară, O., I., *Comunicarea eficientă. Metode de interacţiune educaţională,* Editura Polirom, Iaşi, 2003. ,
102. Panţuru, S., *Proiectarea didactică în teoria şi metodologia instruirii şi teoria şi metodologia evaluării,* Universitatea *Transilvania* din Braşov, 2006.
103. Panţuru, S., *Caiet de practică pedagogică,* Universitatea *Transilvania* din Braşov, 2006.
104. Panţuru, S., Păcurar, D.C., *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*, Universitatea *Transilvania* din Braşov, 1997.
105. Panţuru, S., Niculescu, R., Voinea, M., Honcz, C., *Fundamentele pedagogiei. Teoria şi metodologia curriculum-ului. Aspecte de management al curriculum-ului*, Universitatea *Transilvania* din Braşov, 2006.
106. Panţuru, S., Voinea, M., *Psihologie educaţională*, Ed. Universităţii "Lucian Blaga", Sibiu, 2006.
107. Partenie, A., *Să ajutăm corect copiii care întâmpină dificultăţi în învăţarea matematicii*, Editura Eurobit, Timişoara, 2005.
108. Petrescu, A., *Psihopedagogia copilului cu dificultăţi de învăţare*, Editura Universităţii Petrol – Gaze, Ploieşti, 2007.
109. Perjeriu, E., *Fundamentele geometriei*, Editura Universităţii, Bucureşti, 1995.
110. Piaget, J., *Psihologia inteligenţei,* trad., Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1965.
111. Pop, V., colaboratori, *Matematică pentru grupele de performanţă clasa a XI-a*, Editura Dacia educaţional, Cluj-Napoca, 2003.
112. Pop, V., colaboratori, *Matematică pentru grupele de performanţă,Exerciţii şi probleme clasa a XI-a*, Editura Dacia educaţional, Cluj-Napoca, 2003.
113. Pop, V., *Algebră liniară- matrice şi determinanţi pentru elevi, studenţi şi concursuri*, Editura Mediamira, 2007.
114. Pop, V.; Lupşor, V., *Matematică pentru grupele de performanţă – clasa a X a*, Editura Dacia Educaţional, Cluj – Napoca, 2004.
115. Popescu-Neveanu, P., şa, *Studii psihopedagogice privind dezvoltarea, între 3 şi 7 ani*", Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1970.

116. Popescu, V., V., *Succesul şi insuccesul şcolar – precizări terminologice, forme de manifestare, cauze*, Revista de pedagogie, nr.12, 1991.
117. Popescu, O.; Radu,V., *Metodica predării geometriei în gimnaziu*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983.
118. Potolea, D., Note de curs, 2008, apud Pălăşan, T., Voinea, M., 2012.
119. Potolea, D., Manolescu, M., *Teoria şi practica evaluării educaţionale*- Proiect pentru Învăţământul Rural, 2005.
120. Purcaru, M., Algebră liniară, geometrie analitică şi ecuaţii diferenţiale, Ed. şi Tipografia Pim, Iaşi, 2005.
121. Radu, D., Radu, E., *Manual de matematică pentru clasa a VIII-a*, Editura Teora Educaţional, Bucureşti, 2001, p.177.
122. Radu, I., *Învăţământul diferenţiat – concepţii şi strategii*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976.
123. Radu, I., *Evaluarea în procesul didactic,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 2000.
124. Rădescu, E., *Elemente de geometrie analitică*, Editura Universitaria, Craiova, 1997.
125. Rădulescu, E., *Elemente de geometrie analitică*, Editura Universitaria, Craiova, 1997.
126. Roşu, M., *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori,* Universitatea din Bucureşti, Editura CREDIS, 2004.
127. Roşu, M., *Didactica matematicii în învăţământul primar,* MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învăţământul Rural, 2006.
128. Rus, I., *Metodica predării matematicii*, Editura Servo-Sat, 1996.
129. Rusu, E., *Matematica în liceu – probleme de metodică*, E.D.P, Bucureşti, 1970.
130. Sarivan, L., colaboratori, *Predarea interactivă centrată pe elev.* Educaţia 2000+, Bucureşti, 2005.
131. Savu, C.; Popoiu, D., *Matematică – complemente de geometrie plană pentru orele de opţional la clasa a VII a*, Editura Corint, Bucureşti, 2001.
132. Sălăvăstru, D., *Psihologia educaţiei*, Editura Polirom, Iaşi, 2004.
133. Sălăvăstru, D., *Psihologia învăţării. Teorii şi aplicaţii educaţionale*, Editura Polirom, Iaşi, 2009.
134. Schaub, H., Zenke, K., G., *Dicţionar de pedagogie*, Editura Polirom, Iaşi, 2001.
135. Schneider, Gh. A., *Culegere de probleme de geometrie pentru clasele IX – X*, Editura Hyperion, Craiova, 1996.
136. Simionescu, C.; Atanasiu, Gh., *Curs de geometrie analitică*, Universitatea Braşov, 1976.
137. Simionescu, Gh.D., *Geometrie analitică – manual pentru anul III liceu*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972.
138. Simionescu, Gh.D., *Noţiuni de algebră vectorială şi aplicaţii în geometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti.
139. Simionescu, G.; Ştefănescu, V., *Aplicaţii ale calculului vectorial în geometrie şi trigonometrie*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1975.
140. Singer, M., Pădureanu, V., Mogoş, M., *Matematică pentru clasa a IV-a. Ghid pentru învăţători şi părinţi*, Editura Sigma, Bucureşti, 2000.
141. Singer M., Voica C. - *Recuperarea ramânerii în urma la matematica,* Educatia 2000+, 2005, Bucuresti, 2005.
142. Sitasz, V., *Lucrare de gradul I*, Universitatea Transilvania din Braşov, 2012.
143. Spulber, Ş., Spulber, C., *Practica pedagogică*, Editura "Grigore Tabacaru", Bacău, 1999.
144. Stoka, M.; Mărgăritescu, E., *Trigonometrie – manual pentru anul II licee*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1975.
145. Surdu, E., *Prelegeri de pedagogie generală. O viziune sociopedagogică,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1995.

146. Surdu, E., *Fenomenul educaţional,* Editura Mirton – Timişoara, 1999.
147. Şchiopu, U., *Psihologia diferenţiată şi educativă,* Revista de Pedagogie, nr.8-9, 1996.
148. Şchiopu, U., Verza, E., *Psihologia vârstelor*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1995.
149. Târnoveanu, M., Purcaru, M.A.P., Târnoveanu, C.,, *Fundamente de matematică şi metodică,* Editura TEHNOPRESS, Iaşi, 2005.
150. Taiban, M., *Cum să facem activităţile matematice în grădinită,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1974.
151. Teodorescu, N.; Mangu, V.; Cărbunaru, C.; Negru, A.; Trifu, M., *Culegere de – strategii şi algoritmi de rezolvare, Partea a II –a*, Bucureşti.
152. Turcitu, G.; Rizea, I.; Ghiciu, N.; Mic, D.; Basarab, C.; Basarab, M., *Matematică – manual pentru clasa a VII a*, Editura Radical, 1999.
153. Turtoiu, F., *Ecuaţii şi inecuaţii trigonometrice*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977.
154. Ţiţeica, G., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1981.
155. Udrişte, C., *Aplicaţii de algebră, geometrie şi ecuaţii diferenţiale*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1993.
156. Udrişte, C.; Tomuleanu, V.; Vernic, Gh., *Matematică – geometrie analitică, manual pentru clasa a XI a*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1995.
157. Udrişte, C., Radu, C., Dicu, C., Mălăncioiu, O., *Probleme de algebră, geometrie şi ecuaţii diferenţiale*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1981.
158. Ungureanu, D., *Copiii cu dificultăţi de învăţare*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1998.
159. Vâlcan, T., *Didactica Matematicii - caracteristici şi principii-Note de curs*, 2012.
160. Vîrtopeanu, I.; Vîrtopeanu, O., *Geometrie plană pentru gimnaziu şi liceu*, Editura Sibila, Craiova, 1994.
161. Vodă, V.Gh., *Vraja geometriei demodate*, Editura Albatros, Bucureşti, 1983.
162. Zaharia, M., (coord), Zaharia, D., *Matematică –Pregătirea tezei cu subiect unic –Cl.a VII-a ; a VIII-a* – Editura Paralela 45 – 2008.
163. Colecţia Gazeta Matematică seria B.
164. ****Manualele şcolare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.*
165. *** *Matematică – geometrie şi trigonometrie, clasa a IX a*, Editura Rotech. Pro., 1997.
166. *** *Matematică – geometrie şi trigonometrie, manual pentru clasa a IX a,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1989.
167. *Programe şcolare pentru învăţământul primar, revizuite,* Bucureşti, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).
168. Programul de formare continuă „Atinge viitorul": *Metode active de învăţare. Învăţarea prin cooperare*, CCD Braşov, 2008.
169. Revista Eloctron MateInfo (Internet) - ISSN 2065-6432 nr. August 2011.
170. www.scribd.com/doc/28922239/Proiectarea-de-activit%C4%83%C5%A3i-de-%C4%ABnv%C4%83%C5%A3are-intr11
171. www.asociatia-profesorilor.ro/docs/articole revista/ciorchinele.pdf
172. http,//scoala7tm.scoli.edu.ro/geom4/coliniar/metodica/ciorchin.html
173. www.nefsegrant.siveco.ro
174. www.pagini-şcolare.ro/articol/Învăţământ-preşcolar-metode-învăţare-proiecte/Metode de predare-învăţare activ-participative
175. http,//aqeta.qc.ca/francais/generale/definit.htm,20.02.2009
176. www.scribd.com/doc/11477422/Metode-de-Interventie-in-Discalculie
177. www.scritube.com/stiinta/matematica/Metode-de-dezvoltare-a-creativ53367.php
178. www.copilsperanta.ro/?q=node/317

179. www.dyscalculia.org/thesis.html
180. www.learningcenter.ro/Assets/lucrari/9.%20Maria%20Oltean.doc
181. www.learningcenter.ro/Assets/lucrari/9.%20Florentin%20Magonea.doc
182. www.referatele.com/referate/noi/2/2matematica1
183. www.referat.ro/referate/Succesul_si_insuccesul_scolar_4517.html
184. http,//ro.wikipedia.org/wiki/Albert_einstein